ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1983
Seria : AUTOMATYKA z.68 Nr kol. 767

ANDRZEJ ŚWIERNIAK

Instytut Automatyki
Politechnika Śląska

KONCEPCJA PRZESTRZENNEJ DEKOMPOZYCJI PROSTYCH SYSTEMÓW WODNO-GOSPODARCZYCH

Streszczenie. W pracy proponuje się metodę dekompozycji systemu wodnego zawierającego równoległy lub szeregowy układ zbiorników opartą na teorii zespołów decydentów. Umożliwia to zastosowanie stochastycznego programowania dynamicznego do określenia optymalnych strategii rozdziału zasobów mimo znacznej wymiarowości problemu.

1. Wstęp

Określenie optymalnych strategii rozdziału zasobów w systemach wodno-gospodarczych wymaga zastosowania stochastycznego programowania dynamicznego. Zarówno bowiem zapotrzebowania odbiorców jak i dopływy do zbiorników muszą być traktowane jako procesy losowe, gdyż niemożliwa jest ich dokładna predykcja w przyszłości. Pewną pozytywną cechą systemu jest możliwość dokładnego pomiaru stanu, dzięki czemu unika się problemu estymacji stanu. Niemniej jednak bezpośrednie użycie stochastycznego programowania dynamicznego jest niemal niemożliwe ze względu na wymiarowość problemu i występujące ograniczenia utrudniające uzyskanie analitycznego wyniku. Prawidłowe wykorzystanie dostępnej informacji w systemie jest możliwe w hierarchicznej strukturze sterowania rozdziałem zasobów [1], [2], [3], [4], [5], [6], w której dokonywana jest dekompozycja zarówno sterowania jak i obliczeń przy równoczesnej agregacji odbiorców. Pozostaje jednak nadal problem dekompozycji przestrzennej w przypadku znacznej liczby zbiorników. W pracy proponuje się zastosowanie teorii zespołów decydentów [7], [8], [9] dla wyznaczania lokalnych strategii decyzyjnych.

2. Model matematyczny systemu

Rozważmy system zawierający n zbiorników. Poziom wody w zbiornikach w chwili k-tej h_k jest wektorem stanu. Sterowanie u_k jest reprezentowane przez wypływ wody ze zbiornika, podczas gdy dopływ d_k

jest traktowany jako zakłócenie. Dodatkową zmienną niesterowalną jest zrzut jałowy v_k. Dynamikę zbiorników określa równanie :

$$h_{k+1} = h_k + B\,(u_k + v_k) + d_k\,, \qquad /1/$$

gdzie zrzut jałowy v_k jest określony przez

$$v_k = \mathrm{Max}\,\{0\,,\; h_k + B\,u_k + d_k - h_{max}\} \qquad /2/$$

h_{max} jest wektorem określającym maksymalną pojemność zbiorników, tzn.

$$0 \leqslant h_k \leqslant h_{max} \qquad /3/$$

B zależy od konfiguracji zbiorników.

Przykładowo w przypadku trzech zbiorników mamy dla układu równoległego :

$$B = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

dla układu szeregowego:

$$B = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

dla układu mieszanego :

$$B = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad \text{lub} \quad B = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

Ponadto sterowanie u_k jest ograniczone przez :

$$0 \leqslant u_k \leqslant u_{max} \qquad /4/$$

i zakłada się, że jest ono realizowane w postaci strategii będącej funkcją dostępnej informacji y_k, tzn. :

$$u_k = a_k\,(y_k) \qquad /5/$$

/ Wszystkie równości i nierówności są rozumiane jako zachodzące dla wszystkich współrzędnych danych wektorów, 0 oznacza wektor o elementach zerowych /.

Oznaczając zapotrzebowanie odbiorców przez z_k przyjmujemy wskaźnik jakości w postaci :

$$I = \sum_{k=1}^{N} \left(z_k - \sum_{i=1}^{n} u_k^i \right)^2$$

Ze względu na niepewność w modelu zadanie optymalizacyjne ma postać [1],[2] :

$$\min_{\{a\}} I = E \sum_{k=1}^{N} \left(z_k - \sum_{i=1}^{n} a_k^i \, (y_k) \right)^2 , \qquad /6/$$

gdzie $\{a\} = [a_1 \; , \ldots , \; a_N]$ /7/

3. Układ równoległy

Równanie /1/ można zapisać dla każdej współrzędnej w postaci :

$$h_{k+1}^i = h_k^i - u_k^i + d_k^i - v_k^i \; , \qquad /8/$$

przy czym sterowanie jest jedynie funkcją lokalnej informacji :

$$u_k^i = a_k^i \, (y_k^i) \; , \qquad /9/$$

gdzie

$$y_k^i = [h_1^i \; , \ldots , \; h_k^i]^T \qquad /10/$$

Uwzględniając /8/ w /10/ mamy :

$$y_k^i = A_k^i \; w_k^i + D_k^i \; q \; , \qquad /11/$$

gdzie

$$w_k^i = [h_0^i \; , \; d_0^i \; , \; d_1^i \; , \ldots , \; d_{k-1}^i] \qquad /12/$$

$$q = [u_0^i \; , \; u_1^i \; , \ldots , \; u_{k-1}^i] \qquad /13/$$

$$A^{i}_{k} = \begin{bmatrix} 1 & & & \\ 1 & 1 & & 0 \\ \vdots & & & \\ 1 & \dots & & 1 \end{bmatrix} \qquad /14/$$

$$D^{i}_{k} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ -1 & 0 & & 0 \\ -1 & -1 & & 0 \\ \vdots & & & \\ -1 & -1 & & -1 \end{bmatrix} \qquad /15/$$

Tak więc decydent ${}^{i}_{k}$ jest poprzednikiem decydenta ${}^{i}_{j}$ dla każdego $k < j$ i posiada informację zawartą w informacji następników. Problem optymalizacyjny może być zatem sprowadzony do statycznego problemu zespołu decydentów [8]. Prowadzi to do iteracyjnego algorytmu zbieżnego do strategii Nasha, która jest globalnie optymalna ze względu na postać wskaźnika i ograniczeń.

4. Układ szeregowy

Równanie /1/ można dla poszczególnych składowych zapisać w postaci:

$$h^{1}_{k+1} = h^{1}_{k} - u^{1}_{k} + d^{1}_{k} - v^{1}_{k} \qquad /16/$$

$$h^{j}_{k+1} = h^{j}_{k} - u^{j}_{k} + u^{j-1}_{k} + d^{j}_{k} - v^{j}_{k} + v^{j-1}_{k} \qquad /17/$$

Aby sprowadzić problem do postaci dogodnej dla zastosowania teorii zespołów decydentów przyjmiemy inny schemat informacyjny niż poprzednio. Założymy mianowicie, że decyzja o wypływie ze zbiornika podejmowana jest przy uwzględnieniu pomiarów ze zbiorników poprzedzających opóźnionych o jeden okres. Ściślej :

$$y^{i}_{k} = [h^{i}_{1}, \dots, h^{i}_{k} \;\; h^{i-1}_{1}, \dots, h^{i-1}_{k-1} \; \dots \; h^{1}_{1} \; \dots h^{1}_{i-k}]^{T} \qquad /18/$$

Taka struktura informacyjna umożliwia ponownie sprowadzenie problemu do statycznego zagadnienia teorii zespołu decydentów.

5. Statyczny problem teorii zespołów decydentów

Niech dany będzie zespół $n \times N$ decydentów ${}^1_1, {}^1_2, \dots {}^1_N, {}^2_1, \dots {}^2_N, \dots, {}^n_N$, z których każdy podejmuje decyzję tylko raz, przy czym kolejność podejmowania decyzji jest ściśle określona. Każdy decydent podejmuje decyzję na bazie informacji pomiarowej y^i_k dostępnej dla niego. Zespół decyzyjny nazywamy statycznym [8] jeśli informacja każdego decydenta jest niezależna od działania pozostałych członków zespołu. Odpowiada to zatem przypadkowi struktury informacyjnej, w której macierz D^i_k we wzorze /11/ zawiera same elementy zerowe. Jednak, jak pokazali Ho i Chu [9] ,o ile decydent ${}^i_k$ będący poprzednikiem decydenta ${}^i_j$ posiada dla całego zbioru decyzji dopuszczalnych informację zawartą w informacji wszystkich swoich następników wówczas problem daje się sprowadzić do problemu statycznego. Inaczej mówiąc struktura informacyjna /11/ może być zastąpiona strukturą informacyjną y^i_k określoną jako

$$y^i_k = A^i_k \, w^i_k \qquad /19/$$

w pełnym równoważnym zespole statycznym decydentów.

Możliwość sprowadzenia problemu do problemu stytycznego posiada podstawowe znaczenie dla konstrukcji algorytmu optymalizacyjnego. Udowodniono bowiem [8] , że w przypadku zespołów statycznych strategia Nasha daje decyzje globalnie optymalne jeśli tylko wskaźnik jest wypukłą funkcją zmiennych decyzyjnych a zmienne te są ograniczone przez zbiór wypukły.

Przypomnijmy, że strategia Nasha w przypadku zadań z jednym wskaźnikiem jakości polega na kolejnym znajdowaniu funkcji a^i_k takich, że cała strategia nie może być poprawiona przez zmiane tylko tej jednej składowej a^i_k . Taki sposób znajdowania strategii umożliwia efektywne zastosowanie programowania dynamicznego dla systemu o znacznej wymiarowości.

Można zaproponować następujący algorytm iteracyjny :

1, Załóż nominalną strategię.

2. Określ decyzję dla pierwszego zbiornika przy ustalonych pozostałych .

3. Znajdź nowa decyzję dla drugiego zbiornika przy ustalonych pozostałych.

Podobną procedurę powtórz dla pozostałych zbiorników.

4. Jeśli uzyskałeś poprawę wróć do pkt.2 i wykonaj następny krok iteracyjny, jeśli nie - zakończ obliczenia.

6. Uwagi końcowe

W pracy przedstawiono dekompozycję zadania optymalnego rozdziału zasobów wodnych, dla przypadku równoległego i szeregowego układu zbiorników, przez wprowadzenie odpowiednich struktur informacyjnych i sprowadzenie do statycznego problemu zespołów decydentów. Przypadek układów mieszanych może być rozważony przez połączenie odpowiednich struktur dla części szeregowych i równoległych. Konkretne algorytmy obliczeniowe wynikające z zaproponowanej metody muszą być przedmiotem dalszych badań. Również wskazanym byłoby połączenie przedstawionych tu koncepcji z ideą hierarchicznej struktury rozdziału zasobów.

LITERATURA

[1] Gessing R. : Two-level Hierarchical Control for Stochastic Dynamic Optimal Resource Distribution, Preprints of the VIII IFAC World Congress, Kyoto. 1981.

[2] Gessing R. : Stochastic hierarchical control with periodic coordination for resource distribution, Zeszyty Naukowe Pol. Śl. s. Automatyka, Z.59, 1981,

[3] Świerniak A. : Stochastic optimization strategy for the water resources allocation, Preprints of the Symposium : Simulation and Modelling, Rostock 1981.

[4] Świerniak A. : Rozdział zasobów wodnych w przypadku dopływów modelowanych procesami Markowa I rzędu, Zeszyty Naukowe Pol. Śl. , s. Automatyka, Z.59, 1981.

[5] Duda Z., Wojciechowski K. : Optymalne sterowanie rozdziałem wody w przykładowym systemie, Zeszyty Naukowe Pol. Śl. s.Automatyka, Z.59, 1981.

[6] Duda Z. , Wojciechowski K. : Optymalne sterowanie rozdziałem wody w systemie, Zeszyty Naukowe Pol. Śl., s.Automatyka, Z.59, 1981.

[7] Basar T., Olsder G.J.: Dynamic Noncooperative Game Theory, Acad. Press, London 1982.

[8] Ho, Y.C., Chu K.C. : Team decision theory and information structures in optimal control problems, p.I, IEEE Trans Autom. Contr. AC-17, 1972

[9] Ho, Y.C., Chu K.C. : Team decision theory and information structures in optimal control problems, p.II, IEEE Trans.Autom. Contr., AC-18, 1973 .

SPATIAL DECOMPOSITION OF SIMPLE HYDRO-SYSTEMS

S u m m a r y

In this paper a method of decomposition for the parallel and series reservoir systems is proposed. The choice of proper information structure enables to transform the optimization problem to a static team problem. Moreover the assumptions about the performance index and constraints make a person-by-person strategy globally optimal. Thus optimal resources allocation algorithm based on stochastic dynamic programming may be proposed in spite of dimensionality of the problem.

ПРОСТРАНСТВЕННАЯ ДЕКОМПОЗИЦИЯ ПРОСТЫХ ВОДОХОЗЯЙСТВЕННЫХ СИСТЕМ

/ Резюме /

В работе представляется метод декомпозиции водохозяйственной системы , состоящей из параллельной или последовательной системы водохранилищ . Метод основывается на теории групп децидентов. Это даёт возможность применение стохастического динамического программирования для определения оптимальных стратегий распределения ресурсов несмотря на значительную размерность проблемы.