

AGNIESZKA MUSZYŃSKA

BOGUSŁAW RADCIŚZEWSKI

ANDRZEJ ZALESKI

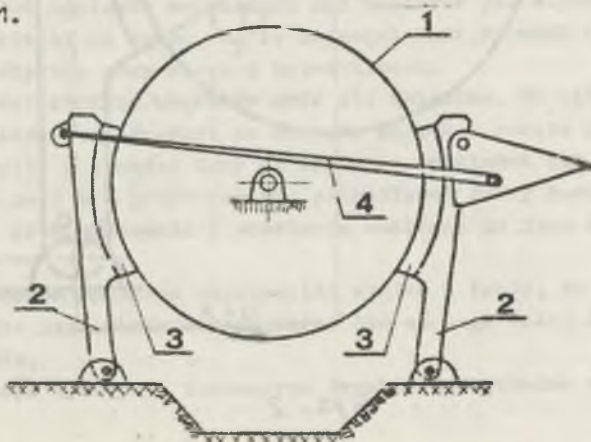
IPPT - PAN WARSZAWA

### WARUNKI RÓWNOWAGI DYNAMICZNEJ HAMULCA CIERNEGO MASZINY WYCIĄGOWEJ

Na podstawie równań ruchu ramion szczęk hamulca ciernego maszyny wyciągowej wyprowadzono zależności zapewniające równowagę dynamiczną szczęk podczas hamowania. Spełnienie tych zależności zapewnia równomierną pracę hamulca w otoczeniu położenia równowagi i eliminuje w pewnym stopniu możliwość powstawania drgań samowzbudnych. Podano metodę modyfikacji parametrów hamulca polegającą na minimalizacji pewnego funkcjonału.

#### 1. Wstęp

W pracy przyjęto do rozważań hamulec cierny o strukturze przedstawionej na rys. 1.



Rys. 1. 1-bęben, 2-ramiona szczęk, 3-klocki hamulcowe, 4-cięta.

W niniejszym opracowaniu główną uwagę zwrócimy na zapewnienie niezależności nacisków od czasu poprzez odpowiedni dobór parametrów konstrukcyjnych klocka i ramion szczęk.

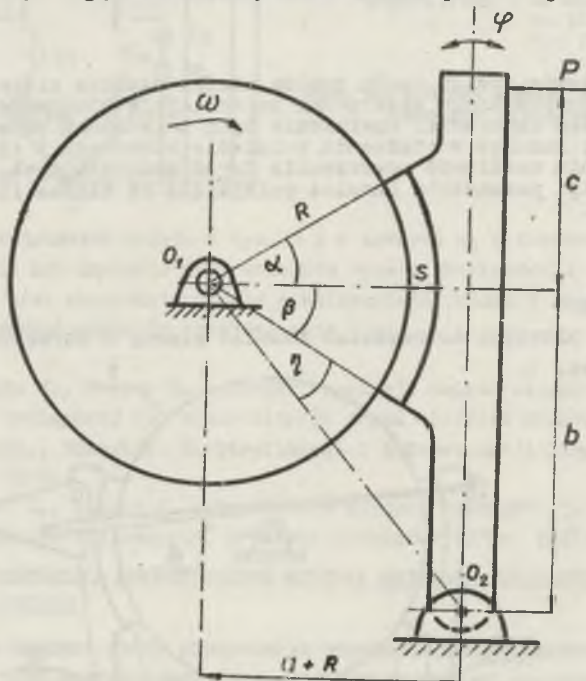
Poprawność tego wyboru będzie jednak uzależniona od znajomości rzeczywistego rozkładu nacisków. Ponieważ rzeczywisty rozkład nacisków znany jest z pewnym przybliżeniem, należy przewidzieć możliwość korygowania wynikających stąd błędów przez odpowiednią regulację wybranych parametrów w czasie prób eksploatacyjnych lub po pewnym okresie pracy hamulca.

W dalszych rozważaniach pominiemy:

- odkształcalność bieżni bębna, ramion szczęk i cięgieł,
- wpływ tarcia w przegubach.

Ponadto założymy, że:

- siła dociskająca szczękę do bębna ma stałą wartość i kierunek,
- klocki są odkształcalne w kierunku normalnej do powierzchni ich współpracy z bębniem,
- siły tarcia są styczne do powierzchni współpracy klocków z bębniem, leżą w płaszczyznach prostopadłych do osi bębna i ich wartości są proporcjonalne do nacisków.
- ramiona szczęk mogą obracać się wokół swoich punktów podparcia /rys.2/



Rys. 2

Jest to jedno z najprostrzych wśród spotykanych rozwiązań konstrukcyjnych szczęk hamulcowych, wykorzystujące do zatrzymania maszyny wyciągowej siły tarcia powstające po dociśnięciu szczęk do obracającego się bębna. Wartości tych sił i ich przestrzenny rozkład względem ramion szczęk zależą w sposób istotny od struktury i parametrów charakteryzujących usytuowanie klocków i ramion szczęk względem bębna, oraz od charakterystyk trących się powierzchni.

Warunkiem poprawnej współpracy pary ciernej bęben-kłoczek jest także ich wzajemne usytuowanie, aby zapewniało ono w miarę równomierny i stały w czasie rozkład nacisków klocków na bieżnię bębna.

## 2. Równania ruchu ramion szczęk

### 2.1. Założenia i oznaczenia

Przystępując do wyboru prawidłowych parametrów konstrukcyjnych szczęki i klocka takich jak długość, szerokość, współrzędne punktów podparcia ramion szczęki itp. powinno się przede wszystkim znać działające na ramiona szczęk siły zewnętrzne. Należy do nich siła dociskająca szczękę do bębna, wartość i rozkład nacisków wywieranych przez bęben na kłoczek oraz wartość i rozkład sił tarcia, które powstają po dociśnięciu szczęk do obracającego się bębna.

Najtrudniej dostępne są informacje o rzeczywistym rozkładzie jednostkowych nacisków normalnych do powierzchni przylegania klocka i bębna.

W literaturze [2] przytaczane są różne hipotezy na ten temat. Najczęściej korzysta się z następujących hipotez:

- naciski rozłożone są równomiernie na całej powierzchni przylegania,
- naciski są rozłożone równomiernie na szerokości klocka, a sinusoidalnie wzdłuż długości.

Niezależnie od przyjętej koncepcji konstrukcyjnej powinno dążyć się do tego, aby rozkład nacisków normalnych był możliwie jak najbardziej regularny i nie zależał od czasu. Są to najważniejsze warunki zapewniające poprawną współpracę pary ciernej bęben-kłoczek.

W rzeczywistości rozkład nacisków może się zmieniać. Na ogół inny jest rozkład nacisków bezpośrednio po montażu szczęk w czasie prób hamulca, inny po dotarciu, a jeszcze inny po wymianie podkładek lub taśmy ciernej. Fakt ten może być przyczyną nr. prawidłowej pracy hamulca w czasie pierwszych prób hamowania i powstania zakłóceń po jego dotarciu lub odwrotnie.

Zależność nacisków od czasu najczęściej wynika z faktu, że

- bieżnia bębna nie jest powierzchnią walca lub osi tego walca nie pokrywa się z osią obrotu,
- w czasie hamowania występują intensywne drgania samowzbudne szczęk.

W dalszym ciągu przez  $\varphi$  oznaczymy kąt obrotu ramienia szczęki. Przyjmujemy, że przy nieruchomym bębnie i nominalnej wartości siły dociskającej szczękę do bębna wartość  $\varphi$  równa się zero. Takie położenie szczęki będziemy nazywać położeniem równowagi.

Kierunek obrotu szczęki będziemy uważać za dodatni jeżeli ramię szczęki z położenia równowagi odchyła się od bębna.

Zgodnie z rys. 2 i 3 przyjmujemy m.l.a. następujące oznaczenia:

P - siła zewnętrzna dociskająca ramię szczęki do bębna,

p - powierzchniowy nacisk jednostkowy wzdłuż normalnej do powierzchni przylegania bębna i klocka,

$\mu$  - współczynnik tarcia,

R - promień bieżni /bębna/,

a+R - odległość osi obrotu bębna od prostej pionowej przechodzącej przez oś obrotu ramienia szczęki,

b - odległość osi obrotu bębna od prostej poziomej przechodzącej przez oś obrotu ramienia szczęki,

b+r - odległość punktu przyłożenia siły dociskającej ramię szczęki od jej osi obrotu,

l - szerokość klocka,

s - grubość odkształcalnej części klocka,

$\alpha, \beta$  - kąt opasania,

$\xi$  - bieżący kąt opasania,

$\eta$  - kąt stały,

$p(\xi)$  - jednostkowy nacisk powierzchniowy w kierunku normalnej do powierzchni przylegania bębna i klocka przy  $\varphi = 0$ ,

I - moment bezwładności ramienia szczęki względem jej osi obrotu.

## 2.2. Wyprowadzenie równań ruchu.

Przy  $\varphi = 0$  na podstawie zależności geometrycznych (rys. 3) mamy

$$\chi(\xi) = \arctg \frac{a+R - (s+R)\cos(\beta-\xi)}{b - (s+R)\sin(\beta-\xi)}$$

oraz

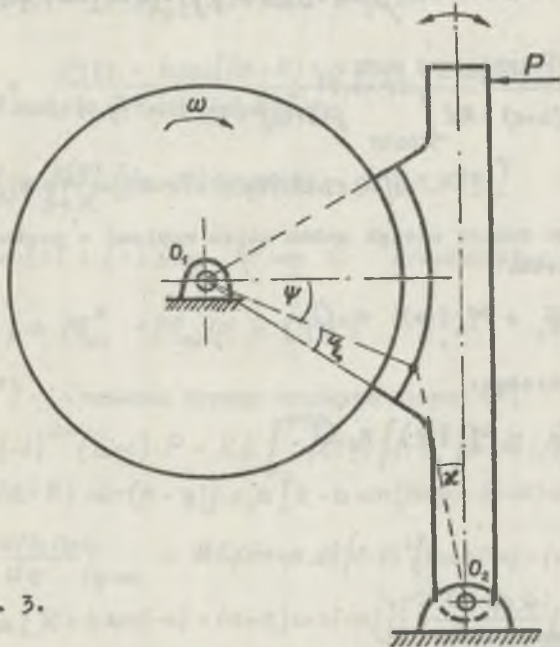
$$k(\xi) = \sqrt{[a+R - (s+R)\cos(\beta-\xi)]^2 + [b - (s+R)\sin(\beta-\xi)]^2}.$$

Założymy, że jednostkowe naciski powierzchniowe są rozłożone równomiernie na szerokości klocka i przy obrocie bębna są proporcjonalne do odkształceń promieniowych. Wtedy

$$p(\xi, \varphi) = p(\xi) - R(\xi, \varphi),$$

gdzie

$$p_2(\xi, \varphi) = p_{20} \left[ \sqrt{[\alpha + R - k(\xi) \sin(\chi - \varphi)]^2 + [b - k(\xi) \cos(\chi - \varphi)]^2} - (s + R) \right]$$

oznacza przyrost nacisków przy obrocie ramienia szczęki o kąt  $\varphi$ .

Rys. 3.

Zauważymy, że  $p_2(\xi, 0) = 0$ . Poza tym zgodnie z wprowadzonymi oznaczeniami mamy

$$\Psi(\xi, \varphi) = \arctg \frac{b - k(\xi) \cos(\chi(\xi) - \varphi)}{\alpha + R - k(\xi) \sin(\chi(\xi) - \varphi)}$$

oraz

$$\chi(\xi, \varphi) = \beta - \Psi(\xi, \varphi)$$

Zauważymy teraz, że w położeniu  $\varphi = 0$ , przy nieruchomym bębnie, mamy następujący warunek równowagi ramienia szczęki

$$P \cdot (b + c) + R \int_0^{\alpha + \beta} k(\xi) [(\alpha + R) \sin(\beta - \xi) - b \cos(\beta - \xi)] d\xi = 0. \quad (1)$$

W dalszym ciągu moment siły działającej na ramię szczęki będziemy uważać za dodatni, jeżeli powoduje ona jej obrót zgodny z obrotem bębna. W związku z tym dla szczęki współbieżnej otrzymujemy następujące wyrażenie, opisujące moment wszystkich sił działających na jej ramię przy obrocie bębna:

$$M_1(\varphi) = P(b+c) + Rl \int_{\chi(0,\varphi)}^{\chi(\alpha+\beta,\varphi)} p(\xi,\varphi) \left\{ (a+R) \sin \Psi(\xi,\varphi) - b \cos \Psi(\xi,\varphi) - \right. \\ \left. - \mu [-R + b \sin \Psi(\xi,\varphi) + (a+R) \cos \Psi(\xi,\varphi)] \right\} d\xi, \quad (2)$$

a dla szczęki przeciwbieżnej mamy:

$$M_2(\varphi) = -P(b+c) + Rl \int_{\chi(0,\varphi)}^{\chi(\alpha+\beta,\varphi)} p(\xi,\varphi) \left\{ -(a+R) \sin \Psi(\xi,\varphi) + b \cos \Psi(\xi,\varphi) - \right. \\ \left. - \mu [-R + b \sin \Psi(\xi,\varphi) + (a+R) \cos \Psi(\xi,\varphi)] \right\} d\xi. \quad (3)$$

Równanie ruchu ramion szczęk można zatem napisać w postaci:

- szczeka współbieżna:

$$J\ddot{\varphi} + M_1(\varphi) = 0, \quad (4)$$

- szczeka przeciwbieżna:

$$J\ddot{\varphi} - M_2(\varphi) = 0. \quad (5)$$

### 3. Analiza równań ruchu

W równaniach (4) i (5) występują silne nieliniowości geometryczne i dalszą ich analizę przeprowadzimy na podstawie równań zlinearyzowanych, słusznych dla małych wartości  $\varphi$ . W związku z tym wyrażenia  $M_1(\varphi)$  i  $M_2(\varphi)$  rozwijamy w rzędy potęgowe względem  $\varphi$  w otoczeniu  $\varphi = 0$ . W tym celu zauważmy, że:

$$\chi(0,0) = 0,$$

$$\chi(\alpha+\beta,0) = \alpha+\beta,$$

$$p(\xi,0) = p_0(\xi),$$

$$\Psi(\xi,0) = \beta - \xi,$$

$$\left. \frac{\partial \chi(\xi,\varphi)}{\partial \varphi} \right|_{\varphi=0} = -\lambda(\xi), \quad \left. \frac{\partial \Psi(\xi,\varphi)}{\partial \varphi} \right|_{\varphi=0} = \lambda(\xi),$$

$$\left. \frac{\partial p(\xi,\varphi)}{\partial \varphi} \right|_{\varphi=0} = -p_{20} \gamma(\xi)$$

$$\frac{\partial}{\partial \varphi} [\sin \psi(\xi, \varphi)] \Big|_{\varphi=0} = \lambda(\xi) \cos(\beta - \xi),$$

$$\frac{\partial}{\partial \varphi} [\cos \psi(\xi, \varphi)] \Big|_{\varphi=0} = -\lambda(\xi) \sin(\beta - \xi),$$

gdzie

$$\lambda(\xi) = \frac{k^2(\xi) - k(\xi)[(a+R) \sin \chi(\xi) + b \cos \chi(\xi)]}{(s+R)^2},$$

$$\gamma(\xi) = \frac{k(\xi)}{s+R} [(a+R) \cos \chi(\xi) - b \sin \chi(\xi)]. \quad (6)$$

Wyrażenie (2) i (3) przy  $\varphi \rightarrow 0$  przedstawimy w postaci:

$$M_i(t) = M_{oi}^* + M_{ii} \varphi + O(\varphi^2), \quad i = 1, 2 \quad (7)$$

gdzie  $O(\varphi^2)$  oznacza wyrazy wyższych stopni  $\varphi$ ;

$$M_{oi}^* = (-1)^{i+1} (b+c) \cdot P + R L \int_0^{\alpha+\beta} p_i(\xi) \{(-1)^i [b \cos(\beta - \xi) - (a+R) \sin(\beta - \xi)] + \mu [R - b \sin(\beta - \xi) - (a+R) \cos(\beta - \xi)]\} d\xi \quad (8)$$

$$M_{ii}^* = \frac{dM_i(\varphi)}{d\varphi} \Big|_{\varphi=0} = R L p(\alpha+\beta, 0) \{(-1)^i [b \cos(-\alpha) - (a+R) \sin(-\alpha)] + \mu [R - b \sin(-\alpha) - (a+R) \cos(-\alpha)]\} \frac{\partial \chi(\alpha+\beta, \varphi)}{\partial \varphi} \Big|_{\varphi=0} - (9)$$

$$- R L p(0, 0) \{(-1)^i [b \cos \beta - (a+R) \sin \beta] + \mu [R - b \sin \beta - (a+R) \cos \beta]\} \frac{\partial \chi(0, \varphi)}{\partial \varphi} \Big|_{\varphi=0} + R L \int_0^{\alpha+\beta} \frac{\partial p(\xi, \varphi)}{\partial \varphi} \Big|_{\varphi=0} \{(-1)^i [b \cos(\beta - \xi) - (a+R) \sin(\beta - \xi)] + \mu [R - b \sin(\beta - \xi) + (a+R) \cos(\beta - \xi)]\} d\xi - R L \int_0^{\alpha+\beta} p(\xi, 0) \{(-1)^i [b \sin(\beta - \xi) + (a+R) \cos(\beta - \xi)] + \mu [b \cos(\beta - \xi) - (a+R) \sin(\beta - \xi)]\} \lambda(\xi) d\xi,$$

$$i = 1, 2.$$

Uwzględniając (1) otrzymujemy z (8)

$$M_{oi}^* = -\mu R L \int_0^{\alpha+\beta} p_i(\xi) [-R + b \sin(\beta - \xi) + (a+R) \cos(\beta - \xi)] d\xi \equiv \mu M_0 \quad (10)$$

które to wyrażenie nie zależy od indeksu "i"; moment jest więc dla obu szcęgów jednakowy.

Po uporządkowaniu wyrażenie (9) ma następującą postać:

$$M_{ii}^* = (-1)^{i+i} M_{i0} + M_{ii}, \quad i = 1, 2, \quad (11)$$

gdzie

$$M_{i0} = Rl \left\{ [(a+R)\sin\alpha + b\cos\alpha] p_i(\alpha+\beta) \lambda(\alpha+\beta) + [(a+R)\sin\beta - b\cos\beta] p_i(0) \lambda(0) \right\} + p_{30} Rl \int_0^{\alpha+\beta} \gamma(\xi) [- (a+R)\sin(\beta-\xi) + b\cos(\beta-\xi)] d\xi + Rl \int_0^{\alpha+\beta} p_i(\xi) [(a+R)\cos(\beta-\xi) + b\sin(\beta-\xi)] \lambda(\xi) d\xi, \quad (12)$$

$$M_{ii} = -Rl \left\{ [R + b\sin\alpha - (a+R)\cos\alpha] p_i(\alpha+\beta) \lambda(\alpha+\beta) + [R - b\sin\beta - (a+R)\cos\beta] p_i(0) \lambda(0) \right\} + p_{20} Rl \int_0^{\alpha+\beta} \gamma(\xi) [R - b\sin(\beta-\xi) - (a+R)\cos(\beta-\xi)] d\xi - Rl \int_0^{\alpha+\beta} p_i(\xi) [b\cos(\beta-\xi) - (a+R)\sin(\beta-\xi)] \lambda(\xi) d\xi. \quad (13)$$

Wobec tego zlinearyzowane równania ruchu ramion szczęk (4), (5) mają ostatecznie postać:

Szczeka współbieżna:

$$J\ddot{\varphi} + \mu M_0 + (M_{i0} + \mu M_{ii})\varphi = 0 \quad (14)$$

Szczeka przeciwbieżna:

$$J\ddot{\varphi} - \mu M_0 + (M_{i0} - \mu M_{ii})\varphi = 0. \quad (15)$$

#### 4. Warunki równowagi dynamicznej szczęk

Na podstawie (14) i (15) stwierdzamy, że przy obrocie bębna mogą powstać siły powodujące wychylenie szczęk z położenia równowagi  $\varphi = 0$ . Moment tych sił równa się  $\mu M_0$ . W zależności od parametrów konstrukcyjnych szczeka współbieżna może być dodatkowo dociskana do bębna, a szczeka przeciwbieżna odpychana lub na odwrót. Zjawisko to wpływa niekorzystnie na współpracę bębna z klockiem i dlatego należy dążyć do wyeliminowania tego



momentu sił, t.j. powinno być

$$M_1 = 0. \quad (16)$$

Jeżeli powyższy warunek jest spełniony, wtedy równania ruchu ramion szczęk przyjmują postać:

Szczęka współbieżna:

$$J\ddot{\varphi} + (M_{10} + \mu M_{11})\varphi = 0 \quad (17)$$

Szczęka przeciwbieżna:

$$J\ddot{\varphi} + (M_{10} - \mu M_{11})\varphi = 0. \quad (18)$$

Współczynniki  $M_{10} + \mu M_{11}$  i  $M_{10} - \mu M_{11}$  przedstawiają uogólnione "sztywności" rozważanych układów.

Zauważmy, że współczynnik  $M_{11}$  może również niekorzystnie wpływać na stateczność położenia równowagi ramion szczęk. Przy dostatecznie dużej dodatniej wartości liczbowej współczynnika  $M_{11}$  występuje zwiększenie "sztywności" ramienia szczęki współbieżnej i zmniejszenie "sztywności" ramienia szczęki przeciwbieżnej. Jeżeli współczynnik  $M_{11}$  przyjmuje wartość ujemną, nastąpi zmniejszenie "sztywności" ramienia szczęki współbieżnej i zwiększenie "sztywności" ramienia szczęki przeciwbieżnej.

Należy więc dążyć do tego, aby:

$$M_{11} = 0. \quad (19)$$

Warunki (16) i (19) w postaci jawnej, w której występują parametry rozważanego układu, na podstawie (10) i (13) mają następującą postać:

$$M_0 = -RL \int_0^{\alpha+\beta} p_1(\xi) [-R + b \sin(\beta - \xi) + (a + R) \cos(\beta - \xi)] d\xi = 0, \quad (20)$$

$$\begin{aligned} M_{11} = & -RL \left\{ [R + b \sin \alpha - (a + R) \cos \alpha] p_1(\alpha + \beta) \lambda(\alpha + \beta) + \right. \\ & \left. + [R - b \sin \beta - (a + R) \cos \beta] p_1(0) \lambda(0) \right\} - p_0 RL \cdot \\ & \cdot \int_0^{\alpha+\beta} \delta'(\xi) [R - b \sin(\beta - \xi) - (a + R) \cos(\beta - \xi)] d\xi - \\ & - RL \int_0^{\alpha+\beta} p_1(\xi) \lambda(\xi) [b \cos(\beta - \xi) - (a + R) \sin(\beta - \xi)] d\xi = 0. \end{aligned} \quad (21)$$

W powyższych wzorach występują nieznanne do tej pory naciski powierzchniowe  $p_1(\xi)$ . Na ogół przyjmuje się, że rozkład tych nacisków jest stały lub sinusoidalny. W tym ostatnim przypadku mamy:

$$P_1(\xi) = P_{10} \sin(\eta + \xi).$$

Przy tym założeniu otrzymamy:

$$M_0 = -R(P_{10}) \int_0^{\alpha+\beta} \sin(\eta + \xi) [-R + b \sin(\beta - \xi) + (a+R) \cos(\beta - \xi)] d\xi = 0, \quad (22)$$

$$\begin{aligned} M_{11} = & -R(P_{10}) \{ [R + b \sin \alpha - (a+R) \cos \alpha] \sin(\alpha + \beta + \eta) \lambda(\alpha + \beta) + \\ & + [R - b \sin \beta - (a+R) \cos \beta] \sin(\eta) \lambda(0) \} - P_{20} R L \cdot \\ & \cdot \int_0^{\alpha+\beta} \gamma(\xi) [R - b \sin(\beta - \xi) - (a+R) \cos(\beta - \xi)] d\xi - \\ & - R(P_{10}) \int_0^{\alpha+\beta} \sin(\eta + \xi) \lambda(\xi) [b \cos(\beta - \xi) - (a+R) \sin(\beta - \xi)] d\xi = 0. \end{aligned} \quad (23)$$

Można pokazać, że warunek (22) da się zapisać w postaci [2]

$$\sqrt{(a+R)^2 + b^2} = \frac{2R}{\cos(\eta + \alpha + \beta) + \cos(\eta)}$$

Im większe będą wartości bezwzględne  $M_0$  i  $M_{11}$  tym gorsza będzie współpraca klocków z bębniem i tym większa będzie możliwość powstawania intensywnych drgań jednej ze szczęk.

Warunek (22) wyraża żądanie, aby w położeniu równowagi szczęki  $\varphi = 0$  moment sił tarcia działających na szczękę był równy zero.

Drugi warunek, tj. (23) wyraża podobne żądanie z dokładnością do  $\varphi$  w potęgze pierwszej, tylko dla położenia szczęki  $\varphi \neq 0$ . Jeżeli warunek ten nie jest spełniony, tj.  $M_{11} \neq 0$ , to przy wychyleniu szczęki z położenia równowagi  $\varphi = 0$  moment sił tarcia powoduje destabilizację np. szczęki współbieżnej i zwiększa stabilność położenia równowagi szczęki przeciwbieżnej lub odwrotnie.

### 5. Metoda modyfikacji parametrów hamulca

Jak wynika z warunków (22), (23) praca hamulca będzie tym poprawniejsza im mniejsze wartości bezwzględne będą miały wyrażenia  $M_0$  i  $M_{11}$ .

W idealnym przypadku powinny one mieć wartości zerowe. W wyrażeniach (22), (23) występują wszystkie parametry geometryczne hamulca. Już na etapie projektowania powinno być zagwarantowane spełnienie warunków (22),

(23). Najczęściej jednak na wartości parametrów geometrycznych nałożone są ograniczenia, wynikające z warunków wytrzymałościowych czy eksploatacyjnych. Ponadto warunki (22), (23) mogą być sprzeczne względem niektórych parametrów. Nie mniej należy się starać, aby w ramach narzuconych ograniczeń wybrać taki zbiór wartości parametrów, który gwarantuje minimalizację bezwzględnych wartości wyrażeń  $M_0$  i  $M_{11}$ .

Jedną z dróg prowadzących, do tego celu jest metoda minimalizacji funkcjonału zbudowanego z funkcji  $M_0$  i  $M_{11}$  [1].

Wybieramy funkcjonał:

$$f = M_0^2 + M_{11}^2 + [\mu F(\alpha) - F'(\alpha)]^{-2} + [\mu F(\alpha+\beta) + F'(\alpha+\beta)]^{-2} \quad (24)$$

gdzie:

$$F(\xi) = -R + (a+R)\cos(\beta-\xi) + b\sin(\beta-\xi), \quad F'(\xi) = \frac{dF}{d\xi}$$

i poszukujemy jego minimum w obszarze  $\Omega$  technicznie dopuszczalnych wartości parametrów:

$$\min_{\Omega} f \quad (25)$$

$$\Omega: \left\{ \bar{a} \leq a \leq \bar{a}, \bar{b} \leq b \leq \bar{b}, \bar{\alpha} \leq \alpha \leq \bar{\alpha}, \bar{\beta} \leq \beta \leq \bar{\beta}, \bar{R}_0 \leq R_0 \leq \bar{R}_0, \bar{R} \leq R \leq \bar{R}, \bar{s} \leq s \leq \bar{s}, \bar{l} \leq l \leq \bar{l}, \bar{P}_{10} \leq P_{10} \leq \bar{P}_{10}, \bar{\eta} \leq \eta \leq \bar{\eta} \right\}. \quad (26)$$

Wartości oznaczone kreską i dwiema kreskami przedstawiają stałe ograniczające wartości poszczególnych parametrów.

Przy wyznaczaniu minimum funkcjonału można przyjąć, że część parametrów jest ustalona i prowadzić optymalizację jedynie względem pozostałej części parametrów, traktując je jako zmienne.

Występujące we wzorze (24) wyrażenia  $\mu F(\xi) - F'(\xi)$  oraz  $\mu F(\xi) + F'(\xi)$  są proporcjonalne do momentów sił wypadkowych, działających na klocki w położeniu  $\xi = 0$  dla szczęki przeciwbieżnej i  $\xi = \alpha + \beta$  dla szczęki współbieżnej, względem osi obrotu ramion szczęk. Mają one charakter oceny stopnia samohamowności badanego układu.

Wybór funkcjonału w postaci (24) podyktowany został dwoma zasadniczymi postulatami. Po pierwsze z faktu  $f \xrightarrow{\Omega} f_{\min}$  wynikać powinno  $M_0 \xrightarrow{\Omega} M_{\min}$ ,  $M_{11} \xrightarrow{\Omega} M_{11 \min}$ . Zapewniają to dwa pierwsze wyrazy (24). Po drugie, z faktu  $f \xrightarrow{\Omega} f_{\min}$  wynikać powinien ponadto taki wybór rozwiązania, czyli wartości parametrów ze zbioru  $\Omega$ , aby ocena samohamowności układu, zastosowana jako funkcja kary, nałożona na poszukiwane rozwiązanie, prowadziła do najlepszego spełnienia warunków  $(\mu F(\alpha) - F'(\alpha))^2 \xrightarrow{\Omega} (\mu F(\alpha) - F'(\alpha))_{\max}^2$  oraz  $(\mu F(\alpha+\beta) + F'(\alpha+\beta))^2 \xrightarrow{\Omega} (\mu F(\alpha+\beta) + F'(\alpha+\beta))_{\max}^2$ . Stąd więc wyrażenia te

znalazły się w (24) w potęgde -2.  
Ten ostatni postulat jednocześnie pozwala na spełnienie istotnego warunku technicznego - maksymalnie dobrej sterowalności procesem hamowania.

### 6. Przykład

Rozważmy hamulec, którego parametry mają następujące wartości, odczytane z rysunków konstrukcyjnych jednego z produkowanych i eksploatowanych hamulców [3]:

$$\begin{aligned} R &= 2.88 \text{ m,} \\ a &= 0.12 \text{ m,} \\ b &= 4.31 \text{ m,} \\ s &= 0.15 \text{ m,} & l &= 0.25 \text{ m,} \\ p_{20} &= 6.67 \cdot 10^4 \text{ N/m}^3, \\ p_{10} &= 5 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2, \\ \alpha &= 26^\circ 30', \\ \beta &= 34^\circ 30', \\ \eta &= 20^\circ 40'. \end{aligned}$$

Na podstawie wykonanych na maszynie cyfrowej obliczeń otrzymano

$$M_0 = 12050 \text{ Nm,}$$

$$M_{11} = 906830 \text{ Nm.}$$

Stąd wynika, że parametry rozważanego hamulca nie zapewniają równowagi dynamicznej ramion szczęk. Hamulec ten zresztą wykazał w czasie eksploatacji znaczne tendencje do drgań samowzbudnych [3].

Przeprowadźmy minimalizację momentów sił  $M_0$  i  $M_{11}$ . W tym celu rozważmy dwa przypadki.

W pierwszym przypadku przyjęto następujące stałe wartości parametrów

$$\begin{aligned} R &= 2.88, \\ s &= 0.15 \text{ m,} \\ l &= 0.25 \text{ m,} \\ p_{10} &= 5 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2, \\ \alpha + \beta &= 61^\circ, \end{aligned}$$

i poszukiwano  $f(a, b, \alpha, \beta, p_{20}) = \min$ , narzucając w postaci ograniczeń jedynie nieujemność zmiennych parametrów.

Zastosowano w tym celu metodę bezgradientową Fletcher'a - Powell'a [4]. Obliczenia przeprowadzono na maszynie cyfrowej Odra 1204.

Uzyskano następujące wartości parametrów

$$\begin{aligned} a &= 0,17 \text{ m,} \\ b &= 4,30 \text{ m,} \\ p_{20} &= 9 \cdot 10^{12} \text{ N/m}^3, \\ \alpha &= 26^\circ 30', \\ \beta &= 34^\circ 30', \end{aligned}$$

dla których

$$\begin{aligned} M_0 &= -3,1 \cdot 10^{-1} \text{ Nm,} \\ M_{11} &= -1,31 \cdot 10^{-1} \text{ Nm.} \end{aligned}$$

W drugim przypadku przyjęto nieco inne stałe parametry:

$$\begin{aligned} s &= 0,13 \text{ m,} \\ \alpha + \beta &= 60^\circ, \end{aligned}$$

pozostałe zaś jak poprzednio.

W wyniku minimalizacji funkcjonu (24) uzyskano:

$$\begin{aligned} a &= 0,48 \text{ m,} \\ b &= 1,23 \text{ m,} \\ p_{20} &= 7,7 \cdot 10 \text{ N/m}^3, \\ \alpha &= 31^\circ 42', \\ \beta &= 28^\circ 18', \\ M_0 &= 4,3 \cdot 10^{-2} \text{ Nm,} \\ M_{11} &= 2,6 \cdot 10^{-4} \text{ Nm.} \end{aligned}$$

Jak widać niewielka zmiana wartości  $s$  i  $\alpha + \beta$  prowadzi do dość istotnych różnic dotyczących pozostałych parametrów, jak i ostatecznej wartości  $M_0$ ,  $M_{11}$ .

## 7. Zakończenie

W niniejszej pracy przedstawiono analizę prawidłowego funkcjonowania hamulca oiernego stosowanego w postaci urządzenia awaryjnego w maszynach wyciągowych. Jako układ mechaniczny, w którym występuje sprzężenie poprzez siły tarcia suchego, w pewnych warunkach hamulec może wykazywać tendencje do drgań samowzbudnych, które zmniejszają znacznie efektywność jego działania. Poradto drgania te mogą emitować fale akustyczne, uciążliwe dla obsługującego personelu.

W pracy wprowadzono zależności/wiążące parametry geometryczne hamulca oraz jego charakterystyki sprężyste i oierne/spelnienie których gwarantuje równomierną pracę hamulca w otoczeniu położenia równowagi.

W rzeczywistych warunkach zależności te na ogół nie mogą być spełnione idealnie. W pracy podana została metoda optymalnego ich spełnienia, w zakresie narzuconych ograniczeń.

Przedstawiono przykład numeryczny takiej optymalizacji. Niniejsze rozważania dają istotne uogólnienie znanych z literatury [2], warunków prawidłowego funkcjonowania hamulca. Przy wprowadzaniu ostatecznych warunków przyjęto, że rozkład nacisków powierzchniowych między klockiem i bębniem ma kształt sinusoidalny. Nie stoi na przeszkodzie, by zamiast tego założenia wprowadzić inną funkcję rozkładu nacisków, będącą lepszą aproksymacją rzeczywistego ich rozkładu, w przypadku dysponowania wiarygodnymi danymi eksperymentalnymi.

W rozwiązaniach dotyczących modyfikacji parametrów hamulca prowadzących do optymalnego spełnienia wyznaczonych warunków przyjęto jako funkcję jakości funkcjonał o postaci (24). Nie przedstawia on jednak jedynej możliwości. W szczególności istotną sprawą wydaje się wprowadzenie wag zarówno do jednego z wyrażeń  $M_0$ ,  $M_{11}$  jak i do poszczególnych parametrów składających się na nie.

W obliczeniach numerycznych poszukiwania minimum wybranego funkcjonału istotnym jest prawidłowy dobór parametrów stałych oraz zmiennych. Oczywiście najlepszą byłaby minimalizacja względem wszystkich parametrów, jednak wtedy program obliczeń okazałby się bardzo skomplikowany, a błędy metody numerycznej – współmierne z przedziałami ograniczającymi wartości parametrów. W celu prawidłowego wyboru zmiennych parametrów powinna być wstępnie przeprowadzona analiza czułości parametrycznej funkcjonału jakości [5]:

### Literatura

- 1 Findeisen W., Szymanowski J., Wierzbicki A.: Teoria i metody obliczeniowe optymalizacji, PWN, Warszawa 1977.
- 2 Нариншев Н.С., Тормозные устройства шахтных подъёмных машин, Из-во Недр, Москва 1968.
- 3 Kuroski W., Muszyńska A., Radziszewski B., Wicher J., Zaleski A., Ziomba S.: Analiza przyczyn powstawania drgań samowzbudnych maszyny wyciągowej przy hamowaniu awaryjnym, Sprawozdanie ZUM IPPT PAN, 1975
- 4 Powell M.J.D.: An efficient method of finding the minimum of a function of several variables without calculating derivatives, The Com. J., nr. 7, 1964.
- 5 Tomović B., Vukobratović M., Opšta teorija osetljivosti Institut "Kirilo Savic", Beograd 1969.

## CONDITIONS OF THE DYNAMIC EQUILIBRIUM OF A HOIST FRICTION BRAKE

Taking into account some assumptions the differential equations of the brake beams of a mine lift brake are derived in the paper.

The special attention is devoted to equilibrium conditions of the brake beams. The satisfying of these conditions insure a relatively uniform braking in the neighbourhood of the equilibrium and eliminate rise of self-excited vibration.

The analytical form of the equilibrium conditions mainly depends on the distributions of specific pressure between the drum and the brake shoes. In calculated examples of parameters of a brake, performed with help a digital computer there is taken into account that this distribution has a sinusoidal shape. An optimal values of the parameters are found as a solution of a some extremum problem.

## УСЛОВИЯ ДИНАМИЧЕСКОГО РАВНОВЕСИЯ ФРИКЦИОННОГО ТОРМОЗА ПОДЪЕМНЫХ

## МАШИН

При некоторых предположениях в работе выведены уравнения движения тормозных балок исполнительного органа тормоза шахтной подъемной машины.

Особое внимание уделяется условиям равновесия тормозных балок, обеспечивающим относительно равномерное торможение в окрестности равновесия и исключающим возможность возникновения самовозбуждающихся колебаний.

Подчеркнуто, что аналитический вид условий равновесия зависит в основном от распределения удельных давлений на прессмассовые тормозные колодки. В приведенных примерах расчета значений параметров исполнительного органа тормоза выполненных на ЭВМ предполагается, что это распределение является синусоидальным. Оптимальные значения этих параметров получаются как решение задачи минимизации некоторого функционала.