

JAN NIKODEM

Instytut Cybernetyki Technicznej  
Politechniki WrocławskiejSTEROWANIE OPTIMALNE W TRYBIE ON-LINE  
ROZPŁYWAMI W SIECIACH DYSTRYBUCJI WODY

**Streszczenie.** W pracy sformułowano zagadnienie minimalno-energetycznego sterowania w czasie rzeczywistym rozpiętami w sieci dystrybucji wody i przedstawiono jego rozwiązanie w oparciu o warunki konieczne i wystarczające rozwiązania optymalnego. Przedstawiono algorytm optymalnego sterowania rozpiętami w rozpatrywanych sieciach. Zamieszczono przykład ilustrujący działanie algorytmu oraz schemat funkcjonalny systemu sterowania siecią wodociągową w czasie rzeczywistym. Przedstawiono trzy warianty układowych koncepcji systemu sterowania oraz dokonano analizy ich przydatności do potrzeb sterowania ze względu na realizowane funkcje i koszty realizacji.

## 1. WPROWADZENIE

W pracy przedstawione zostały dotychczasowe wyniki badań dotyczących metod i algorytmów automatycznego sterowania sieciami dystrybucji wody [3], [4]. Badania te, prowadzone od szeregu lat na zlecenie Instytutu Inżynierii i Kształtowania Środowiska Politechniki Warszawskiej w ramach programu rządowego PR-7, w pełni potwierdzają zasadność poszukiwania takich metod sterowania, które uwzględniając specyfikę sieci wodociągowych i zapewniając spełnienie podstawowego wymogu, jakim jest zapewnienie śą-danych poborów wody, minimalizują koszty strat energetycznych ponoszone w czasie eksploatacji.

Analiza literatury poświęconej temu zagadnieniu pozwala przypuszczać, że szczególnie potrzebne są proste algorytmy i układy sterowania, których realizacja nie wymaga dużych nakładów inwestycyjnych. W tej sytuacji idea leżąca u podstaw prezentowanej metody wydaje się być szczególnie przydatna. Powiązanie zasady optymalnej eksploatacji z ciśnieniami panującymi w miarodajnych punktach sieci pozwala na wykorzystanie istniejących sieci pomiarowych, a warunki sterowania optymalnego są na tyle proste, że ich realizacja zapewniona być może nawet bez pomocy maszyny cyfrowej.

## 2. SFORMULOWANIE ZAGADNIENIA

Niech strukturę przestrzenną sieci dystrybucji wody  $S$  reprezentuje graf skierowany

$$G = \langle W, L, P \rangle \quad /1/$$

gdzie:  $W, L$  - są odpowiednio zbiorami; wierzchołków i krawędzi sieci  $S$ , natomiast

$$P: L \longrightarrow W \times W \quad /2/$$

$$(\forall \tau \in L) (\exists! \langle w_p, w_k \rangle \in W \times W; w_p \neq w_k) (P(\tau) = \langle w_p, w_k \rangle)$$

wierzchołki grafu odpowiadają skupionym poborom wody, natomiast krawędzie-rurociągom łączącym poszczególne węzły sieci. Zwrot danej gałęzi określa wyróżniony kierunek przepływu.

Warunki rozplywu w sieci o tak określonej strukturze przestrzennej określone są równaniami:

$$Ax - q = 0 \quad /3/$$

$$By = 0 \quad /4/$$

$$y_i = d_i (x_i)^2 \cdot \text{sgn}(x_i) + h_i \quad i=1, \dots, n \quad /5/$$

gdzie:

$$A = [a_{ij}]_{n \times n} \quad B = [b_{ij}]_{n \times p} \quad p = n - w + 1$$

przy czym:  $n$  - ilość krawędzi,  $w$  - ilość wierzchołków w sieci  $S$ . Macierze  $A$  i  $B$  są natomiast węzłowo-gałęziową macierzą incydencji i macierzą oczkową.

Czwórkę

$$M = \langle G, \xi, \psi, \pi \rangle \quad /6/$$

nazywać będziemy modelem struktury przestrzennej sieci  $S$  jeżeli,

$$(\forall \tau \in L) (\exists w_p, w_k \in W: \langle w_p, w_k \rangle = P(\tau)) (\xi_{w_k} - \xi_{w_p} = h_\tau) \quad /7/$$

$$(\forall \tau \in L) (\exists w_p, w_k \in W) (P(\tau) = \langle w_p, w_k \rangle \Rightarrow (\pi_{w_k} - \pi_{w_p} = y_\tau)) \quad /8/$$

Zadanie optymalizacji sformułowane zostanie następująco. Dla danej sieci dystrybucji wody  $S$ , opisaney równaniami /3/-/5/, określić takie punkty pracy pompowni, dla których suma strat energetycznych ponoszonych w sieci osiąga minimum, tj.

$$f(x, y) = \sum_{i=1}^n x_i \cdot y_i = x^T \cdot y \longrightarrow \min \quad /9/$$

Z matematycznego punktu widzenia problem ten jest nieliniowym zadaniem optymalizacji statycznej ze zmiennymi ciągłymi, z nieliniową funkcją celu /9/ oraz nieliniowymi ograniczeniami /3/-/5/. Odpowiada on zagadnieniu utrzymywania takich wysokości podnoszenia na wyjściu pompowni, które zapewniając dostarczenie żądanych ilości wody minimalizują sumę strat energetycznych /9/ ponoszonych na przesłanie wymaganej ilości wody od pompowni do odbiorców.

### 3. ROZWIĄZANIE ZAGADNIENIA OPTIMALIZACJI

Poszukując rozwiązania optymalnego problemu /3/-/5/, /9/, utwórzmy funkcję Lagrange'a postaci:

$$L(x, y, \lambda, \beta) = f(x, y) + \lambda^T \cdot (\Delta x - q) + \beta^T \cdot (By) \quad /10/$$

gdzie:  $\lambda^T = [0 \ ; \ \lambda_{z+1}, \dots, \lambda_w]$      $\beta^T = [\beta_1, \dots, \beta_p]$

to wektory mnożników Lagrange'a.

Z teorii mnożników Lagrange'a mamy:

$$\frac{\partial L}{\partial x_i} = 3 \cdot \tilde{y}_1 + h_i + \sum_{z=1}^w \lambda_z \cdot a_{zi} + 2 \cdot \sum_{j=1}^p \beta_j \cdot b_{ji} \cdot \hat{y}_1 = 0 \quad /11/$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_z} = \sum_{i=1}^n a_{zi} \cdot x_i = 0 \quad z=1, \dots, w \quad /12/$$

$$\frac{\partial L}{\partial \beta_j} = \sum_{i=1}^n b_{ji} \cdot y_i = 0 \quad j=1, \dots, p \quad /13/$$

gdzie:

$$\tilde{y}_1 = y_1 - h_1 \quad \hat{y}_1 = d_1 \cdot |x_1| \quad i=1, \dots, n$$

Obliczając z zależności /11/ wartości  $\tilde{y}_1$  oraz podstawiając je do /13/ po uwzględnieniu znanych z teorii grafów skierowanych własności, otrzymamy:

$$\beta_j = 0 \quad j=1, \dots, p \quad /14/$$

a stąd po zsumowaniu wyrażen  $\partial L / \partial x_i$  po dowolnym łańcuchu łączącym każde dwa źródła mamy:

$$(\forall j, k \in w_z) (\forall s \in S_{jk}) \left( \sum_{\alpha/j, k/}^s \tilde{y}_1 = \frac{\xi_k - \xi_j}{\gamma} = \sigma_j - \sigma_k \right) \quad /15/$$

gdzie;  $S_{jk}$  - zbiór wszystkich dróg łączących źródła j-te z k-tym,

$\sum_{s \in d/j,k/}$  - operator sumowania po drodze s łączącej źródło j-te z k-tym.

Otrzymany warunek /15/ wraz z zależnościami /3/-/5/ tworzy pełny zbiór warunków koniecznych i wystarczających rozwiązania zagadnienia /3/-/5/, /9/, a z uwagi na rakt, iż hesjan funkcji celu /9/

$$H(x) = \frac{\partial^2 f(x, y(x))}{\partial x^T \cdot \partial x} = \left[ \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_1 \cdot \partial x_j} \right]_{n \times n} \quad /16/$$

jest dodatnio określony, tzn:

$$(\forall x \in R^n; x \neq 0) (x^T \cdot H \cdot x > 0) \quad /17/$$

many:

WŁASNOŚĆ 1.

Układ równań /3/-/5/, /15/ tworzy zbiór warunków koniecznych i wystarczających optymalności rozwiązania zagadnienia /3/-/5/, /9/.

Zauważmy, że sieć dystrybucji wody wymusza spełnienie zależności /3/-/5/. Stąd przedstawiona własność sprowadza zagadnienie sterowania optymalnego do problemu pomiaru i kontroli oraz regulacji jedynie wysokości podnoszenia na wyjściach poszczególnych pompowni, w taki sposób, aby spełniały one warunek /15/. Spostrzeżenie to stanowi podstawę następującego algorytmu minimalno-energetycznego sterowania pracą rozpatrywanych sieci.

Algorytm

Krok 1. Obliczyć wartości wyrażen  $\Delta_j = 1/3 (z_1 - z_j)$  dla  $j=1, \dots, z$  i przejść do kroku 2.

Krok 2. Sprawdzić, czy spełnione są warunki

$$p_j = p_1 - \Delta_j \quad j=1, \dots, z \quad ?$$

Jeżeli

$$(\exists j \in N_2^z) (p_j \neq p_1 - \Delta_j) \quad \text{to podstaw}$$

$p_j = p_1 - \Delta_j$  i wykonaj powtórnie krok 2.

Jeżeli

$$(\forall j \in N_2^z) (p_j = p_1 - \Delta_j) \quad \text{przejdź do kroku 3.}$$

Krok 3. Wyznacz i-te składowe wektora potencjałów węzłowych, tak aby:

$$p_{*} = \max \{ p_j \mid j=1, \dots, w \}$$

$$p_{*} = \min \{ p_j \mid j=1, \dots, w \}$$

oraz podstaw  $\delta_{\#} = p_{\#} - p_{\min}$   $\delta^* = p^* - p_{\max}$ . Sprawcz,

czy  $\delta_{\#} \geq 0$ ? Jeżeli tak, podstaw  $p_j = p_j - \delta_{\#}$  i przejdź do kroku 5. W przeciwnym wypadku wykonaj krok 4.

Krok 4. Sprawcz, czy  $\delta^* \geq 0$ ? Gdy tak, podstaw  $p_j = p_j - \delta^*$  i przejdź do kroku 5. W przypadku przeciwnym podstaw  $p_j = p_j + \min\{|\delta_{\#}|, |\delta^*|\}$  i wykonaj krok 5.

Krok 5. Otrzymane wartości potencjałów węzłowych są optymalne. W celu powtórnego uruchomienia algorytmu przejdź do kroku 2.

W przedstawionym algorytmie, obejmującym jeden pełny cykl regulacji, wyróżnić można: etap I-korekcja /kroki 1,2/ oraz etap II-regulacja/kroki 3,4/. W czasie trwania etapu korekcji zmianie ulegają wysokości podnoszenia węzłów zasilania tak, aby spełniony był warunek /15/. Etap II polega na doborze minimalnych wysokości podnoszenia tak, aby wszystkie ciśnienia w sieci znalazły się w wymaganym przedziale ciśnień  $[p_{\min}, p_{\max}]$ .

W przypadku gdy warunek ten nie może zostać spełniony, wartości te ustalone są na takim poziomie, aby żadne z ciśnień nie przekroczyło górnej granicy przedziału dopuszczalnego.

Jak nietrudno zauważyć, specyficzna metoda algorytmizacji etapu II sprawia, że częstość wykonywania procedur etapu I może być /w stosunku do etapu II/ znacznie mniejsza. Tak więc, na proces regulacji automatycznej skłania się okresowe wykonywanie pełnego cyklu regulacji i kilku cykli skróconych /tylko etap II/, przy czym ilość cykli skróconych przypadających

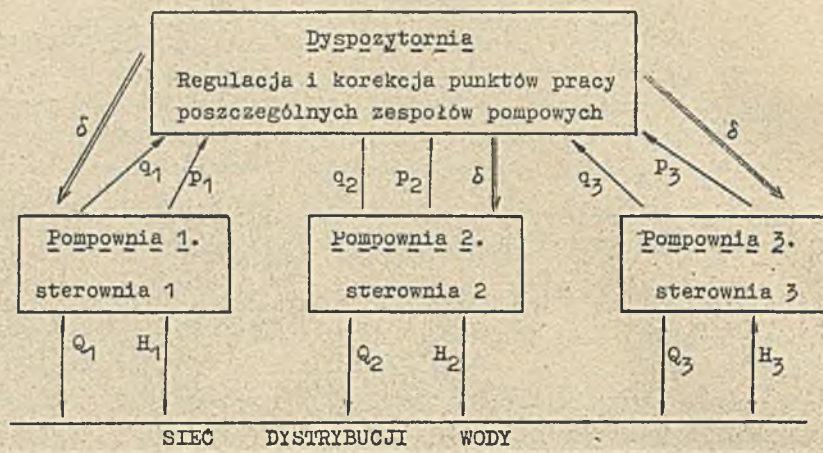
na jeden cykl pełny, jak również częstotliwość wykonywania cykli pełnych, zależą od dynamiki zapotrzebowań odbiorców.

#### 4. OPIS SYSTEMU STEROWANIA I WARIANTOWA ANALIZA MOŻLIWOŚCI JEJEGO TECHNICZNEJ REALIZACJI

Postać przedstawionego algorytmu narzuca dwuwarstwową, hierarchiczną strukturę systemu sterowania dystrybucją wody przedstawioną na rys.1. Warstwę niższą tworzą sterowne podstawowych obiektów systemu rozprowadzania wody, tj. pompowni, które realizują właściwe, bezpośrednie sterowanie urządzeniami w sposób zależny od stopnia ich zautomatyzowania.

W warstwie wyższej, którą stanowi centrum dyspozytorski umiejscowionej w jednej z wybranych pompowni, przetwarzana jest informacja pomiarowa oraz wypracowywane są decyzje sterujące. Tutaj realizowane są dwie główne pętle sprzężenia zwrotnego /korekcji i redukcji/, polegające na porównywaniu ciśnień panujących w sieci i pompowniach z ciśnieniami wymaganymi, a wykryte sygnały błędów stanowią podstawę do zmiany podjętych wcześniej decyzji.

Z charakterystycznych cech proponowanego systemu sterowania podkreślić należy minimalną ilość danych pomiarowych niezbędnych do wypracowania przez system decyzji sterujących oraz fakt, że proces sterowania



Rys.1. Schemat strukturalny systemu sterowania siecią wodociągową

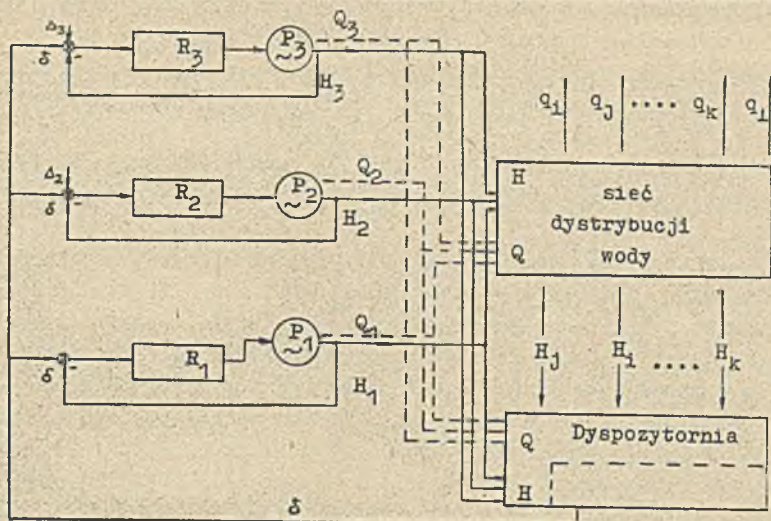
praktycznie opiera się na cyklicznym przesyłaniu jednej /identycznej dla wszystkich pompowni/ wartości  $\delta$ .

Przyjęty schemat funkcjonalny proponowanego systemu sterowania przedstawiono na rys.2. Pompownie  $P_2, P_3$  połączone z pompownią centralną  $P_1$ , w której znajduje się dyspozytornia, siecią przesyłu informacji, np. telefoniczną, wyposażone są w układy regulacji zapewniające utrzymanie właściwej /t.j. zgodnej z własnością 1 / różnicy ciśnień zasilania w stosunku do pompowni centralnej.

W dyspozytorni wyposażonej w układ decyzyjny /np. minikomputer Mera-400/, w oparciu o otrzymane wartości  $p_1$ , przeprowadzane są: korekcja i regulacja punktów pracy zespołów pompowych drogą wyznaczania poprawki  $\delta$  dla ciśnień panujących we wszystkich pompowniach, tak aby doprowadzić do możliwie najlepszej współpracy zespołów pompowych.

Wypracowane decyzje, drogą przesyłu informacji przekazywane są do poszczególnych sterowni, gdzie realizowane są przez regulatory sterowania bezpośredniego. Przesył ten, zarówno do- jak i z- pompowni odbywać się może drogą telefoniczną poprzez głosowy kontakt dyspozytora z osobą nadzorującą pracę sterowni lub też z wykorzystaniem sprzętu automatyki kompleksowej INTEL DIGIT-PI.

W sterowniach aktualna wartość poprawki podawana jest na wejścia układów regulacji  $R_1$ , ustalających chwilowe punkty pracy zespołów pompowych bądź drogą wymuszania optymalnej wysokości podnoszenia /jeżeli w pompowni zainstalowano pompy o regulowanych charakterystykach/ lub poprzez określanie niezbędnej liczby pomp aktualnie pracujących i nastaw czasów regulacyjnych na wyjściu zespołu pompowego/gdy dysponujemy pompami o stałych charakterystykach/.



Rys.2. Schemat funkcjonalny systemu sterowania siecią wodociągową

Jeżeli przyjąć pierwszy wariant /tj. instalowanie pomp o regulowanej charakterystyce / i dodatkowo założyć dyskretyzację wysokości podnoszenia, wtedy sygnały przekazywane z dyspozytorni centralnej do poszczególnych sterowni będą typu  $-1, 0, 1$ , co znacznie ułatwi ich przesyłanie oraz uprości proces sterowania do tego stopnia, że może być on prowadzony przez układy przekaźnikowe lub bezpośrednio dyspozytora, bez pomocy maszyny cyfrowej.

Obecny stan techniki pomiarowej i techniki przesyłu informacji umożliwia zbudowanie w pełni zautomatyzowanego systemu sterowania omawianym procesem, jednakże wiąże się to ze znacznymi nakładami finansowymi i inwestycyjnymi. Z tego głównie powodu proponowana jest trój etapowa realizacja systemu automatycznej regulacji, umożliwiającą przy zachowaniu niezmiennego algorytmu sterowania stopniowe zastępowanie człowieka, przez układy automatyki przemysłowej i mikroprocesory. W tym celu wykorzystane być mogą urządzenia należące do zunifikowanych systemów aparatury kompleksowej URS, URS-KSA, POLMATIK oraz sprzęt automatyki kompleksowej INTELDIGIT-PI, INTELDIGIT-SMA.

Zasadnicze różnice pomiędzy wyszczególnionymi poniżej etapami automatyzacji sprowadzają się do:

- odmiennych metod regulacji na danym etapie,
- różnych stopni nasycenia sprzętem automatyki, a więc również odmienną rolę człowieka na każdym etapie,
- zróżnicowanych nakładów inwestycyjnych i finansowych wymaganych do realizacji danego etapu.

Na I etapie automatyzacji system sterowania pełni przede wszystkim funkcję informacyjną, wspomagając dyspozytora poprzez dostarczanie mu informacji o aktualnym stanie systemu. Selekcja i ocena jakości otrzy-

manej informacji, jak również wypracowanie decyzji sterujących należy zatem do człowieka. Także bezpośrednia regulacja zespołów pompowych, tj. włączanie i wyłączenie oraz ustawianie poziomów zasuw na wyjściach pomp, przeprowadzane są przez ludzi. Sprzęt techniczny realizuje jedynie pomiar i dwustronne przesyłanie informacji oraz decyzji sterujących. Stąd na tym etapie zestaw niezbędnych urządzeń automatyki ograniczony jest do minimum, a w skrajnym przypadku może być całkowicie zastąpiony przez człowieka.

Specyfika zastosowanego algorytmu powoduje, że wypracowanie decyzji sterujących przebiega w oparciu o minimalną ilość zmiennych decyzyjnych. Ociąża to dyspozytora od nadmiaru informacji, jak również ułatwia podejmowanie decyzji. Cechą charakterystyczną na tym etapie realizacji systemu sterowania jest także czynna obecność w procesie sterowania ludzkich ogniw pośredniczących, co czyni go systemem sterowania typu off-line.

W 11 etapie automatyzacji system sterowania poza funkcją informacyjną przejmuje także zadanie przetwarzania informacji i kontrolę działania systemu dystrybucji poprzez okresowe sprawozdanie zgodności stanu faktycznego ze stanem optymalnym. Jednocześnie ogniwa ludzkie w dyspozytorni i sterowniach lokalnych zastąpione zostają układami regulacji automatycznej, tym samym powodując zmianę trybu sterowania na on-line. Rola dyspozytora polega na ingerencji w proces sterowania jedynie w przypadku, gdy następuje awaria systemu sterowania. W takiej sytuacji dyspozytor przechodząc na sterowanie ręczne sam określa nową strategię sterowania systemem dystrybucji wody.

Podkreślić należy, że na tym etapie system sterowania nie wymaga instalowania mikroprocesorów czy minikomputerów. Prostota przyjętego algorytmu sprawia, że może on być realizowany w układach złożonych jedynie z bloków regulacji automatycznej, modułów współpracy i stacyjek jednego z wybranych systemów automatyki przemysłowej. W tym celu należy dysponować jedynie blokami: sumującym, porównującym i wybierającym wartości ekstremalne, których odpowiednia konfiguracja umożliwi otrzymanie na wyjściu stacyjki sterowania nadrzędnego właściwej decyzji sterującej.

W trzecim, ostatnim etapie automatyzacji, realizowany byłby całkowicie automatyczny system sterowania w czasie rzeczywistym z wykorzystaniem mikroprocesorów lub minikomputerów np. serii INTEL 8080/8085, MIRA-400/ oraz sprzętu automatyki kompleksowej. Zainstalowany w dyspozytorni centralnej mikrokomputer przejmie wykonywanie wszystkich czynności związanych z procesem sterowania.

Rejestruje on panujące w sieci warunki, a następnie sprawdza czy chwilowe wartości wysokości podnoszenia i poziomów zasuw regulacyjnych zespołów pompowych zapewniają minimum zużycia energii. W przypadku stwierdzenia rozbieżności ocenia ich wielkość i podejmuje decyzje sterujące, które przekazywane są do poszczególnych sterowni.

W sterowniach zainstalowane tam układy automatycznej regulacji realizują otrzymane decyzje, przesyłając jednocześnie do mikrokomputera sygnały o aktualnym stanie urządzeń i punktach pracy zespołów pompowych.



## 5. PODSUMOWANIE

Ze względu na ograniczoną objętość referatu przedstawiono jedynie zasadniczą ideę konstrukcji algorytmu optymalnego sterowania oraz naszkicowano możliwości jego praktycznych zastosowań.

Przedstawiony algorytm został oprogramowany i przetestowany na minikomputerze MERA-400, w języku FORTRAN IV-E. Otrzymane wyniki pozwalają przypuszczać, że może on być użyteczny na każdym etapie wprowadzania automatyzacji sterowania, zarówno tam gdzie pracą sieci kieruje bezpośrednio dyspozytor, jak również w przypadku, gdy zadanie to powierzone jest układowi regulacji automatycznej czy minikomputerowi.

W tym ostatnim przypadku, ze względu na dużą szybkość wykonywania operacji, jak również krótki czas trwania pełnego cyklu sterowania opisanego algorytmu, decyzje sterujące podejmowane są okresowo, umożliwiając jednocześnie wykonywanie dodatkowych analiz i obliczeń nie związanych bezpośrednio z procesem sterowania.

Na specjalne podkreślenie zasługuje fakt, iż wykorzystanie w przedstawionym algorytmie zależności /15/ pozwala na uzyskanie optymalnych warunków pracy sieci dystrybucji wody, bez konieczności pomiaru wielkości przepływów w sieci, jak również przy niezmiennych wartościach chwilowych poborów wody przez odbiorców.

## LITERATURA

- [1] Nikodem J.: Algorytmy minimalno-energetycznej optymalizacji nieliniowych sieci przepływowych, raport nr 80/82 Inst. cyb. tech. 1982.
- [2] Dohnalik K.: Ukierunkowanie rozwoju automatyzacji systemów wodociągowych, Gaz, woda, technika sanitarna, 1977 nr 8, s. 242-244.
- [3] Praca zbiorowa: Opracowanie metody automatycznego sterowania siecią wodociągową z uwzględnieniem ich technicznej realizacji, raport wykonany w IOT Pol. nr. na zlecenie IIIKS Pol. Warsz.
- [4] Praca zbiorowa: Opracowanie modelu układu rozprowadzania wody w aglomeracji miejsko-przemysłowej do celów komputerowo wspomaganego sterowania systemem, raport IOT, nr 52/80, 1980.

## SUMMARY

## A MINIMAL-ENERGY ON-LINE CONTROL OF WATER SUPPLY NETS

In the paper the problem of minimal-energy control in real time for water supply nets is considered.

The problem is solved on the basis of Kuhn-Tucker conditions. The necessary and sufficient conditions for the existence of an optimal solution are formulated.

Algorithm of the optimal water flow in the considered nets is presented. Three different hardware realizations are proposed and their analysis is performed.

ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕМ ВОДЫ В СИСТЕМЕ  
ВОДОСНАБЖЕНИЯ

## / Резюме /

В работе представлено решение оптимального распределения воды в системе. Модель системы водоснабжения представлено в виде проблемы нелинейной оптимизации с ограничениями. Решение этой проблемы получено на основании условий Куна-Такера, касающихся оптимальной точки.