

Kazimierz A. SALEWICZ
Instytut Geofizyki PAN

WPIĘTYW BŁĘDÓW PLANOWANIA ZAPOTRZEBOWANIA WODY PRZEZ ODBIORCÓW
NA REZULTATY STEROWANIA BIEŻĄCYM ROZDZIAŁEM ZASOBÓW PRZEZ KOORDYNATORA

Streszczenie. W dwuwarstwowej strukturze układu sterowania rozdziałem zasobów wodnych warstwa niższa realizująca bieżący rozdział zasobów składa się z koordynatora oraz szeregu jednostek lokalnych. W pracy przedstawione zostały rezultaty analityczne pokazujące zależność pomiędzy stopniem zniekształcenia informacji przekazywanej koordynatorowi przez lokalne jednostki decyzyjne, a wynikającymi stąd wartościami zmiennych decyzyjnych. Porównań dokonano względem przypadku idealnego - przy wymianie informacji prawdziwej.

1. WPROWADZENIE

Kontynuacją i rozwinięciem przedstawianych na przykład w pracach [1], [2], [3] badań nad zagadnieniami sterowania operacyjnego w systemach wodnych są problemy dotyczące własności mechanizmów, jakie mogą być stosowane w hierarchicznych układach sterowania systemami wodnymi do odpowiedniego (ze względu na stan zasobów wodnych systemu i cele jego funkcjonowania) kształtowania zachowania użytkowników wody. Umożliwia to bowiem pośrednie oddziaływanie układu sterowania na bilans wodny systemu "od strony" użytkowników wody. W pracy [2] (oraz [3], [4]) przedstawiono opis metody sterowania systemem wodno-gospodarczym GOP w dwuwarstwowej strukturze układu sterowania przy zastosowaniu mechanizmu cenowego oraz korekcji cen do wyznaczania na bieżąco decyzji o rozdziale zasobów wodnych systemu pomiędzy wyróżnionych użytkowników wody. Istota przedstawionej w cytowanej już pracy [2] koncepcji sterowania sprowadza się do wydzielenia w strukturze układu sterowania systemem wodnym dwóch warstw:

- warstwy wyższej - planowanie retencji w horyzoncie czasowym o długości kilkunastu tygodni

oraz

- warstwy sterowania bieżącego (warstwy niższej).

W wyniku rozwiązania przez warstwę wyższą zadania planowania retencji (p. [3], [4]) określony zostaje plan retencji dany za pomocą pożądanego przebiegów $W(t)$ trajektorii zmiennych stanu zbiorników systemu i obowiązujący w okresie czasu pomiędzy kolejnymi interwencjami warstwy wyższej.

Z kolei niższa warstwa układu sterowania pełni dwie podstawowe funkcje :

- steruje retencją zbiorników na krótkim horyzoncie czasu (np. tygodnia),
- dokonuje racjonalnego rozdziału zasobów wodnych, których wielkość wynika między innymi z ustalonego planu retencji.

Warstwa sterowania bieżącego ma budowę dwupoziomową. Składa się z jednostki centralnej zwanej koordynatorem oraz szeregu jednostek lokalnych odpowiadających użytkownikom wody.

Celem działania koordynatora jest sterowanie retencją, której plan \bar{w} wyznaczony został przez rozwiązanie zadania planowania retencji. Sterowanie retencją w warstwie niższej odbywa się za pośrednictwem cen p dobieranych przez koordynatora i zadawanych jednostkom lokalnym. Szczegółowy opis funkcjonowania warstwy sterowania bieżącego w oparciu o algorytm posiadający formę złożonego, nieliniowego sprzężenia od stanu systemu $w(t)$ znaleźć można w pracach [2] , [3] , [4] .

Obecnie będziemy chcieli przedstawić na uproszczonym modelu skutki przekazywania koordynatorowi zniekształconych (przez lokalnych decydentów) wartości ustalanych przez nich zmiennych decyzyjnych podczas trwania procesu "negocjacji" , których celem jest dokonanie optymalnego rozdziału ustalonego wolumenu zasobów d .

2. SFORMUŁOWANIE I ANALIZA PROBLEMU

Rozważania prowadzić będziemy na przykładzie prostego systemu składającego się z jednego zbiornika i dwóch odbiorców wody, charakteryzowanych poprzez wielkości zapotrzebowań z_1 i z_2 .

Założenia, składające się na sformułowanie badanego problemu przedstawiają się następująco :

/1/ w chwilach czasu j , $i_1 < j < i_{1+1}$, $l = 1, 2, \dots$, gdzie i_l są chwilami rozwiązywania zadania planowania retencji, koordynator ma za zadanie rozdzielić ilość d [m^3] wody pomiędzy dwóch odbiorców tak, aby minimalizować wskaźnik jakości

$$J = v_1 (z_1 - m_1)^2 + v_2 (z_2 - m_2)^2 , \quad /1/$$

gdzie:

v_1 , v_2 - są współczynnikami wagowymi związanymi odpowiednio z odbiorcami nr 1 i nr 2 , v_1 i $v_2 > 0$;

z_1 , z_2 - są wielkościami zapotrzebowań tych odbiorców na wodę ;

m_1 , m_2 - reprezentują zmienne decyzyjne, czyli wielkości przerzutów wody do odbiorców.

Przyjmujemy dla uproszczenia, że

$$\left. \begin{aligned} 0 \leq m_1 \leq z_1 \\ 0 \leq m_2 \leq z_2 \end{aligned} \right\} \quad /2/$$

oraz

$$m_1 + m_2 = d \quad /3/$$

/ii/ Rozwiązanie zadania stojącego przed koordynatorem odbywa się w ten sposób, że :

a/ koordynator zadaje cenę p ,

b/ odbiorca 1 podaje koordynatorowi błędną planowaną wielkość poboru m_1 odpowiadającą cenie p i opisaną formułą :

$$I/ \alpha \left(z_1 - \frac{p}{2v_1} \right) = \hat{m}_1(p) \quad /4/$$

$$II/ \left(\alpha z_1 - \frac{p}{2v_1} \right) = \hat{m}_1(p) \quad /5/$$

gdzie: $\alpha \neq 1$, $\alpha > 0$.

c/ odbiorca 2 podaje koordynatorowi faktyczną wielkość poboru m_2 odpowiadającą cenie p , wyznaczoną zgodnie ze wzorem :

$$\hat{m}_2(p) = \left(z_2 - \frac{p}{2v_2} \right) \quad /6/$$

d/ w chwili, gdy spełniony jest warunek

$$\hat{m}_1(p) + \hat{m}_2(p) = d \quad /7/$$

rozwiązane jest zadanie koordynatora, czyli określona zostaje cena \hat{p} , dla której rozwiązania zadań lokalnych spełniają /3/.

/iii/ Po rozwiązaniu zadania koordynatora możliwe są dwa sposoby jego oddziaływania na jednostki lokalne :

A/ koordynator zadaje lokalnym jednostkom decyzyjnym (odbiorcom) cenę \hat{p} , na podstawie której każdy z odbiorców określa wielkość poboru wody \hat{m} rozwiązując odpowiednie zadania lokalne :

odbiorca 1.

$$\min [J_1 = v_1(z_1 - m_1)^2 + \hat{p} \cdot m_1] \quad /8/$$

$$0 \leq m_1 \leq z_1$$

odbiorca 2.

$$\min [J_2 = v_2(z_2 - m_2)^2 + \hat{p} \cdot m_2] \quad /9/$$

$$0 \leq m_2 \leq z_2$$

B/ koordynator ustala za pośrednictwem cen takie przydziały \hat{m}_1, \hat{m}_2 wody dla poszczególnych odbiorców, jakie wynikają z rozwiązania zadania koordynacji, czyli spełniają warunek :

$$\hat{m}_1(\hat{p}) + \hat{m}_2(\hat{p}) = d.$$

W pracy [4] szczegółowo przeanalizowano konsekwencje, jakie powoduje u odbiorców wody oraz u koordynatora fakt występowania błędów w przekazywanych przez odbiorcę nr 1 wielkościach jego zapotrzebowania z_1 lub poboru m_1 . Porównań dokonywano względem sytuacji idealnej

$$\hat{p}_0 = 2v_1v_2 \frac{z_1 + z_2 - d}{v_1 + v_2} \quad /10/$$

$$\hat{m}_{10} = \frac{v_1 z_1 + v_2 (d - z_2)}{v_1 + v_2} \quad /11/$$

$$\hat{m}_{20} = \frac{v_2 z_2 + v_1 (d - z_1)}{v_1 + v_2} \quad /12/$$

a więc dla $\alpha = 1$.

Zakładamy tutaj, że :

$$0 \leq \hat{p}_0 \leq \min \{ 2v_1 z_1 ; 2v_2 z_2 \} \quad /13/$$

co oznacza rozpatrywanie sytuacji deficytowej, mającej miejsce wówczas, gdy :

$$z_1 + z_2 > d.$$

Przypadek 1 /I.A./

Zakładamy, że :

- odbiorca nr 1 podaje koordynatorowi planowaną wielkość swego poboru wyznaczoną zgodnie z formułą /4/ (przypadek I):

$$\hat{m}_{1I}(p) = \alpha (z_1 - \frac{p}{2v_1})$$

- po rozwiązaniu swego zadania koordynator przesyła odbiorcom cenę \hat{p} , na podstawie której oni sami ustalają faktyczną wielkość poboru (przypadek A' bezpośredniego zastosowania cen do sterowania rozdziałem wody).

Z warunku /7/ wynika, że cena koordynująca \hat{p}_I spełnia warunek

$$\alpha (z_1 - \frac{\hat{p}_I}{2v_1}) + (z_2 - \frac{\hat{p}_I}{2v_2}) = d$$

stąd

$$\hat{p}_I = \frac{2v_1v_2}{v_1 + \alpha v_2} (\alpha z_1 + z_2 - d). \quad /14/$$

Jak już mówiliśmy, deficyt ma miejsce wówczas, gdy

$$z_1 + z_2 - d \geq 0.$$

Przy ustalonym α deficyt "widziany" przez koordynatora ma miejsce

wówczas, gdy

$$\alpha z_1 + z_2 - d \geq 0. \quad /15/$$

W związku z tym :

- jeśli $0 < \alpha < 1$, to możliwe są 2 przypadki :

1) $z_1 + z_2 > d$, ale $\alpha z_1 + z_2 \leq d$.

Wówczas ma miejsce deficyt, ale błąd wprowadzony przez odbiorcę nr 1 powoduje, że koordynator nie dostrzega deficytu i postępuje tak jak gdyby zachodziła idealna równowaga pomiędzy zapotrzebowaniami a zasobami ($\alpha z_1 + z_2 = d$), lub też oczekuje, że zapotrzebowanie jest mniejsze od zasobów ($\alpha z_1 + z_2 < d$).

W obu tych przypadkach można przyjąć, że koordynator ustala cenę $\hat{p}_I = 0$, co można uzasadnić tym, że : albo koordynator ma możliwość zmagazynowania nadmiaru wody, albo dysponuje jeszcze inną zmienną decyzyjną, za pomocą której może nadmiar wody zniwelować, albo też może wymusić na odbiorcach takie \hat{z}_1 i \hat{z}_2 , które powodują zrównoważenie poborów z wielkością zasobów.

W tej sytuacji pobory ustalone dla ceny $\hat{p} = 0$ przez odbiorców są następujące :

$$\hat{m}_{1IA} = z_1 \quad /16/$$

$$\hat{m}_{2IA} = z_2 \quad /17/$$

Powoduje to oczywiście, że

$$\hat{m}_{1IA} + \hat{m}_{2IA} = z_1 + z_2 > d,$$

co oznacza, że odbiorcy pobiorą więcej wody niż się tego spodziewał koordynator, a tym samym spowodują powstanie w zbiorniku nieprzewidzianego deficytu.

Równocześnie

$$\Delta m_{1IA} = \hat{m}_{1IA} - \hat{m}_{10} = \frac{v_2(z_1 + z_2 - d)}{v_1 + v_2} > 0 \quad /18/$$

$$\Delta m_{2IA} = \hat{m}_{2IA} - \hat{m}_{20} = \frac{v_1(z_1 + z_2 - d)}{v_1 + v_2} > 0$$

co oznacza, że obaj odbiorcy pobiorą więcej wody niż pobraliby gdyby $\alpha = 1$.

"Koszty" ponoszone przez odbiorców wody i wyrażane ich wakałkami jakości (patrz /8/, /9/) są równe :

$$J_{1I} = 0$$

$$J_{2I} = 0.$$

W porównaniu z sytuacją idealną, gdy $\alpha = 1$,

$$\Delta^{-} J_{1IA} = J_{1IA} - J_{10} = \frac{(z_1 + z_2 - d)}{(v_1 + v_2)^2} v_1 v_2 \left[v_2(z_1 + z_2 - d) + 2(z_1 v_1 + v_2 d - v_2 z_2) \right] < 0$$

$$\Delta J_{2IA} = J_{2IA} - J_{20} = \frac{(z_1 + z_2 - d)}{(v_1 + v_2)^2} v_1 v_2 [v_2(z_1 + z_2 - d) + 2(z_2 v_2 + v_1 d - v_1 z_1)] < 0.$$

Oznacza to, że zaniżanie wielkości poborów przez odbiorcę 1 powoduje je zysk u obu odbiorców w stosunku do sytuacji, gdyby nie było błędów.

2. Jeśli $z_1 + z_2 > d$ i $\alpha z_1 + z_2 > d$, to wówczas, mimo zaniżania poborów wody przez odbiorcę 1, koordynator przewiduje deficyt wody w systemie.

Dla ceny

$$\hat{p}_I = \frac{2v_1 v_2}{v_1 + \alpha v_2} (\alpha z_1 + z_2 - d)$$

odbiorcy, rozwiązując swe zadania /8/ i /9/, ustalają pobory wody :

$$\hat{m}_{1IA}(\hat{p}_I) = \frac{z_1 v_1 - v_2 z_2 + v_2 d}{v_1 + \alpha v_2} \quad /19/$$

$$\hat{m}_{2IA}(\hat{p}_I) = \frac{\alpha v_2 z_2 - \alpha v_1 z_1 + v_1 d}{v_1 + \alpha v_2} \quad /20/$$

Określmy teraz

$$\begin{aligned} \Delta p_I &= p_I - p_0 = \\ &= \frac{2v_1 v_2 (\alpha - 1)}{(v_1 + v_2)(v_1 + \alpha v_2)} v_1 z_1 + v_2 (d - z_2) < 0. \quad /21/ \end{aligned}$$

Powyższa nierówność oznacza, że cena wody ustalona przez koordynatora w sytuacji, gdy odbiorca 1 zaniża wielkość swych poborów wody jest niższa niż w przypadku, gdyby odbiorca 1 podawał faktyczną bezbłędnie planowaną wielkość poboru wody. Wynika to z faktu, że koordynator spodziewa się mniejszego deficytu wody niż ma to miejsce w rzeczywistości. To powoduje, że

$$\Delta m_{1IA} = \hat{m}_{1IA} - \hat{m}_{10} = \frac{v_2 (\alpha + 1)}{(v_1 + v_2)(v_1 + \alpha v_2)} - [v_2(z_2 - d) - v_1 z_1] > 0 \quad /22/$$

$$\Delta m_{2IA} = \hat{m}_{2IA} - \hat{m}_{20} = \frac{v_1 (\alpha - 1)}{(v_1 + v_2)(v_1 + \alpha v_2)} [v_2(z_2 - d) - v_1 z_1] > 0 \quad /23/$$

a więc obaj odbiorcy pobierają więcej wody, niż pobraliby gdyby $\alpha = 1$.

Jeśli przez \hat{m}_{1IK} , \hat{m}_{2IK} oznaczymy ilości wody, które przewiduje koordynator przydzielić odbiorcom, to wówczas

$$\hat{m}_{1IK} = \frac{(v_1 z_1 - v_2 z_2 + v_2 d)}{v_1 + \alpha v_2} \quad /24/$$

$$\hat{m}_{2IK} = \frac{\alpha v_2 z_2 - \alpha v_1 z_1 + v_1 d}{v_1 + \alpha v_2} \quad /25/$$

$$1 \quad \hat{m}_{1IA} - \hat{m}_{1IK} = (1 - \alpha) \frac{(v_1 z_1 - v_2 z_2 + v_2 d)}{v_1 + \alpha v_2} > 0 \quad /26/$$

$$\hat{m}_{2IA} - \hat{m}_{2IK} = 0, \quad /27/$$

co oznacza, że odbiorca 1 weźmie więcej wody niż się tego spodziewał koordynator, natomiast odbiorca 2 weźmie jej tyle, ile koordynator przewidywał.

Oszacujmy teraz ΔJ_{1IA} dane jako :

$$\Delta J_{1IA} = v_1 (z_1 - \hat{m}_{1IA})^2 + \hat{p}_1 \cdot \hat{m}_{1IA} + v_1 (z_1 - \hat{m}_{10})^2 - \hat{p}_0 \cdot \hat{m}_{10} \quad /28/$$

Jak wynika z prostych obliczeń ΔJ_{1IA} jest kwadratową funkcją α i dla

$$\alpha \in \left(-\frac{2v_1 + v_2}{v_2}; 1 \right) \Delta J_{1IA} \text{ jest ujemne, natomiast dla pozostałych } \alpha - \text{nieujemne.}$$

Stąd też wynika, że dla $\alpha \in (0, 1)$ $\Delta J_{1IA} < 0$. Oznacza to, że odbiorca nr 1 w wyniku popełnianego przez siebie błędu ponosi mniejsze koszty, niż w przypadku podawania koordynatorowi prawdziwych wartości swych poborów wody.

Równocześnie

$$\Delta J_{2IA} = -v_2 \cdot \Delta m_{2IA} \cdot (\Delta m_{2IA} - 2 \hat{m}_{20}) \quad /29/$$

Stąd po dokonaniu szeregu przekształceń uzyskujemy następujące wnioski:

- dla (z_1, z_2) znajdujących się w obszarze spełniającym układ nierówności

$$\left. \begin{aligned} z_2 &\geq z_1 \frac{v_1}{v_2} - \frac{d v_1}{\alpha v_2} \\ z_2 &< z_1 \frac{v_1}{v_2} - d \frac{v_1}{v_2} \frac{v_2 + \alpha v_2 + 2v_1}{v_1 + \alpha v_1 + 2\alpha v_2} \end{aligned} \right\} \quad /30/$$

$$\Delta J_{2IA} > 0.$$

Oznacza to, że odbiorca 2 zyskuje na ilości pobieranej przez siebie wody ($\Delta m_{2IA} > 0$), lecz traci na wartości swego wskaźnika jakości.

- jeśli natomiast (z_1, z_2) znajdują się w obszarze ograniczonym przez nierówności

$$z_2 \geq \frac{v_1}{v_2} z_1 - \frac{v_1 d}{\alpha v_2} \quad /31/$$

$$z_2 > z_1 \frac{v_1}{v_2} - d \frac{v_1}{v_2} \frac{v_2 + \alpha v_2 + 2v_1}{v_1 + \alpha v_2 + 2\alpha v_2} \quad /32/$$

to wówczas

$$\Delta J_{2IA} < 0,$$

co oznacza, że odbiorca ten zyskuje tak na ilości pobieranej przez siebie wody, jak i na wartości swego wskaźnika jakości.

- W ostatnim wreszcie przypadku, dla (z_1, z_2) spełniających nierówność /31/ oraz równanie

$$z_2 = z_1 \frac{v_1}{v_2} - d \frac{v_1}{v_2} \cdot \frac{v_2 + \alpha v_2 + 2v_1}{v_1 + \alpha v_1 + 2\alpha v_2}$$

odbiorca nr 2 zyskuje na ilości pobieranej przez siebie wody, natomiast nie zyskuje ani też nie traci na wartości swego wskaźnika jakości.

Wszystkie porównania i wnioski wyciągane są względem przypadku, gdy $\alpha = 1$.

W podsumowaniu przeprowadzonych dotychczas rozważań możemy stwierdzić, że zaniechanie przez odbiorcę nr 1 ($\alpha < 1$) wielkości poborów wody, jakie zgłasza koordynatorowi powoduje, że obniża się cena za wodę, obaj odbiorcy pobierają jej więcej niżby brali w warunkach podawania koordynatorowi prawdziwych informacji oraz odbiorca nr 1 zawsze zyskuje na wartości swego wskaźnika jakości, natomiast odbiorca nr 2 czasami traci (patrz /30/)

Obecnie omówić możemy przypadek, gdy $\alpha > 1$, co oznacza, że odbiorca 1 zawyża wielkości pobieranej przez siebie wody, Wtedy to

$$\alpha z_1 + z_2 - d > 0$$

nawet wówczas, gdy

$$z_1 + z_2 = d,$$

a więc koordynator "widzi" deficyt nawet wówczas, gdy on faktycznie nie występuje. Natychmiastową konsekwencją tego faktu jest, że

$$\Delta p_I > 0, \quad (\text{bo } (\alpha - 1) < 0),$$

co oznacza wzrost ceny koordynującej zadanie rozdziału zasobu d pomiędzy użytkowników.

W rezultacie z nierówności /22/ i /23/ wynika, że

$$\Delta m_{1IA} < 0 \quad /33/$$

$$\Delta m_{2IA} < 0 \quad /34/$$

a więc obaj odbiorcy pobierają mniej wody, niżby to miało miejsce w przypadku przekazywania koordynatorowi przez odbiorcę nr 1 prawdziwej ($\alpha = 1$) wielkości jego poboru wody. Równocześnie odbiorca 1 pobierze mniej wody

niż przewiduje to koordynator, bo

$$\hat{m}_{1IA} - \hat{m}_{1IK} < 0 \quad \text{patrz wzór /26/}$$

Jeśli weźmiemy pod uwagę wskaźniki jakości obu odbiorców wody, to biorąc pod uwagę, że $\alpha > 1$ możemy stwierdzić, że :

- $\Delta J_{1IA} > 0$, co oznacza, że odbiorca nr 1 oprócz tego, że na skutek zawyżania wielkości swych poborów wody otrzyma jej mniej niż w przypadku gdyby przekazywał koordynatorowi bezbłędne informacje, to jeszcze dodatkowo poniesie większe "koszty",
- jeśli natomiast idzie o odbiorcę nr 2, to dla

$$z_2 \geq z_1 \frac{v_1}{v_2} - d \frac{v_1}{\alpha v_2}$$

$$\Delta J_{2IA} > 0,$$

a tym samym odbiorca ten jest również poszkodowany na skutek przekazywania z błędem wielkości poboru wody przez odbiorcę nr 1.

Generalny wniosek, jaki nasuwa się z przeprowadzonej analizy bezpośredniego zastosowania cen do sterowania odbiorcami można wypowiedzieć następująco : występujące u odbiorców wody skutki przekazywania koordynatorowi błędnych planowanych poborów wody przez użytkownika charakteryzuje się tendencją przeciwną do tej, z jaką zniekształcona była informacja przekazywana koordynatorowi.

Z braku miejsca nie jesteśmy w stanie przytoczyć szczegółów analizy przeprowadzonej dla pozostałych trzech przypadków. Jej wyniki w dużym skrócie przedstawiają się następująco :

Przypadek 2 /I.B/

Zakładamy, że :

- odbiorca nr 1 podaje koordynatorowi błędną planowaną wartość swego poboru wody wyznaczoną zgodnie z formułą /4/

$$\hat{m}_{1I}(p) = \alpha \left(z_1 - \frac{p}{2v_1} \right)$$

- po spełnieniu przez \hat{m}_{1I} i \hat{m}_{2I} warunku koordynacji /7/ koordynator wyznacza wartości przerzutów wody do obu odbiorców na podstawie ceny

$$p_I = \frac{2v_1v_2}{v_1 + \alpha v_2} (\alpha z_1 + z_2 - d)$$

i wartości te są dane wzorami :

$$\hat{m}_{1IB} = \alpha \frac{(v_1 z_1 - v_2 z_2 + v_2 d)}{v_1 + \alpha v_2} \quad /35/$$

$$\hat{m}_{2IB} = \frac{\alpha v_2 z_2 - \alpha v_1 z_1 + v_1 d}{v_1 + \alpha v_2} \quad /36/$$

Wobec tego :

$$\Delta m_{1IB} = \hat{m}_{1IB} - \hat{m}_{10} = \alpha - 1 \left(v_1 \frac{v_1 z_1 - v_2 z_2 + v_2 d}{(v_1 + v_2)(v_1 + v_2 \alpha)} \right) \quad /37/$$

$$\Delta m_{2IB} = \hat{m}_{2IB} - \hat{m}_{20} = (\alpha - 1) v_1 \frac{v_1 z_1 - v_2 z_2 + v_2 d}{(v_1 + v_2)(v_1 + \alpha v_2)} \quad /38/$$

Stąd też :

1/ jeżeli $0 < \alpha < 1$, to

$$\left. \begin{array}{l} \Delta m_{1IB} < 0 \\ \Delta m_{2IB} > 0 \end{array} \right\} \quad /39/$$

2/ jeżeli $\alpha > 1$, to wówczas

$$\left. \begin{array}{l} \Delta m_{1IB} > 0 \\ \Delta m_{2IB} < 0 \end{array} \right\} \quad /40/$$

Równocześnie

$$\hat{m}_{1IB} + \hat{m}_{2IB} = d,$$

co oznacza, ściśle realizowanie planu rozdziału zasobów określonych wielkością d .

Można powiedzieć, że w przypadku tym ściśle realizowana jest polityka retencji, a tendencja zmian ilości wody przydzielanej odbiorcy nr 1 jest zgodna z tendencją z jaką zniekształcał on informację przykazywaną koordynatorowi, natomiast w odniesieniu do odbiorcy nr 2 tendencje te są odwrotne.

Przypadek 3 (II.A)

Odbiorca nr 1 przekazuje do koordynatora wielkości przewidywanego przez siebie poboru wody, określonego zależnością /5/

$$\hat{m}_{1II} = \alpha z_1 - \frac{p}{2v_1},$$

podczas gdy odbiorca nr 2 podaje koordynatorowi faktyczną wielkość poboru m_2 odpowiadającą cenie p i określoną wg wzoru :

$$\hat{m}_{2II} = z_2 - \frac{p}{2v_2}.$$

Koordynator po rozwiązaniu zadania rozdziału zasobów przekazuje odbior-

com cenę \hat{p}_{II} , dla której spełniony jest warunek /7/, a zatem

$$\hat{p}_{II} = \frac{2v_1v_2 (\alpha z_1 + z_2 - d)}{v_1 + v_2} \quad /41/$$

Stąd wynikają następujące wnioski :

1/ jeśli $0 < \alpha < 1$ wówczas $\Delta p_{II} < 0$,

$$\Delta m_{1IIA} > 0$$

$$\Delta m_{2IIA} > 0,$$

Konsekwencją tego jest pobranie przez odbiorców większej niż przydzielona ilość wody, a tym samym pogorszenie realizacji polityki retencjonowania.

2/ jeśli $\alpha > 1$, to

$$\Delta p_{II} > 0$$

zaś

$$\Delta m_{1IIA} > 0$$

$$\Delta m_{2IIA} > 0,$$

co oznacza powiększenie wartości ceny koordynującej (poprzez sygnalizowanie koordynatorowi większego deficytu niż ma on miejsce w rzeczywistości) i w rezultacie - zmniejszenie ilości wody pobieranej przez poszczególnych odbiorców.

Przypadek 4 (II.B.)

Zakładamy tutaj, że :

- podobnie jak to miało miejsce w przypadku 3(II.B) odbiorca nr 1 podaje koordynatorowi wielkość swego poboru wody wyznaczoną zgodnie z formułą /4/ ;
- po spełnieniu przez \hat{m}_{1II} i \hat{m}_{2II} warunku koordynacji /7/ koordynator wyznacza wielkości przerzutów wody do obu odbiorców na podstawie ceny

$$\hat{p}_{II} = \frac{2v_1v_2 (\alpha z_1 + z_2 - d)}{v_1 + v_2}$$

i wielkości zmiennych decyzyjnych dane są wzorami :

$$\hat{m}_{1IIB} = \frac{\alpha v_1 z_1 - v_2 z_2 + v_2 d}{v_1 + v_2} \quad /42/$$

$$\hat{m}_{2IIB} = \frac{-\alpha v_1 z_1 + v_2 z_2 + v_1 d}{v_1 + v_2} \quad /43/$$

Ponieważ

$$\hat{m}_{1IIB} + \hat{m}_{2IIB} - d = 0,$$

stąd widać, że tak jak to miało miejsce w przypadku 2/IB/ - ściśle realizowana jest polityka retencji w systemie.

Równocześnie :

$$\Delta m_{1IIB} = \frac{(\alpha - 1)v_1 z_1}{v_1 + v_2} \quad /44/$$

$$\Delta m_{2IIB} = \frac{(1 - \alpha)v_1 z_1}{v_1 + v_2} \quad /45/$$

i tak :

1/ jeśli $0 < \alpha < 1$, to

$$\Delta m_{1IIB} < 0 \quad \text{i} \quad \Delta m_{2IIB} > 0$$

2/ natomiast, gdy $\alpha > 1$, wówczas

$$\Delta m_{1IIB} > 0 \quad \text{i} \quad \Delta m_{2IIB} < 0.$$

Interpretacja tych nierówności jest analogiczna do tej, jaka miała miejsce w przypadku 2/I.B/.

Na zakończenie warto jeszcze przedstawić porównanie wielkości zmiennych decyzyjnych ustalonych przy tym samym sposobie (I lub II) wprowadzania błędów informacji przekazywanej koordynatorowi, ale przy różnych metodach (A i B) wyznaczania tych wielkości.

I tak :

$$\hat{m}_{1IA} - \hat{m}_{1IB} = \frac{(1 - \alpha)(v_1 z_1 - v_2 z_2 + v_2 d)}{(v_1 + \alpha v_2)} \quad /46/$$

$$\hat{m}_{2IA} - \hat{m}_{2IB} = 0 \quad /47/$$

oraz

$$\hat{m}_{1IIA} - \hat{m}_{1IIB} = (1 - \alpha) z_1 \quad /48/$$

$$\hat{m}_{2IIA} - \hat{m}_{2IIB} = 0 \quad /49/$$

Zatem, gdy odbiorca nr 1 zaniża wielkość swego zapotrzebowania ($0 < \alpha < 1$) wówczas pobiera większe ilości wody wtedy, gdy sam na podstawie ceny ustala wielkość poboru wody. Gdy natomiast limity wody określa koordynator, wtedy z punktu widzenia odbiorcy nr 1 korzystnie jest zawiązać wielkość zapotrzebowania na wodę.

3. KOMENTARZ

Przedstawione w artykule wyniki rozważań pokazują skutki występowania błędów w informacji przekazywanej koordynatorowi w procesie sterowania bie-

żącego rozdziałem zasobów wodnych przy zastosowaniu dwóch podstawowych mechanizmów decyzyjnych : ustalania obowiązujących odbiorców wody bilansów wyznaczanych za pośrednictwem cen (pośrednie zastosowanie cen do sterowania) oraz bezpośredniego sterowania rozdziałem zasobów wodnych za pomocą cen, kiedy to odbiorcy sami decydują o wielkości poboru wody opierając się tylko na jej cenie wyznaczanej przez koordynatora. Rozważana sytuacja i dokonane oceny dotyczą przypadku statycznego, gdy rozdział zasobów wodnych traktowany jest jako akt jednorazowy dokonywany na krótkim horyzoncie czasu. Już w tak bardzo prostym przypadku jak omawiany, nie można przedstawić generalnej oceny, która by pozwalała na jednoznaczny wybór mechanizmu decyzyjnego. Wydaje się jednak, a przemawiają za tym argumenty przedstawione szerzej w pracy [4], gdzie zawarte są wyniki symulacji procesu sterowania bieżącego rozdziałem zasobów wodnych przy zastosowaniu metody wyznaczania bilansów oraz bezpośredniego stosowania cen, że korzystniejsze jest stosowanie bezpośrednich mechanizmów cenowych do sterowania bieżącego rozdziałem zasobów wodnych.

Literatura

- [1] K. Malinowski, K.A. Salewicz, T. Terlikowski - "Two - layer Hierarchical Control Structure for Multireservoir Water Systems" - w pracy pod red. W. Findeisana "Studies in Control Methodology for Water Resources Systems" - Raport Instytutu Automatyki P.W., Warszawa 1979
- [2] K.A. Salewicz, T. Terlikowski - "Układ sterowania rozdziałem wody na bieżąco w systemie wielozbiornikowym" - Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, s. Automatyka, z. 59, Gliwice 1981
- [3] K.A. Salewicz, T. Terlikowski, A. Bogobowicz, A. Kozłowski, E. Mrówka - "Opracowanie i próbne uruchomienie algorytmu sterującego zbiorem modeli dla systemu wodno-gospodarczego w regionie przemysłowym" - Raport z prac w temacie PR.7.05.01.23, INGW, Warszawa 1980.
- [4] K.A. Salewicz - "Zagadnienia syntezy wielowarstwowych układów sterowania systemami wodnymi" - Rozprawa doktorska, Wydział Elektroniki P.W., Warszawa 1982 .

EFFECT OF PLANNING ERRORS OF WATER DEMANDS ON THE RESULTS OF COORDINATOR
ON LINE CONTROL OF WATER RESOURCES ALLOCATION

Summary. The lower layer of two-layer structure of control unit for water resources allocation purposes consists of coordinator and few local decision units. Analytical dependence between the degree of information transferred to coordinator from local decision units distortion and resulting values of decision variables are presented in the paper. Obtained values of decision variables are compared with the case when exact information is transferred.

ВЛИЯНИЕ ОШИБОК ПЛАНИРОВАНИЯ РАСХОДА ВОДЫ ДЛЯ ПОТРЕБИТЕЛЕЙ
НА РЕЗУЛЬТАТЫ УПРАВЛЕНИЯ КООРДИНАТОРОМ ТЕКУЩИМ РАСПРЕДЕЛЕНИЕМ
РЕСУРСА ВОДЫ

/ Резюме /

В двухуровневой структуре системы управления распределения ресурса воды нижний уровень реализующий текущий раздел ресурса состоит из координатора и ряда локальных устройств. В работе представлены численные расчёты, показывающие зависимость между уровнем деформации информации передаваемой координатору локальными решающими устройствами и следующих из этого значениями переменных решающих. Сравнение проводится для идеального случая, при обмене достоверной информации.