

RYSZARD KLEMPOUS  
JERZY KOTOWSKI  
JĘDRZEJ UŁASIEWICZ

Instytut Cybernetyki Technicznej  
Politechniki Wrocławskiej

## ALGORYTM WYZNACZANIA OPTYMALNEJ STRATEGII WSPÓŁDZIAŁANIA ZBIORNIKÓW SIECIOWYCH Z SYSTEMEM WODOCIĄGOWYM

W pracy sformułowano model matematyczny zadania wyznaczenia optymalnej strategii napełniania i opróżniania zbiorników pracujących w sieci wodociągowej aglomeracji miejsko-przemysłowej. Następnie omówiono wielopoziomowy algorytm rozwiązania tego zadania. Idea algorytmu związana jest ściśle z techniką agregatywacji informacji o systemie rur wodociągowych. Wykorzystanie tej techniki pozwala przekształcić wyjściowy problem optymalizacji do problemu rozwiązania ciągu nieliniowych zadań programowania mieszanego.

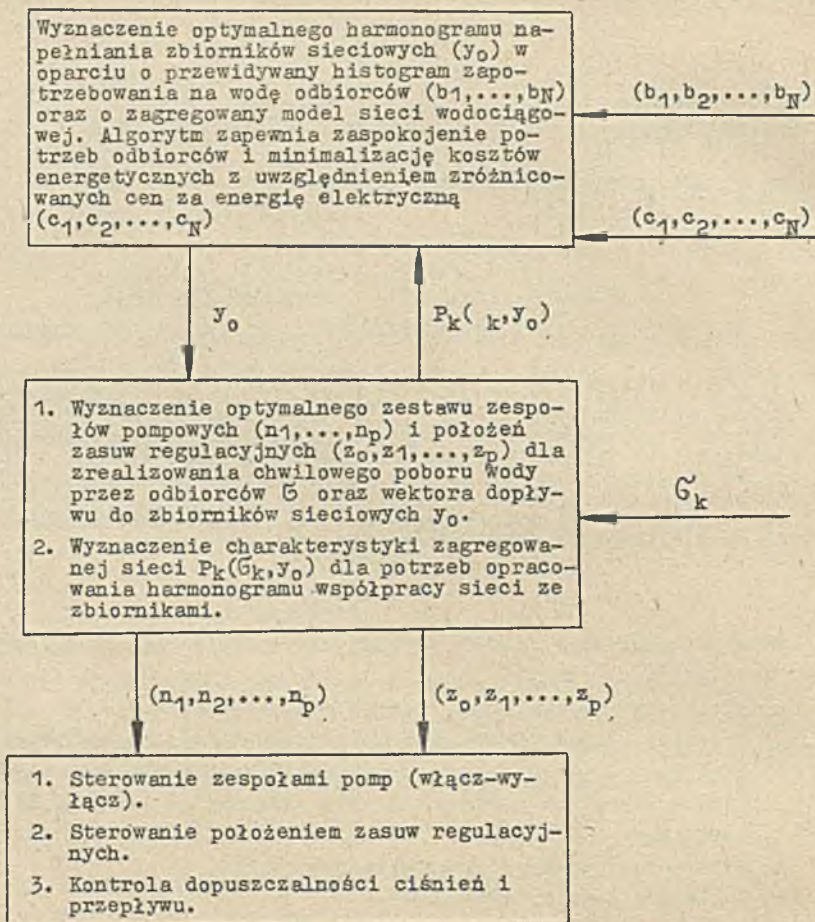
### 1. WSTĘP

Model matematyczny zadania sterowania siecią wodociągową powinien uwzględniać między innymi:

- a) stochastyczny charakter potrzeb odbiorców,
- b) dynamikę systemu wynikającą z obecności w nim zbiorników sieciowych,
- c) nieliniowości związane z charakterystykami mocy pomp zainstalowanych w zespołach pompowych oraz z modelami poszczególnych odcinków rurociągów,
- d) zmiany ceny energii elektrycznej w czasie,
- e) histogram potrzeb odbiorców,
- f) parametry zbiorników sieciowych,
- g) strukturę i topografię sieci rur wodociągowych.

Uwzględnienie wszystkich tych warunków prowadzi w rzeczywistych przypadkach do stochastycznego zadania optymalizacji dynamicznej nieliniowej z bardzo dużą liczbą zmiennych. Zadanie omawiane w niniejszej pracy uzyskuje się przy dodatkowych założeniach, że podstawowym, realnym celem systemu jest zaspokojenie potrzeb odbiorców, a wskaźnikiem jakości jego pracy jest koszt energii elektrycznej zużywanej przez pompy.

Rozwiązanie takiego zadania przy obecnym poziomie ETO i metod obliczeniowych jest praktycznie niemożliwe. W związku z tym niezbędne jest dokonanie w nim szeregu uproszczeń polegających między innymi na wstępnej dekompozycji. Idea opracowanej przez autorów trójpoziomowej struktury systemu sterowania siecią została za [3] przedstawiona na rysunku 1.



Rys.1. Struktura systemu sterowania

Cały ciężar techniki dekompozycyjnej przedstawionej na rysunku 1 spoczywa na zagadnieniu wyznaczania charakterystyki zagregowanej systemu rozpraszania wody  $P_k(G_k, y_0)$ . Zależność ta określa związek pomiędzy chwilowymi, wynikającymi z histogramu, potrzebami odbiorców  $G_k$  oraz założonymi na najwyższym poziomie optymalizacji wpływami ze zbiorników sieciowych  $y_0$  a minimalną mocą zużywaną przez silniki pomp zainstalowanych w zespołach pompowych.  $k=1, 2, \dots, N$  jest dyskretną chwilą czasu a  $N$  określa założony horyzont planowania (najczęściej 24 godzinny). W takim ujęciu problem wyznaczania charakterystyki  $P_k(G_k, y_0)$  sprowadza się do rozwiązania zadania statycznej optymalizacji mieszanej. Rozwiązaniem tego zadania jest optymalna konfiguracja pomp oraz optymalne wpływy wody z poszczególnych zespołów pompowych. Zadanie to jest samo w sobie problemem nie tyle trudnym z teoretycznego punktu widzenia, co czasochłonnym, ponieważ wymaga wielokrotnej symulacji pracy sieci rozpraszania wody,

to znaczy wielokrotnego wyznaczenia przepływów we wszystkich łukach sieci przy założeniu znajomości rozbiórów wody w jej wszystkich wierzchołkach.

## 2. ANALIZA TECHNIK AGREGATYZACJI INFORMACJI O SIECI

Sposobem na zmniejszenie nakładów obliczeniowych jest wstępne przetworzenie wyników symulacji do postaci tak zwanego modelu zagregowanego sieci.

Ogólnie rzecz biorąc, model zagregowany powinien dość wiernie odtwarzać pewne cechy modelu oryginalnego; przynajmniej te, które są w istotny sposób potrzebne do sformułowania i rozwiązania nadrzędnego zadania optymalizacji podanego we wstępie. Dlatego model zagregowany powinien zawierać:

- tę samą liczbę zespołów pompowych o tych samych charakterystykach i parametrach,
- tę samą liczbę i rodzaj zbiorników sieciowych,
- jednego lub większą liczbę zagregowanych odbiorców o takim samym sumarycznym poborze wody.

Relacje pomiędzy wyróżnionymi ciśnieniami i przepływami w systemie oryginalnym i zagregowanym powinny być bliskie siebie.

Jedną z możliwych technik uzyskiwania modelu zagregowanego sieci oparta jest na idei konstrukcji sieci zastępczej o strukturze nie zawierającej oczek. Zadanie agregatyzacji informacji o sieci sprowadza się w tym przypadku do wyznaczenia parametrów elementów wchodzących w skład układu zastępczego [2].

Można zaproponować szereg innych podejść będących uogólnieniem tej metody. Wszystkie oparte są na następującym sformułowaniu zadania optymalnego sterowania pracą zespołów pompowych:

$$\sum_{i=1}^p F_i(y_i, n_i) \rightarrow \min \quad (1)$$

$$n_i y_i \leq y_i \leq n_i \bar{y}_i, \quad i=1, \dots, p \quad (2)$$

$$0 \leq n_i \leq \bar{n}_i, \quad i=1, \dots, p \quad (3)$$

$$H_i(y_i, n_i) \geq x_i^p, \quad i=1, \dots, p \quad (4)$$

$$y_j^z < 0 \Rightarrow x_j^z \leq 0, \quad j=1, \dots, z \quad (5)$$

Zadanie (1)-(5) uzyskuje się przy następujących założeniach:

- Analizowana sieć wodociągowa posiada  $p$  pompowni. W  $i$ -tej pompowni jest zainstalowane  $\bar{n}_i$  pomp o identycznych charakterystykach mocy i podnoszenia. Można w takim przypadku łatwo wyznaczyć charakterystykę mocy  $F_i(y_i, n_i)$  oraz charakterystykę podnoszenia  $H_i(y_i, n_i)$  dla zespołu  $n_i$  pracujących pomp, dających łączny wpływ  $y_i$ . Z wystarczającą do dalszych obliczeń dokładnością można przyjąć:

$$F_1(y_1, n_1) = \alpha_1 n_1 + \beta_1 y_1 \quad (6)$$

$$H_1(y_1, n_1) = H_1^0 - G_1^0 \left( \frac{y_1}{n_1} - y_1^0 \right)^2 \quad (7)$$

lub

$$H_1(y_1, n_1) = H_1^0 - G_1^0 \left( \frac{y_1}{n_1} \right)^2. \quad (8)$$

b) W skład systemu wchodzi "z" zbiorników sieciowych. Wpływ wody ze zbiorników ma charakter grawitacyjny.

Z punktu widzenia podsystemu składającego się z sieci rur wodociągowych zadanie (1)-(5) jest zadaniem symulacji, ponieważ określone są rozbiory wody we wszystkich węzłach sieci. Można zatem wyznaczyć jednoznacznie wektor wszystkich rozpiływów  $y$ . Pozwala to dalej na wskazanie węzła odniesienia, to znaczy takiego węzła, w którym zapas ciśnienia jest najniższy. Względem tego węzła można następnie wyznaczyć wymagane wartości ciśnień we wszystkich pozostałych węzłach, a w szczególności wymagane ciśnienia  $x_1^p$  w pompowniach oraz  $x_j^z$  w zbiornikach sieciowych. Ograniczenia (4)-(5) są warunkiem fizycznej realizowalności symulowanego rozpiływu. We wzorze (5)  $y_j^z$  oznacza dopływ wody do  $j$ -tego zbiornika. Wyrażenia  $x_1^p$  oraz  $x_j^z$  są funkcjami wektora potrzeb  $G$ . Zakładając, że potrzeby odbiorców zmieniają się w czasie w przybliżeniu, w ten sam sposób można wprowadzić pojęcie zagregowanego odbiorcy o łącznych potrzebach:

$$G_s = \sum_{i \in W} G_i, \quad (9)$$

gdzie  $W$  jest zbiorem węzłów grafu sieci odpowiadających odbiorcom wody.

Niech:

$$y^p = (y_1^p, \dots, y_p^p)^T \quad (10)$$

$$y^z = (y_1^z, \dots, y_z^z)^T. \quad (11)$$

Ponieważ musi być prawdziwe następujące równanie bilansowe:

$$\sum_{i=1}^p y_i^p = \sum_{j=1}^z y_j^z + G_s, \quad (12)$$

można napisać:

$$x_1^p = x_1^p(y^p, y^z), \quad i=1, \dots, p \quad (13)$$

$$x_j^z = x_j^z(y^p, y^z), \quad j=1, \dots, z. \quad (14)$$

Z rozważań teoretycznych wynika, że można założyć następującą postać zależności (13)-(14):

$$x_1^p = v^T A_1 v + B_1 v + C_1, \quad i=1, \dots, p \quad (15)$$

$$x_j^z = v^T D_j v + E_j v + F_j, \quad j=1, \dots, z, \quad (16)$$

gdzie

$$v = \begin{pmatrix} y^p \\ y^z \end{pmatrix}. \quad (17)$$

W takim ujęciu problem wyznaczenia charakterystyki zagregowanej sieci sprowadza się do obliczenia elementów macierzy  $A_j, B_j, C_j, D_j, E_j$  oraz  $F_j$  występujących w (16)-(17).

### 3. OPIS ALGORYTMU ROZWIĄZANIA LOKALNEGO ZADANIA OPTIMALIZACJI

Lokalny problem optymalizacji, jak podano na wstępie, to minimalizacja mocy pobieranej przez pompy przy spełnieniu ograniczeń warunkujących prawidłową pracę systemu. Rozwiązywane to jest dla danej dyskretnej chwili czasu, co implikuje, na podstawie histogramu, znajomość potrzeb odbiorców  $G_S$ . Znane są również, na podstawie informacji otrzymywanej z poziomu nadrzędnego, składowe wektora  $y^z$ . Oznaczając

$$y_0^z = G_S + \sum_{j=1}^p y_j^z \quad (18)$$

lokalny problem optymalizacji można zapisać w postaci:

$$\sum_{j=1}^p (\alpha_j n_j + \beta_j y_j) = F(n, y) \rightarrow \min \quad (19)$$

$$y^T A^1(n) y + \bar{B}^1(n) y + C^1 \geq 0 \quad i \in N \quad (20)$$

$$\underline{y}_j n_j \leq y_j \leq \bar{y}_j n_j \quad j=1, 2, \dots, p \quad (21)$$

$$0 \leq n_j \leq \bar{n}_j \quad j=1, 2, \dots, p \quad (22)$$

$$\sum_{j=1}^p y_j = y_0 \quad (23)$$

$$n_j - \text{całkowite.} \quad (24)$$

W zadaniu (19)-(24) przyjęto dla wygody oznaczeń  $y = y^p$ . Zbiór indeksów  $N$  odpowiada wszystkim pompom oraz wszystkim zbiornikom pracującym jako źródła wody. Ograniczenia (20) otrzymuje się przez proste algebraiczne przekształcenia zależności. Ograniczenia (21) powodują, że zbiór rozwiązań dopuszczalnych może być niespójny i w skrajnym przypadku może zawierać  $\prod_{j=1}^p (1+n_j)$  podobzszarów. Z kolei o występujących w ograniczeniach (20) formach kwadratowych nie można założyć, że są ujemnie półokreślone, co powoduje, że funkcje (20) nie muszą być wklęsłe. W konsekwencji podobzszary spójne określone przez (21), (22), (24) nie muszą być zbiorami wypukłymi. Od algorytmu rozwiązania zadania statycznego wymaga się znacznej szybkości działania, gdyż będzie on wielokrotnie wykorzystywany w zadaniu wyższego poziomu. Jak wiadomo, brak jest ogólnych i jednocześnie efektywnych metod rozwiązywania zadań opisanego wyżej typu. Skłoniło to autorów do opracowania algorytmu przeznaczanego specjalnie do rozwiązywania tego zadania. Analizując zadanie (19)-(24) łatwo zauważyć, że ustalając wektor  $n = (n_1, \dots, n_p)$  na pewną określoną i dopuszczalną wartość (spełniającą (22)), otrzymuje się zadanie zależne tylko od zmiennych ciągłych  $y = (y_1, \dots, y_p)$ .

Zadanie to oznaczone zostanie jako  $Z(n)$ :

$$F(n) = \sum_{j=1}^P \alpha_j n_j + \min_y \left( \sum_{j=1}^P \beta_j y_j \right) \quad (25)$$

$$y^T A^{-1}(n)y + \bar{B}^1 y + C^1 \geq 0 \quad i \in N \quad (26)$$

$$\underline{y}_j n_j \leq y_j \leq \bar{y}_j n_j \quad j=1, \dots, p \quad (27)$$

$$\sum_{j=1}^P y_j = y_0. \quad (28)$$

Jest to ciągłe zadanie prognozowania nieliniowego z liniową funkcją celu oraz ograniczeniami kwadratowymi i liniowymi. Rozwiązując serię zadań  $Z(n)$  dla wszystkich dopuszczalnych  $n$  spełniających (22) i wybierając zadanie o najmniejszej funkcji celu  $F(n)$  można uzyskać rozwiązanie lokalnego problemu optymalizacji. Jest to metoda przeglądu zupełnego. Zwiększenie szybkości przeglądu daje zastosowanie testów dopuszczalności i optymalności pozwalające stwierdzić, że znaczna liczba zadań  $Z(n)$  nie zawiera rozwiązania optymalnego, bez potrzeby ich rozwiązywania. Jest to ważne, gdyż rozwiązanie zadań  $Z(n)$  jest czasochłonne. Badania numeryczne przeprowadzone przez autorów wykazały, że testy dopuszczalności i optymalności eliminują ok. 70% zadań  $Z(n)$ .

W odróżnieniu od oryginalnej metody podziału i ograniczeń metoda opracowana przez autorów składa się z dwóch etapów.

W etapie pierwszym budowana jest lista  $\alpha$  zadań  $Z(n)$ . Dopuszczalne wektory  $n$  generowane są w porządku leksykograficznym. Do otrzymanych kolejno zadań  $Z(n)$  stosowany jest opisany poniżej test dopuszczalności, który pozwala stwierdzić, które zadania  $Z(n)$  posiadają pusty zbiór rozwiązań dopuszczalnych. Zadania takie nie są umieszczane na liście  $\alpha$ .

#### Test dopuszczalności

Sumując stronami ograniczenia (27) dla  $j=1, \dots, p$  otrzymujemy:

$$\sum_{j=1}^P \underline{y}_j n_j \leq \sum_{j=1}^P y_j \leq \sum_{j=1}^P \bar{y}_j n_j. \quad (29)$$

Wykorzystując ograniczenia (28) otrzymujemy następujące nierówności:

$$\sum_{j=1}^P \underline{y}_j n_j \leq y_0; \quad \sum_{j=1}^P \bar{y}_j n_j \geq y_0. \quad (30)$$

Gdy dla pewnego zadania  $Z(n)$  dowolna z nierówności (30) nie jest spełniona, również warunki (27), (28) nie mogą być spełnione, a więc zadanie  $Z(n)$  nie posiada rozwiązań dopuszczalnych.

Kolejne zagadnienie, które należy rozpatrzyć, to szacowanie wartości funkcji celu zadania  $Z(n)$ . Wykorzystuje się do tego celu procedurę relaksacji ograniczeń zadania  $Z(n)$  poprzez pominięcie ograniczeń nieliniowych (26). Prowadzi to do następującego zadania programowania liniowego:

$$\underline{f}(n) = \sum_{j=1}^P \alpha_j n_j + \min_y \left( \sum_{j=1}^P \beta_j y_j \right) \quad (31)$$

$$\underline{y}_j n_j \leq y_j \leq \bar{y}_j n_j \quad j=1, \dots, p \quad (32)$$

$$\sum_{j=1}^P y_j = y_0. \quad (33)$$

Po odpowiedniej zmianie oznaczeń zadanie to zapisujemy w następującej postaci:

$$\underline{f}(n) = f_0(n) + \min_y \sum_{j=1}^P \beta_j y_j \quad (34)$$

$$\underline{y}_j \leq y_j \leq \tilde{y}_j \quad j=1, \dots, p \quad (35)$$

$$\sum_{j=1}^P y_j = y_0. \quad (36)$$

Wykorzystując podstawienie  $y_j = \underline{y}_j - \underline{y}_j$ ,  $j=1, \dots, p$ , zadanie (34)–(36) daje się sprowadzić do zagadnienia optymalnego załadunku z ograniczonymi zmiennymi, które jak wykazano w [1] posiada analityczne rozwiązanie, co znacznie upraszcza procedurę szacowania. Z powodu pominięcia w zadaniu liniowym (31)–(35) ograniczeń (26), dla każdego zadania  $Z(n)$  spełniona jest nierówność:

$$\underline{f}(n) \leq \underline{F}(n). \quad (37)$$

Nierówność (37) pokazuje, że  $\underline{f}(n)$  otrzymane w wyniku rozwiązania zadania (31)–(33) ogranicza od dołu  $\underline{F}(n)$ , co rozwiązuje problem szacowania funkcji celu dla zadania  $Z(n)$ .

W następnym kroku działania metody dla każdego zadania  $Z(n) \in \mathcal{A}$  obliczane jest oszacowanie  $\underline{f}(n)$ . Wielkości te także umieszczane są na liście  $\mathcal{A}$ . Lista składa się z wektorów  $n$  odpowiadających zadaniom  $Z(n)$ , których nie wyeliminował test dopuszczalności oraz z odpowiednich oszacowań  $\underline{f}(n)$ .

W drugim etapie algorytmu wykorzystywana jest metoda podziału i ograniczeń w swej standardowej postaci. Z listy  $\mathcal{A}$  wybierane jest to zadanie  $Z(\bar{n})$ , które posiada najmniejsze  $\underline{f}(\bar{n})$ . Następnie wybrane zadanie jest skreślone z listy i rozwiązywane. Jeśli rozwiązanie tego zadania  $(\bar{n}, \bar{y})$  jest lepsze, tzn. o wartości funkcji celu  $\underline{F}(\bar{n})$  mniejszej od aktualnego rekordu  $\underline{F}(n^x)$ , podstawia się  $(n^x, y^x) = (\bar{n}, \bar{y})$ , a z listy  $\mathcal{A}$  skreślane są zadania, dla których  $\underline{f}(n) > \underline{F}(\bar{n})$ , gdyż nie mogą one zawierać rozwiązania optymalnego. Postępowanie powtarzane jest tak długo, jak długo lista nie jest pusta. Dzięki temu można znaleźć rozwiązanie optymalne  $(n^x, y^x)$  zadania lokalnego lub stwierdzić brak rozwiązań dopuszczalnych.

Obecnie naszkicowany zostanie sposób rozwiązania zadania ciągłego  $Z(n)$  (25)–(28). Równanie (28) pozwala na wyeliminowanie jednej ze zmiennych  $y_j$ . Niech będzie to zmienna  $y_k$ , dla której zachodzi

$$P_{ok} = \min_{j=1, \dots, p} \{ \beta_j \}. \quad (38)$$

Po dokonaniu prostych przekształceń i zmianie oznaczeń zadanie  $Z(n)$  daje się przedstawić w poniższej postaci:

$$dy \rightarrow \min \quad (39)$$

$$y^T A^1 y + B^1 y + C^1 \geq 0 \quad i \in N \quad (40)$$

$$Fy \leq V. \quad (41)$$

Ograniczenia (41) otrzymane zostały z (27) i (28). Poprzez eliminację  $y_k$  dla  $k$  spełniającego (38) współrzędne wektora  $d$  są nieujemne ( $d_j = \beta_j - \beta_k > 0$ ). Zadanie programowania nieliniowego (39)–(41) rozwiązywane jest zmodyfikowaną metodą hiperpłaszczyzny odcinającej, której podstawowa wersja opisana została w [4]. Konieczność modyfikacji wynika z braku możliwości założenia wklęsłości funkcji (40), co wymagane jest w oryginalnej metodzie hiperpłaszczyzny odcinającej.

Niech funkcje występujące w (40) oznaczone zostaną jako  $g_1(y)$ . Korzystając z rozwinięcia  $g_1(y)$  w szereg Taylora względem punktu  $\bar{y}$  otrzymuje się następującą aproksymację liniową ograniczenia  $g_1(y) \geq 0$

$$g_1(\bar{y}) + \nabla g_1(\bar{y})^T (y - \bar{y}) \geq 0. \quad (42)$$

Wykorzystując zależność  $\nabla g_1(\bar{y}) = 2A^1 \bar{y} + B^1$  napisać można:

$$-(2A^1 \bar{y} + B^1)^T y \leq (C^1 - \bar{y}^T A^1 y). \quad (43)$$

Wyrażenie (33) określa równanie hiperpłaszczyzny aproksymującej ograniczenie  $g_1(y) \geq 0$  względem punktu  $\bar{y}$ . Równania te budowane są dla wszystkich niespełnionych lub aktywnych ograniczeń nieliniowych typu (40). Zbiór tych ograniczeń oznaczony będzie jako  $I(\bar{y})$ :

$$I(\bar{y}) = \{ i \in N : g_1(\bar{y}) \leq \varepsilon \}. \quad (44)$$

Na wstępie działania algorytmu rozwiązującego zadanie (39)–(41) rozwiązywane jest zadanie programowania liniowego (29)–(31). Otrzymane rozwiązanie oznaczane jest jako  $y_0$ .

W  $k$ -tym kroku działania algorytmu wyznaczany jest zbiór ograniczeń  $I(y^k)$ . Dla tych ograniczeń tworzy się hiperpłaszczyzny według (43). Następnie rozwiązywane jest następujące zadanie programowania liniowego:

$$dy \rightarrow \min \quad (45)$$

$$(2A^i y^k + B^i) y \leq (C^i - y^{kT} A^i y^k) \quad i \in I(y^k) \quad (46)$$

$$Fy \leq V. \quad (47)$$

Otrzymane rozwiązanie oznaczamy jako  $y^{k+1}$  i postępowanie powtarza się. Jeśli zadanie (45)–(47) nie posiada rozwiązań, to przyjmuje się, że zadanie (39)–(41) również ich nie posiada. Zadanie (45)–(47) rozwiązywane jest dualną metodą simpleks.

Naszkicowana powyżej procedura jest zbieżna w ogólnym przypadku do minimum lokalnego, o ile punkt startowy znajdował się dostatecznie blisko rozwiązania optymalnego.

Badania numeryczne przeprowadzone przez autorów potwierdzają przydatność opisanej procedury rozwiązywania zadania statycznego.



## 4. WNIOSKI KOŃCOWE

Opisany w poprzednich rozdziałach algorytm rozwiązania lokalnego zadania optymalizacji wykorzystać można przy budowie programu obliczeniowego przeznaczonego do rozwiązania tytułowego zagadnienia sterowania. Nadrzędny problem optymalizacji rozwiązywany być przy tym powinien metodą zależną od jego wymiaru określonego przez liczbę zbiorników sieciowych. Przeprowadzone testy numeryczne wykazały, że dla systemów z jednym zbiornikiem wykorzystać można z powodzeniem algorytm oparte na metodzie programowania dynamicznego. Można w tym przypadku uzyskać algorytm sterowania w postaci reguły

$$y_z(k) = \Psi_k(s_k), \quad (48)$$

gdzie  $k$  jest dyskretną chwilą czasu,  $s_k$  poziomem wody w zbiorniku, a  $y_z(k)$ -wymaganym optymalnym dopływem wody do zbiornika w chwili  $k$ . Wyposażenie dyspozytora sterującego pracą systemu w stabelaryzowaną postać reguły (48) powinno w istotny sposób poprawić efekty jego pracy.

Wydaje się, że uzyskanie rezultatów w postaci (48) dla sieci o większej liczbie zbiorników może być utrudnione. Dla sieci tego typu bardziej operatywne powinny być systemy sterowania wyposażone w maszynę cyfrową o dość znacznej szybkości.

Zastosowanie opisanych w pracy procedur dla sieci z wieloma zbiornikami wydaje się być istotne również na etapie ich projektowania. Wykorzystać je można do wyznaczenia optymalnych wysokości położenia lustra wody w zbiornikach sieciowych, to znaczy takich wysokości, przy których koszty eksploatacji systemu są najmniejsze.

## LITERATURA

- [1] Garfinkel R.S., Nemhauser G.L.: Programowanie całkowitoliczbowe, Warszawa, PŁON 1978.
- [2] Praca zbiorowa: Opracowanie podstawowych założeń metod i algorytmów dla potrzeb operatywnego sterowania złożonym systemem wodociągowym, raport ICT (PR7.01.06.03).
- [3] Praca zbiorowa: Opracowanie programu wspomagającego decyzje dyspozytorskie w zakresie optymalnego wykorzystania zbiorników sieciowych w złożonych systemach wodociągowych, raport ICT, seria: sprawozdanie 25/82.
- [4] Zangwill W.I.: Programowanie nieliniowe, WNT, Warszawa 1974.

AN ALGORITHM FOR SOLVING THE OPTIMAL STRATEGY OF THE COOPERATION  
OF RESERVOIRS IN THE WATER CONDUIT SYSTEM

Summary. The problem of the optimal fulfilment and emptioment strategy of reservoirs is considered. The multilevel structure of the algorithm is presented. The aggregation information technique is used so the original problem may be solved as a sequence of nonlinear problems of mixed optimization.

АЛГОРИТМ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОПТИМАЛЬНОЙ СТРАТЕГИИ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ  
ВОДОХРАНИЛИЩ В ВОДОПРОВОДНОЙ СИСТЕМЕ

## / Резюме /

В работе рассматривается задачу определения оптимальной стратегии наполнения и опораживания водохранилища. Показано многоуровневую структуру алгоритма решения этой задачи. Алгоритм использует агрегатизацию информации о водопроводной системе. Это позволяет решить исходную задачу оптимизации как последовательность задач нелинейной кусочно-целочисленной оптимизации.