

Janusz ŻELEZIK  
Instytut Automatyki  
Politechnika Śląska

## OPTIMALIZACJA PRACY SYSTEMU ZAOPATRZENIA W WODĘ

**Streszczenie.** W artykule podano opis algorytmu optymalizacji pracy systemu zaopatrzenia w wodę. Wskaźnikiem jakości jest koszt dostarczania wody. Zastosowano metodę optymalizacji hierarchicznej. Zamieszczono przykładowe wyniki obliczeń.

### 1. Wprowadzenie

Systemy zaopatrzenia w wodę charakteryzują się dużą wymiarowością oraz nieliniowością. Cechy te muszą być brane pod uwagę przy rozwiązywaniu różnorodnych zagadnień sterowania, w szczególności optymalizacji i przy wyznaczaniu harmonogramów pracy obiektów. Odpowiednie uproszczenia w opisie systemu (model) z jednej strony i zastosowanie metod dekompozycji przy optymalizacji z drugiej są warunkiem opracowania efektywnych algorytmów obliczeniowych, które z kolei nadawałyby się do zastosowania w warunkach rzeczywistych. Dla systemu zaopatrzenia w wodę GOP były prowadzone prace dotyczące m.in. optymalizacji sterowania pewnymi fragmentami systemu - w szczególności zespołem zbiornik-pompownia [5] oraz stacją uzdatniania wody [4]. Poważnym ograniczeniem w zastosowaniu tej samej metody optymalizacji w odniesieniu do całego systemu lub jego większych fragmentów jest pamięcio- i czasochłonność obliczeń. Z myślą o przewyżczeniu tych trudności opracowano i badano algorytm wykorzystujący metodę optymalizacji hierarchicznej - wielopoziomowej; ideę zastosowania tej metody w sieciach dystrybucji wody podano w pracach [2][3].

### 2. MODEL SYSTEMU I SPORULOWANIE PROBLEMU OPTIMALIZACJI

System zaopatrzenia w wodę jest zespołem wzajemnie ze sobą powiązanych urządzeń, mających na celu dostarczenie określonej ilości i jakości wody z dostępnych ujęć do podległych odbiorców. Elementami systemu są :

- ujęcia i stacje uzdatniania wody,
- pompownie zawierające najczęściej zespoły pomp wirowych,
- złożona sieć rurociągów z armaturą ; wyróżnia się sieć magistralną oraz rozprowadzającą wodę,
- zbiorniki sieciowe (zabezpieczają niezbędne rezerwy wody, umożliwiają zasilanie odbiorców w okresie szczytowego zapotrzebowania i stabilizację ciśnienia pewnym grupom odbiorców),
- odbiorcy (pobierają wodę z określonych punktów sieci wodociągowej; zapotrzebowanie na wodę zmienia się silnie w cyklu dobowym, mniej w cyklu tygodniowym czy rocznym).

Przy pominięciu problemu jakości oraz założeniu pełnego zaspokojenia potrzeb na wodę celem optymalizacji pracy systemu zaopatrzenia jest minimalizacja kosztów dostarczania wody.

Szczegółową reprezentacją sieci zaopatrzenia w wodę jest model fizyczny, na który składa się opis poszczególnych elementów (tj. gałęzi i węzłów sieci). Szczegółowość i nieliniowość są powodem złożoności modelu fizycznego. Opracowano wprawdzie efektywne algorytmy rozwiązywania oraz symulacji dużych sieci zaopatrzenia z wykorzystaniem modelu fizycznego, np. [8], które są pomocnym narzędziem przy analizie, jednak są zbyt złożone do celów optymalizacji.

Korzysta się z opisu systemu w skali makro, obejmującego tylko najważniejsze zmienne procesowe (tzw. modelu regresyjnego). Pełne omówienie problematyki takich modeli wykracza poza ramy tego opracowania. Do dalszych rozważań przyjmuje się zlinearyzowaną, dyskretną postać modelu dynamicznego w przestrzeni stanów :

$$x(k+1) = Ax(k) + B \cdot u(k) - c(k) \quad k = 0, 1, 2, \dots (K-1), \quad /1/$$

gdzie :

$x(k)$  - wektor stanu, którego współrzędne  $x_i(k)$  odpowiadają poziomom (lub objętościom) wody w zbiornikach

$$x^T(k) = [x_1(k), x_2(k) \dots x_N(k)] ;$$

$u(k)$  - wektor sterowań, odpowiednio o  $M$  współrzędnych odpowiadających wydajnościom pompowni ;

$c(k)$  - wektor zapotrzebowań wody przez odbiorców (stanowi zakłócenie  $N$  składowych) ;

$A, B$  - macierze współczynników o wymiarach odpowiednio :  $(N \times N), (N \times M)$  ;

$k$  - dyskretna chwila czasu ;

Ze względu na powolny charakter zjawisk przyjmuje się najczęściej czas dyskretyzacji  $\Delta t = 2 \text{ h}$ .

$K$  - długość rozpatrywanego horyzontu czasu.

Każde z równań modelu interpretuje się jako bilans wody w umownym węźle obejmującym zbiornik, pompownie tłoczące wodę i grupę odbiorców. Dla prostych sieci zaopatrzenia równanie /1/ otrzymuje się bezpośrednio z bilansu wody.

W ogólnym przypadku model systemu może zawierać oprócz /1/ dodatkowo liniowe równania algebraiczne zmiennych  $x(k)$ ,  $u(k)$ ,  $c(k)$ . Uogólnienie takie nie stanowi problemu i nie będzie dalej rozpatrywane.

Na zmienne stanu i sterowania są narzucone ograniczenia :

$$u_{\min}(k) \leq u(k) \leq u_{\max}(k) \quad k = 0, 1, 2, \dots (K-1) \quad /2/$$

$$x_{\min} \leq x(k) \leq x_{\max} \quad k = 0, 1, 2, \dots K \quad /3/$$

Ograniczenia na sterowania /1/ wynikają z dopuszczalnych technologicznie wydajności pompowni, a ponadto dzięki ograniczeniom dolnym  $u_{\min}(k)$  można zabezpieczyć dostawę wody dla odbiorców zasilanych bezpośrednio z pompowni bez udziału zbiornika. Ograniczenia /2/ poziomów zbiornika są związane odpowiednio z minimalną rezerwą wody i przelewem.

Model do celów optymalizacji stacji uzdatniania wody, jak wynika z pracy [4], może być również zapisany w podobnej postaci, tj. liniowych równań stanu ze stałymi ograniczeniami na sterowania i zmienne stanu.

Zgodnie z przyjętym celem sterowania wskaźnik jakości powinien obejmować koszty dostarczania wody ; składają się na nie przede wszystkim koszty pompowania wody przez pompownie, które dla horyzontu sterowania  $K$  wynoszą :

$$J_u = \sum_{k=0}^{K-1} \sum_{j=1}^M F_{kj} [u_j(k)] , \quad /4/$$

gdzie :  $F_{kj} [u_j(k)]$  obejmuje koszt energii elektrycznej zużytej na pompowanie wody przez  $j$ -tą pompownię w przedziale czasu  $(k, k+1)$  .

Koszt energii jest z kolei proporcjonalny do mocy pobieranej przez silniki pomp oraz taryfy cenowej za energię elektryczną, która zmienia się w ciągu doby. Zależność mocy  $P_{kj}$  pobieranej przez pompownię aproksymuje się funkcją kwadratową od wydajności  $u_j(k)$  :

$$P_{kj}(u_{kj}) = s_j u_j^2(k) + r_j \cdot u_j(k) + r_{0j} \quad /5/$$

W rezultacie zmienne koszty pompowania /4/ można wyrazić równaniem :

$$J_u(u) = \sum_{k=0}^{K-1} T(k) [u^T(k) \cdot S \cdot u(k) + R^T \cdot u(k)] , \quad /6/$$

gdzie :  $T(k)$  - taryfa cenowa za energię elektryczną,

$S$  i  $R$  - macierze współczynników wagowych odpowiednio:

$$S = \text{diag} [s_1, s_2, \dots, s_{1j}], \quad R^T = [r_1, r_2, \dots, r_m],$$

$u$  - pełny wektor sterowań

$$u^T = [u^T(0), u^T(1), \dots, u^T(K-1)].$$

Do dalszych równań przyjmuje się postać wskaźnika jakości rozszerzoną o składnik zależny od stanu, tj. :

$$J(x, u) = J_u(u) + J_x(x) = \sum_{k=0}^{K-1} T(k) [u^T(k) S u(k) + R^T u(k)] + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^K [x(k) - x^o(k)]^T Q [x(k) - x^o(k)], \quad /7/$$

gdzie :  $Q$  - macierz współczynników wagowych  $Q = \text{diag} [Q_1, Q_2 \dots Q_N]$ ,

$x^o(k)$  - wektor pożądaných poziomów zbiorników (poziomy odniesienia),

$x$  - pełny wektor zmienných stanu w całym horyzoncie  $K$

$$x^T = [x^T(0), x^T(n) \dots x^T(k)].$$

Jest to po pierwsze postać ogólniejsza niż /6/, może wystąpić realna potrzeba "karania" odchyłek stanu od zadanej trajektorii  $x^o(k)$ , a ponadto zastosowana metoda optymalizacji wymaga ściszej wypukłości wskaźnika jakości od zmienných decyzyjnych. Zapewnia to forma kwadratowa  $J_x(x)$ , przy czym teoretycznie współczynniki  $Q_i$  mogą być dowolnie małe. Do sprawy tej powróci się w dalszej części opracowania.

Ostatecznie problem wyznaczania optymalnych ze względu na koszty pompowania harmonogramów pracy systemu sprowadza się do minimalizacji wskaźników jakości /7/ ze względu na zmienne decyzyjne  $u$  i  $x$  przy ograniczeniach równościowych /1/ oraz nierównościowych /2/ /3/. Zakłada się, że zbiory sterowań i stanów są ciągłe.

Horyzont czasowy optymalizacji może być ustalony dowolnie. Ze względu na wspomnianą cykliczność dobową zjawisk najczęściej przyjmuje się horyzont 24 h (tzn. przy  $\Delta t = 2$  h,  $k = 12$ ), a ponadto żąda się, aby stan końcowy systemu był równy stanowi początkowemu.

Dla uniwersalności opracowanego algorytmu założono, że mogą występować 2 rodzaje warunków brzegowych :

a/ ustalony punkt początkowy i końcowy trajektorii stanu, tzn. poziomów zbiorników :

$$x(0) = x_0 \quad \text{i} \quad x(k) = x_k \quad /8/$$

Warunki te obejmują również przypadek  $x_0 = x_k$  ;

b/ zakłada się równość stanów początkowego i końcowego

$$- x(0) = x(k) ; \quad /9/$$

przy czym stan ten podlega również optymalizacji.

Z punktu widzenia optymalizacji warunek a/ wiąże się z usunięciem  $x(0)$  oraz  $x(k)$ , ze zbioru zmiennych decyzyjnych, zaś w przypadku b/ dochodzą dodatkowe ograniczenia równościowe /9/.

Potrzebna jest znajomość zapotrzebowania na wodę przez odbiorców  $c(k)$  ( $k = 0, 1, 2 \dots K-1$ ). Zagadnienie prognozowania zapotrzebowania na wodę wymaga oddzielnego potraktowania. W dalszej części pracy przyjmuje się zapotrzebowanie na wodę określone na podstawie danych historycznych, a wyznaczone wydajności pompowni są sterowaniami w układzie otwartym.

### 3. ROZWIĄZANIE PROBLEMU OPTIMALIZACJI

Sformułowany wyżej pierwotny problem optymalizacji sprowadza się do problemu dualnego. Definiuje się funkcję Lagrange'a :

$$L(x, u, p) = J(x, u) + \sum_{k=0}^{K-1} p^T(k) [x(k+1) - Ax(k) - Bu(k) + c(k)] , \quad /10/$$

gdzie :  $p$  - wektor mnożników Lagrange'a odpowiadający ograniczeniom równościowym /1/

$$p^T = [p^T(1), p^T(2) \dots p^T(k-1)] ; p^T(k) = [p_1(k), p_2(k) \dots p_N(k)] ;$$

Zamiast minimalizować  $J(x, u)$  przy ograniczeniach /1/, /2/, /3/ poszukuje się punktu siodłowego  $(x^*, u^*, p^*)$  funkcji Lagrange'a , tzn.

$$\max_p \min_{x, u} L(x, u, p) \quad /11/$$

$$(x, u) \in S_1$$

Zbiór  $S_1$  odpowiada ograniczeniom nierównościowym /2/, /3/ (oraz /9/ w przypadku warunków początkowych b/). Jeżeli punkt siodłowy istnieje, co jest zagwarantowane ze względu na wypukłość wskaźnika jakości i ograniczeń, to wyznaczone  $(x^*, u^*)$  stanowi rozwiązanie problemu pierwotnego.

Wprowadzając pojęcie funkcji dualnej :

$$\vartheta(p) = \min_{x, u} L(x, u, p) \quad /12/$$

$$(x, u) \in S_1$$

problem sprowadza się zgodnie z /11/ do wyznaczenia maximum funkcji dualnej

$$\vartheta(p) \underset{p}{\longrightarrow} \max \quad /13/$$

Rozwiązanie tego problemu odbywa się na 2 poziomach :

### Poziom I

Dla ustalonych wartości  $p$  dokonuje się minimalizacji funkcji Lagrange'a zgodnie z /12/. Dzięki temu, że  $L(x,u,p)$  jest formą liniowo-kwadratową, separowalną ze względu na  $x$  i  $u$  /7/, /10/, to minimalizację  $L$  daje się rozdzielić na  $K$  mniejszych, odrębnych problemów minimalizacji, a ponadto istnieje rozwiązanie analityczne :

$$u_{\sim}(k) = -\frac{1}{2} S^{-1} R + \frac{1}{2} S^{-1} T(k)^{-1} B^T p(k) \quad /14/$$

$$k = 0, 1, 2, \dots (K-1)$$

$$x_{\sim}(k) = Q^{-1} [A^T p(k) - p(k-1)] + x^0(k) \quad /15/$$

$$k = 1, 2 \dots (K-1),$$

zaś w przypadku warunków brzegowych /9/ dodatkowo :

$$x_{\sim}(0) = x_{\sim}(K) = \frac{1}{2} Q^{-1} [A^T p(0) - p(K-1)] + x^0(0). \quad /16/$$

W przypadku, gdy wartości pewnych zmiennych, wyliczone z /14/, /15/ i /16/, przekraczają ograniczenia dolne lub górne /2/ /3/, należy przyjąć, że są równe najbliższemu z tych ograniczeń.

### Poziom II

Wartości zmiennych decyzyjnych  $x_{\sim}$  i  $u_{\sim}$  wyznaczone na poziomie I, podstawione do /7/, pozwalają wyliczyć wartość funkcji dualnej :

$$\phi(p) = L(x_{\sim}, u_{\sim}, p) \quad /17/$$

Gradient funkcji dualnej w punkcie  $p$  wyraża się wzorem :

$$\nabla_p \phi(p) = x_{\sim}(k+1) - Ax_{\sim}(k) - Bu_{\sim}(k) + c(k) \quad /18/$$

Zadaniem poziomu drugiego jest maksymalizacja funkcji dualnej /17/, co ze względu na łatwość wyznaczania gradientu /18/ można zrealizować jedną z metod gradientowych. W pracy [7] badana była m.in. przydatność różnych metod maksymalizacji funkcji dualnej. W opisywanym tu algorytmie przyjęto metodę Fletchera-Reevesa. Kolejne przybliżenia mnożników Lagrange'a, zapewniające przyrost  $\phi(p)$ , oblicza się jako :

$$p^{n+1} = p^n + \alpha \cdot v^n, \quad /19/$$

gdzie :  $v^n$  - jest aktualnym kierunkiem poszukiwań,

$\alpha$  - długość kroku wyznaczana w procesie maksymalizacji  $\phi(p)$  na danym kierunku  $v^n$ .

Z kolei aktualny kierunek poszukiwań wyraża się zależnością :

$$v^n = \left. \nabla_p \vartheta(p) \right|_{p=p^n} + \beta_{n-1} v^{n-1}, \quad /20/$$

gdzie :

$$\beta_{n-1} = \frac{[\nabla_p \vartheta(p^n)]^T \cdot \nabla_p \vartheta(p^n)}{[\nabla_p \vartheta(p^{n-1})]^T \cdot \nabla_p \vartheta(p^{n-1})} \quad /21/$$

#### 4. SCHEMAT ALGORYTMU I NIEKTÓRE WŁAŚCIWOŚCI PROGRAMU

##### OBLICZENIOWEGO

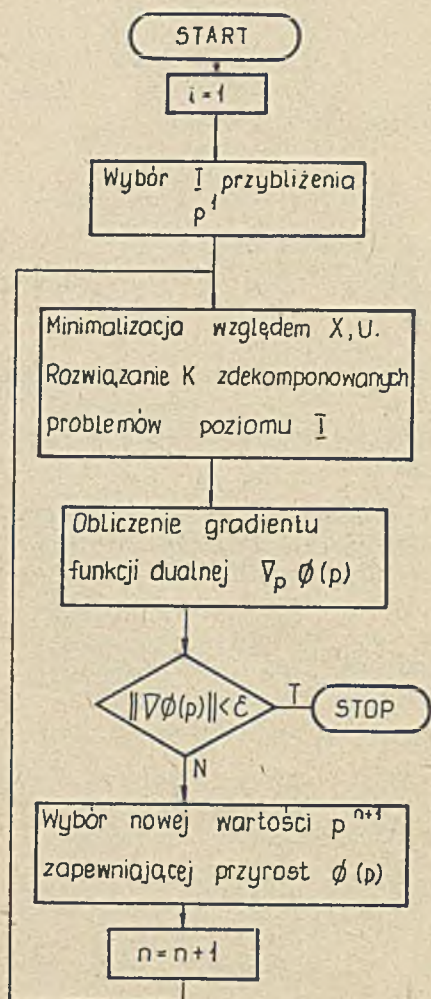
Ogólny schemat blokowy algorytmu hierarchicznej optymalizacji z dekompozycją na poziomie I przedstawiono na rys.1. W trakcie opracowywania programu obliczeniowego rozwiązano szereg problemów, które mają wpływ na efektywność algorytmu i jego przydatność.

Szybkość zbieżności samej procedury maksymalizacji metody Fletchera-Reevesa zależy m.in. od sposobu maksymalizacji funkcji w kierunku oraz od wyboru punktu startowego  $p^1$ . Z postaci gradientu funkcji dualnej /18/ i pośrednio /14/, /15/, /16/ wynika, że na dowolnym kierunku poszukiwań  $v^n$  funkcja dualna  $\vartheta(p)$  jest odcinkami kwadratowa, zaś pochodna kierunkowa odcinkami liniowa. Wykorzystanie tej właściwości pozwala na dokładne wyznaczanie ekstremum funkcji  $\vartheta(p)$  na kierunku poszukiwań i to w 2 + 4 iteracjach. Rezultaty są lepsze niż przy stosowaniu jedynie interpolacji Hermite'a.

Wybór punktu startowego  $p^1$  może być dokonywany przez sam program. Zgodnie z ekonomiczną interpretacją mnożnik Lagrange'a jest pochodną wskaźnika jakości względem zmiany ograniczeń. W rozpatrywanym przypadku  $p(k)$  odpowiada zmianie kosztów pompowania względem zmiany odpowiednich poborów wody  $c_1(k)$ . Za wartości początkowe wszystkich mnożników przyjmuje się pewne  $p_{sr}$  odpowiadające zmianie całkowitego kosztu pompowania względem średniej zmiany poborów w całym systemie.

Jak podano w pkt.2, funkcja kosztów w rzeczywistym systemie może obejmować jedynie koszty pompowania  $J_u(u)$  zależne bezpośrednio od sterowań, natomiast składową  $J_x(x)$  wskaźnika jakości /7/ zależną od stanu wprowadza się wtedy ze względu na metodę optymalizacji. Wprowadzenie wpływu członu  $J_x(x)$  można zmniejszać odpowiednio zmniejszając współczynniki wagowe  $Q_1$ , jednakże, jak stwierdzono doświadczalnie, pogarsza to zbieżność algorytmu. Ponadto potrzebne jest oszacowanie błędu  $\Delta J$ , jaki jest spowodowany składnikiem  $J_x(x)$  we wskaźniku jakości.

I tak stosuje się procedurę zmniejszania współczynników wagowych  $Q_1$



Rys.1. Ogólny schemat blokowy algorytmu optymalizacji

Ponieważ  $J_u(u)$  jest funkcją wypukłą w zbiorze  $S_2$ , to :

$$J_u(\hat{u}) \geq J_u(u^*) + \frac{dJ_u(u)}{dv} \Big|_{(x^*, u^*)} \cdot |v| = J_u(u^*) - \frac{dJ_x(x)}{dv} \Big|_{(x^*, u^*)} \cdot |v| \quad /24/$$

Uwzględniając definicję pochodnej kierunkowej otrzymuje się :

oraz odnawiania punktu odniesienia  $x^0(k)$  w kolejnych etapach optymalizacji, aż błąd  $\Delta J$  jest odpowiednio mały. Znalezione ograniczenie od dołu dla tego błędu. Dla doświadczenia :

$S_2$  - zbiór sterowań i stanów  $\{x, u\}$ , dla których są spełnione ograniczenia /1/, /2/ i /3/

$(x^*, u^*) \in S_2$  - rozwiązanie zadania minimalizacji wskaźnika  $J(x, u) = J_u(u) + J_x(x)$

$(\hat{x}, \hat{u}) \in S_2$  - pewien punkt, w którym istnieje minimum rzeczywistych strat  $J_u(u)$

$$v = \begin{bmatrix} \hat{x} \\ \hat{u} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x^* \\ u^* \end{bmatrix} - \text{wektor}$$

Pochodna kierunkowa w kierunku  $v$  wskaźnika jakości  $J(x, u)$  w punkcie  $(x^*, u^*)$  jest nieujemna, co wynika z istnienia minimum funkcji w tym punkcie.

$$\frac{dJ(x, u)}{dv} \Big|_{(x^*, u^*)} =$$

$$\frac{dJ_u(u)}{dv} \Big|_{(x^*, u^*)} + \frac{dJ_x(x)}{dv} \Big|_{(x^*, u^*)} \geq 0 \quad /22/$$

stąd :

$$\frac{dJ_u(u)}{dv} \Big|_{(x^*, u^*)} \geq - \frac{dJ_x(x)}{dv} \Big|_{(x^*, u^*)} \quad /23/$$



$$\Delta J = J_u(u^*) - J_u(\hat{u}) \leq \nabla_x^T J_x(x) \Big|_{(x^*, u^*)} \cdot v \quad /25/$$

Po obliczeniu gradientu funkcji  $J_x(x)$  i przekształceniach dochodzi się do ostatecznego wzoru :

$$\Delta J \leq \sum_{i=1}^N Q_i (x_{i \max} - x_{i \min}) \left( \sum_{k=1}^K |x_i(k) - x_i^0(k)| \right) \quad /26/$$

Inna korzystna właściwość algorytmu wynika z możliwości wprowadzenia warunku brzegowego /9/. Pozwala to uniknąć zakładania na początku optymalizacji tzw. godziny dobowego wyrównania zbiorników, gdyż wykonuje to program.

Przy niewielkiej modyfikacji algorytmu możliwe jest wprowadzenie do wskaźnika jakości dodatkowych składników kosztu (np. różnych cen wody z poszczególnych ujęć).

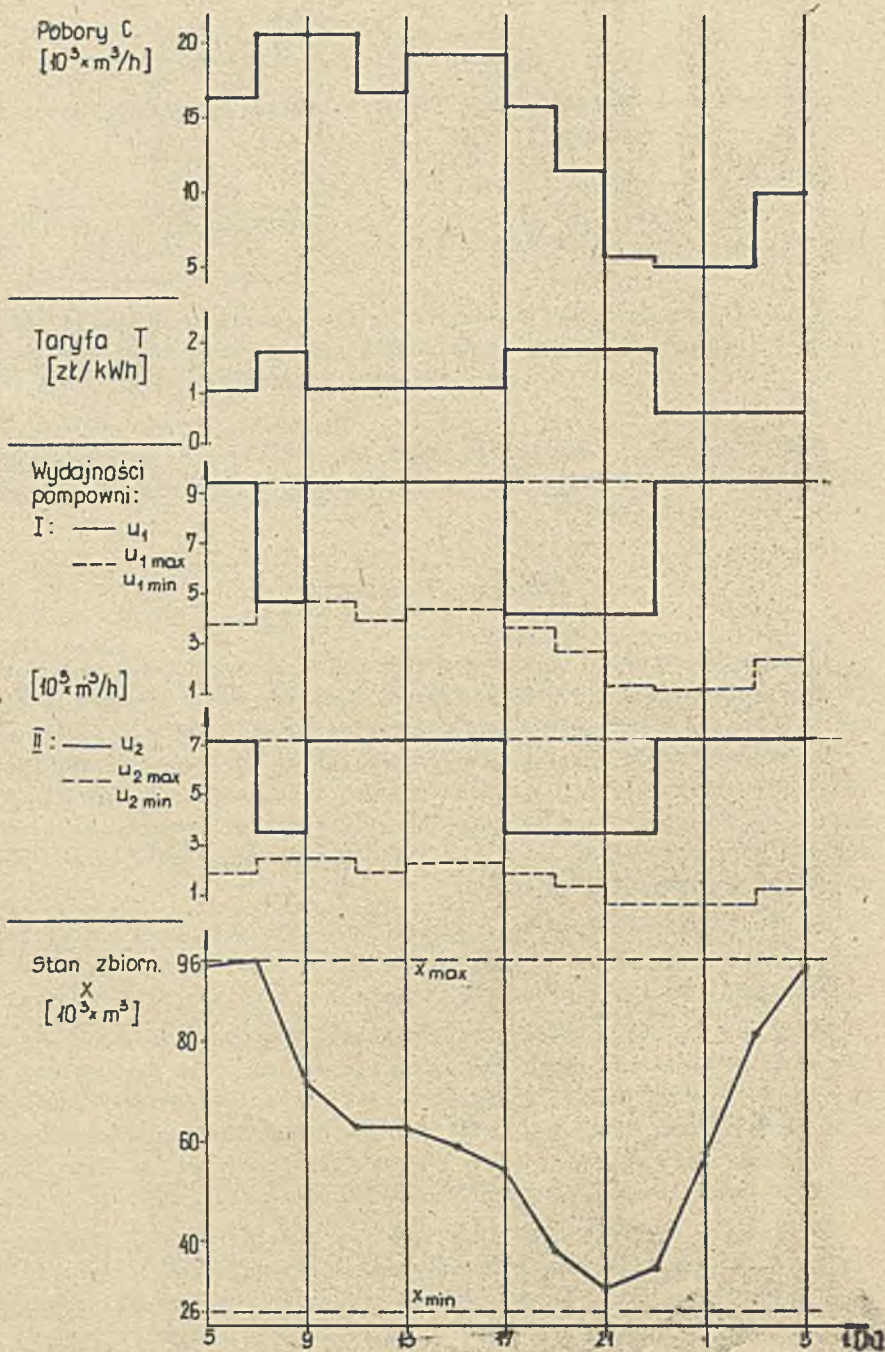
## 5. PRZYKŁADOWE OBLICZENIA

Opracowany algorytm sprawdzono m.in. dla prostego fragmentu systemu zaopatrzenia w wodę z rejonu Mikołowa. Dane do modelu zaczerpnięto z [6] i [7]. System składa się z dwu różnych pompowni z zespołami pomp wirowych, które pompują wodę odrębnymi rurociągami do jednego zbiornika. Odbiorcy pobierają wodę ze zbiornika oraz bezpośrednio z rurociągów magistralnych. Pobory zmieniają się w cyklu dobowym, optymalizacja dotyczy również horyzontu 24 h. Są trzy różne ceny energii elektrycznej : normalna, nocna i szczytowa.

Na rys.2 przedstawione są niektóre dane wejściowe (np. harmonogram poborów wody) oraz przykładowe rozwiązanie w postaci harmonogramów pracy pompowni i poziomów zbiornika, uzyskane w wyniku optymalizacji.

Zgodnie z intuicją optymalne rozwiązanie charakteryzuje się wykorzystaniem pojemności buforowej zbiornika dla zgromadzenia maksymalnej ilości wody w okresach taniej energii. Z kolei zapasy te są zużywane w okresach szczytu energetycznego. Jest również odpowiedni rozdział obciążenia na poszczególne pompownie. Cechą charakterystyczną jest również to, że przez większość czasu wydajności pompowni odpowiadają ograniczeniom.

Obliczony w wyniku optymalizacji dobowy koszt pracy obu pompowni wynosi ok. 151 ksz. Wykorzystuje się przy takim sterowaniu pojemność roboczą zbiornika ok.  $65 \cdot 10^3 \text{ m}^3$ , dalsze zwiększenie pojemności roboczej nie prowadzi do obniżenia kosztów. Dla porównania koszty pompowania przy tradycyjnym sposobie sterowania, zapewniającym najmniejsze wahania poziomu zbiornika, wyliczone wg analogicznego modelu, wynoszą do 182 ksz.



Rys.2. Przebiegi czasowe do przykładu optymalizacji

Potrzebny jest przy tym zakres roboczy zbiornika  $25 \cdot 10^3 \text{ m}^3$ .

Program obliczeniowy w języku FORTRAN wraz z danymi zajmował w omawianym przykładzie 4,5 k pamięci, rozwiązanie uzyskano w czasie ok. 6 s na m.c. ODRA 1305.

## 6. UWAGI KONCOWE

Z dotychczasowych badań wynika, że opracowany algorytm umożliwia wyznaczenie harmonogramów pracy dla obiektów systemu zaopatrzenia wg kryterium minimalizacji kosztów dostarczania wody. Algorytm obliczeniowy charakteryzuje się przy tym dużą efektywnością, jeśli chodzi o czas obliczeń i zajętość pamięci. Wynika to przede wszystkim z dwupoziomowej metody optymalizacji z dekompozycją. Warto jednak zwrócić uwagę, że dekompozycja dotyczy tylko samego rozwiązania problemu, a nie wiąże się z podziałem rzeczywistego systemu na mniejsze obiekty. Z szacunków wynika, że czas obliczeń zależy w przybliżeniu od kwadratu iloczynu  $N \cdot K$ , tj. liczby zbiorników i kroków dyskretyzacji.

Można przypuszczać, że algorytm będzie przydatny szczególnie przy optymalizacji pracy większych fragmentów systemu zaopatrzenia. W tym kierunku są m.in. prowadzone dalsze prace.

## 7. LITERATURA

- [1] B.COULBECK, M.STERLING : Optimised control of water distribution systems. Proceedings IEE, Vol.125, No 9, October 1978.
- [2] F.FALISIDE, P.F.PERRY: Hierarchical optimisation of a water supply network. Proceedings IEE, Vol.122, No 2, Febr. 1975.
- [3] M.STERLING, B.COULBECK : Optimisation of water pumping costs by hierarchical methods". Proc.Inst.Civ.Engrs. Part 2, No 59, Dec. 1975.
- [4] J.SZEBESZCZYK : Możliwości operatywnego sterowania stacją uzdatniania wody. Zeszyty Nauk.Pol.Sl., Automatyka, nr 60, Gliwice 1981.
- [5] U.SZTWIERTNIA-POCIASK : Możliwości sterowania podsystemem zaopatrzenia w wodę systemu wodno-gospodarczego. Zeszyty Nauk.Pol.Sl., Automatyka, nr 60, Gliwice 1981.
- [6] A.WOJTYŁA : Sterowanie rozpiływem wody w wybranym wycinku sieci wodociągowej na terenie GOP. Praca dyplomowa. Instytut Automatyki, Gliwice 1981.
- [7] K.ZAJĄC : Optymalizacja sterowania siecią zaopatrzenia w wodę. Praca dyplomowa. Instytut Automatyki, Gliwice 1982.
- [8] J.ŻELEZNIK : Algorytm symulacji sieci zaopatrzenia w wodę przy wykorzystaniu modelu fizycznego. Zesz.Nauk.Pol.Sl., s.Automatyka, nr 60 Gliwice 1981.

## OPTIMAL SCHEDULING IN WATER SUPPLY SYSTEM

Summary. In the paper an optimal scheduling algorithm for water supply system is proposed. A performance index is defined as a water supply cost. Hierarchical optimization method is applied and examples of computational results are given.

## ОПТИМИЗАЦИЯ РАБОТЫ ВОДОХОЗЯЙСТВЕННОЙ СИСТЕМЫ

## / Резюме /

В работе дано описание алгоритма оптимизации работы водохозяйственной системы. Показателем качества является стоимость в снабжении водой. Применён метод иерархической оптимизации. В работе приводятся примерные расчёты.