

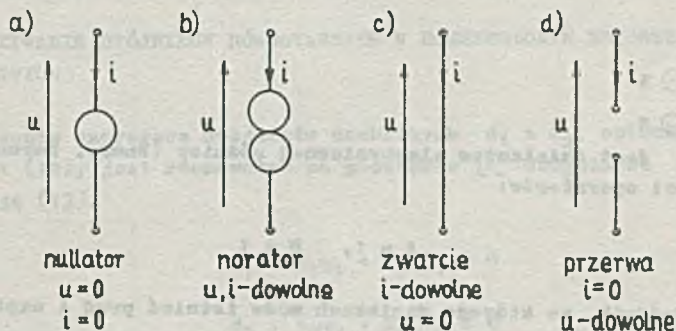
Lesław TOPÓR-KAMIŃSKI

WPROWADZENIE IDEALNYCH ŹRÓDEŁ AUTONOMICZNYCH I ŹRÓDLATORA
DO ZBIORU ELEMENTÓW OSOBLIWYCH

Streszczenie. W pracy przedstawiono opis nowych elementów osobliwych za pomocą formuł boolowskich zawierających operatory logiczne oraz pokazano wzajemne zależności pomiędzy nimi. Dla opisanych elementów osobliwych przedstawiono ich modele teoretyczne, realizacje praktyczne, sposoby poszukiwania dwójników równoważnych oraz występowania w układach fizycznych.

1. WSTĘP

Elementami osobliwymi nazywano są dwójniki elektryczne, na zaciskach których napięcie i prąd mogą przyjmować wartości zerowe lub dowolne. Należą do nich nullator i norator [1] oraz przerwa i zwarcie [2] (rys. 1).



Rys. 1. Klasyczny zbiór elementów osobliwych

W pracy [4] pokazano zastosowanie algebry Boole'a do opisu elementów osobliwych poprzez formułę logiczną o następującej postaci:

$$Ai + Bu = 0, \quad (1)$$

w której:

- A, B - operatory logiczne o wartościach ze zbioru $\{0, 1\}$,
 i, u - prąd i napięcie,

"·" "+" "=" - odpowiednio logiczne działania koniunkcji, alternatywy i równoważności.

Formuła Boolowska (1) nabiera sensu matematycznego, gdy wprowadzi się dla prądu i napięcia transformację zbioru liczb rzeczywistych w zbiór dwuelementowy w następujący sposób:

$$X_{(i,u)} = \begin{cases} 0, & \text{gdy } x \in R \text{ i jest równe tylko } 0 \\ 1, & \text{gdy } x \in R \text{ i jest dowolne} \end{cases} \quad (2)$$

Własności tak opisanych dwójników osobliwych określone są jednoznacznie przez parę operatorów $\{A, B\}$, a poszukiwanie dwójników równoważnych sprowadza się do wykonania odpowiednich działań logicznych na tych operatorach [4].

2. ZASTOSOWANIE OPERATORÓW LOGICZNYCH DO OPISU ŹRÓDEŁ AUTONOMICZNYCH I ŹRÓDLATORA

Formułę logiczną (1) można uogólnić do postaci:

$$A \alpha + B \beta = 0, \quad (3)$$

gdzie:

$$\alpha = i \ominus I \quad (4)$$

$$\beta = u \ominus E \quad (5)$$

" \ominus " jest działaniem algebraicznej różnicy (sumy). Formuła (3) dla wartości operatorów:

$$A = 1, \quad B = 1 \quad (6)$$

opisuje dwójnik, na którego zaciskach może istnieć prąd i napięcie tylko o wartościach:

$$i = I, \quad u = E \quad (7)$$

Odyż aby była ona spełniona musi być wobec (6) spełnione relacje:

$$(i - I) = 0 \quad \text{oraz} \quad (u - E) = 0 \quad (8)$$

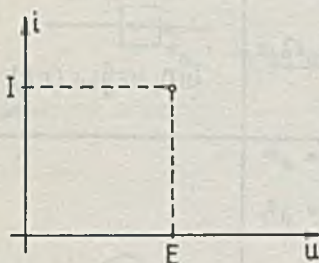
Relacja (3) z założeniami (4), (5), (6) opisuje zatem element o charakterystyce będącej punktem na płaszczyźnie i - u o współrzędnych (I, E) (rysunek 2) i jest uogólnieniem pojęcia nullatora, którego charakterystyka jest punktem w środku układu współrzędnych. Można go nazwać nullatorem źródłowym lub źródlatorem.

Dla wartości operatorów:

$$A = 0, \quad B = 1 \quad (9)$$

otrzymuje się formułę:

$$0(i - I) + 1(u - E) = 0 \quad (10)$$



opisującą idealne autonomiczne źródło napięciowe o sile elektromotorycznej E . Analogicznie dla $A = 1, B = 0$ otrzymuje się formułę opisującą idealne źródło prądowe o sile prądomotorycznej I . Źródłator dla $I = 0$ i $E \neq 0$ można nazwać napięciowym, natomiast dla $I \neq 0$ i $E = 0$ prądowym. Wszystkie nowe wprowadzone elementy osobliwe przedstawione są w tabelicy 1 i mogą stanowić uzupełnienie klasycznego zbioru dwójników osobliwych z rys. 1.

Rys. 2. Charakterystyka źródłatora w postaci punktu na płaszczyźnie $i - u$

3. POSZUKIWANIE DWÓJNIKÓW RÓWNOWAŻNYCH W ROZSZERZONYM ZBIORZE ELEMENTÓW OSOBLIWYCH

Połączenie szeregowe dwójników osobliwych d_1 i d_2 , opisanych formułami (11) i (12), jest równoważne na podstawie [4] dwójnikowi d_3 opisanemu relacją (13).

$$d_1 : A_1 \alpha_1 + B_1 \beta_1 = 0 \quad (11)$$

$$d_2 : A_2 \alpha_2 + B_2 \beta_2 = 0 \quad (12)$$

$$d_3 : (A_1 + A_2) \alpha_3 + B_1 B_2 (\beta_1 \oplus \beta_2) = 0 \quad (13)$$

Jeżeli dla rozszerzonego zbioru elementów osobliwych wprowadzi się:

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 1 \ominus I, \quad \beta_1 = u_1 \ominus E_1, \quad \beta_2 = u_2 \ominus E_2, \quad (14)$$

to otrzymuje się dla połączenia szeregowego:

$$(A_1 + A_2)(1 \ominus I) + B_1 B_2 (u \ominus E_3) = 0, \quad (15)$$

Tablica 1

Nowoprowadzone i znane elementy osobliwe

Lp.	Nazwa	Formuła opisująca	Obraz na pł. $i-u$	Symbol
1	Źródło mocy $I \neq 0, E \neq 0$	$1(i-I) + 1(u-E) = 0$		 $\{1(I), 1(E)\}$ lub (I, E)
2	Źródło napięciowe $I = 0, E \neq 0$	$1i + 1(u-E) = 0$		 $\{1, 1(E)\}$
3	Źródło prądowe $I \neq 0, E = 0$	$1(i-I) + 1u = 0$		 $\{1(I), 1\}$
4	Autonomiczne źródło napięciowe (idealne źródło napięciowe)	$0i + 1(u-E) = 0$ lub $0(i-I) + 1(u-E) = 0$		 $\{0, 1(E)\}, \{0(I), 1(E)\}$
5	Autonomiczne źródło prądowe (idealne źródło prądowe)	$1(i-I) + 0u = 0$ lub $1(i-I) + 0(u-E) = 0$		 $\{1(I), 0\}, \{1(I), 0(E)\}$

gdzie:

$$u = u_1 \oplus u_2, \quad E_3 = E_1 \oplus E_2 \quad (16)$$

Analogicznie dla połączenia równoległego dwójników osobliwych d_4 i d_5 otrzymuje się równoważny dwójnik d_6 .

$$d_4 : A_4 \alpha_4 + B_4 \beta_4 = 0 \quad (17)$$

$$d_5 : A_5 \alpha_5 + B_5 \beta_5 = 0 \quad (18)$$

$$d_6 : A_4 A_5 (1_6 \ominus I_6) + (B_4 + B_5) (u \ominus E) = 0 \quad (19)$$

gdzie:

$$\alpha_4 = i_4 \ominus I_4, \quad \alpha_5 = i_5 \ominus I_5, \quad (20)$$

$$\beta_4 = \beta_5 = \beta_6 = u \ominus E$$

oraz

$$i_6 = i_4 \oplus i_5, \quad I_6 = I_4 \oplus I_5 \quad (21)$$

W przypadku gdy uogólnione prądy α_1 i α_2 w formułach (11) i (12) dla połączenia szeregowego dwójników nie są sobie równe, należy sprawdzić wartość wyrażen logicznych:

$$f_1 = (\overline{A_1 = A_2}) \cdot A_1 \quad (22)$$

$$f_2 = (\overline{A_1 = A_2}) \cdot A_2 \quad (23)$$

Jeżeli zachodzi:

$$f_1 = 1, \quad \text{to} \quad \alpha_3 = \alpha_1 \quad (24)$$

$$f_2 = 1, \quad \text{to} \quad \alpha_3 = \alpha_2 \quad (25)$$

$$f_1 = f_2 = 0, \quad \text{to} \quad \alpha_3 \text{ - nie da się określić.} \quad (26)$$

Analogicznie dla połączenia równoległego, jeżeli β_4 różne od β_5 , wtedy należy sprawdzić wartość wyrażen logicznych:

$$f_3 = (\overline{B_4 = B_5}) B_4 \quad (27)$$

$$f_4 = (\overline{B_4 = B_5}) B_5 \quad (28)$$

Jeżeli zachodzi:

$$f_3 = 1, \quad \text{to} \quad \beta_6 = \beta_4 \quad (29)$$

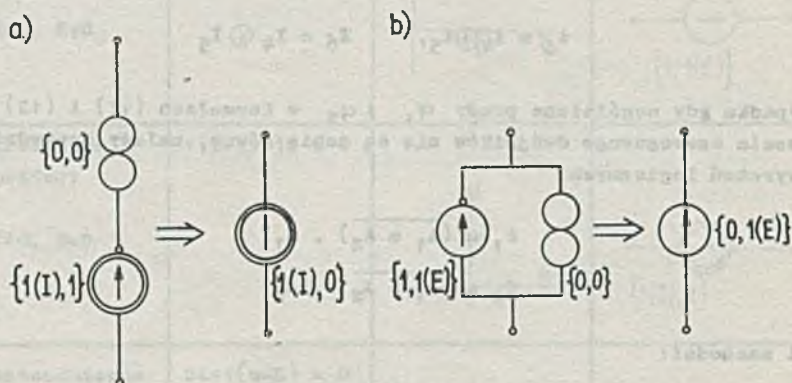
$$f_4 = 1, \quad \text{to} \quad \beta_6 = \beta_5 \quad (30)$$

$$f_3 = f_4 = 0, \quad \text{to} \quad \beta_6 - \text{nie da się określić} \quad (31)$$

Zatem poszukiwanie dwójników osobliwych równoważnych do danych w rozszerzonym zbiorze i połączonych w pewną sieć, sprowadza się do wykonania odpowiednich działań logicznych na opisujących je operatorach oraz działań algebraicznych między napięciami i prądami na ich zaciskach.

4. ZALEŻNOŚCI MIĘDZY ELEMENTAMI ROZSZERZONEGO ZBIORU DWÓJNIKÓW OSOBLIWYCH

Elementy rozszerzonego zbioru dwójników osobliwych mogą być określane wzajemnie poprzez inne z tegoż zbioru.



Rys. 3. Źródła autonomiczne wyrażone za pomocą źródełatorów i noratorów

Na rys. 3 przedstawione są autonomiczne źródła napięciowe i prądowe wyrażone za pomocą źródełatorów i noratorów. Równoważność tych układów można wykazać na podstawie relacji przedstawionych w punkcie 3. I tak przykładowo dwójnik z rys. 3b opisują formuły dla noratora i źródłatora napięciowego.

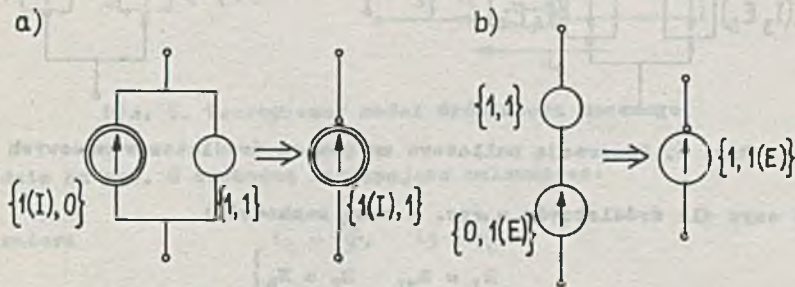
$$0i_1 + 0u_1 = 0 \quad (32)$$

$$1i_2 + 1(u_2 - E) = 0 \quad (33)$$

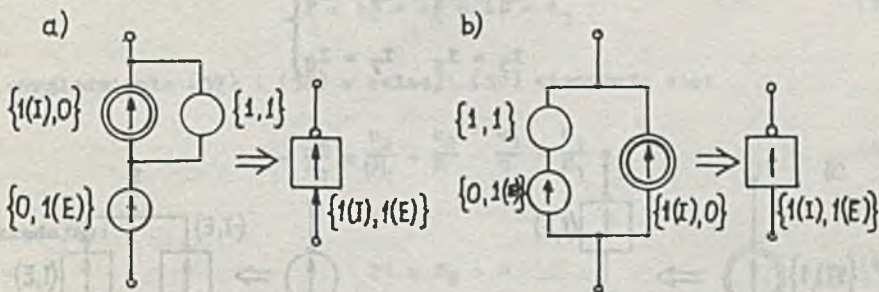
Dwójnik wypadkowy uzyskany z ich równoległego połączenia opisuje na podstawie (19) formuła:

$$0i_3 + 1(u_3 - E) = 0, \quad (34)$$

przy czym należy sprawdzić relacje (27) i (28), gdyż $u_1 \neq u_2 - E, (\beta_1 \neq \beta_2)$. Analogicznie można przedstawić źródłatory za pomocą połączeń źródeł autonomicznych z nullatorem. Pokazano to na rys. 4 i rys. 5.

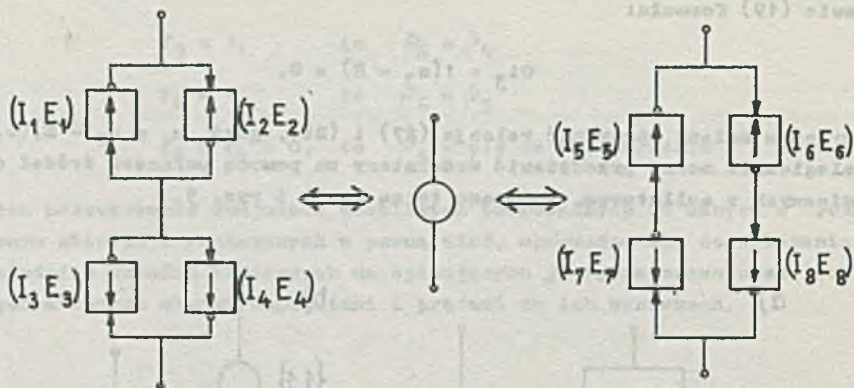


Rys. 4. Źródłator prądowy i napięciowy przedstawione za pomocą nullatora i źródeł autonomicznych



Rys. 5. Źródłator mocy przedstawiony za pomocą nullatora oraz źródeł autonomicznych

W rozszerzonym zbiorze elementów osobliwych można wyróżnić pewien minimalny podzbiór generujący wszystkie pozostałe elementy. Będzie to zbiór złożony z noratora i źródłatora mocyowego o odpowiednio dobranych wartościach parametrów I, E . Na rys. 6 pokazano generację nullatora, a na rys. 7 źródłatorów prądowego i napięciowego.



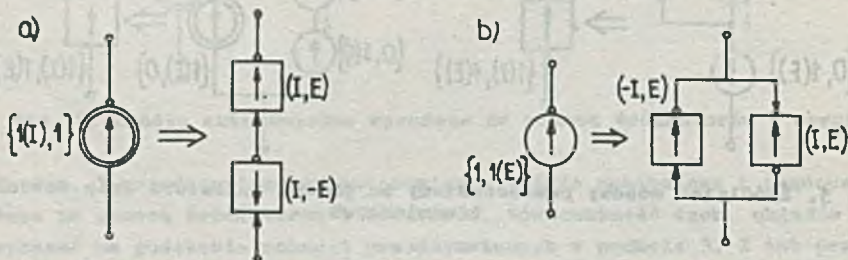
Rys. 6. Generacja nullatora za pomocą źródełatorów mocowych

Przy czym dla źródełatorów z rys. 6 musi zachodzić:

$$\left. \begin{aligned} E_1 = E_3, \quad E_2 = E_4 \\ E_1 = I_2 = I_3 = I_4 \end{aligned} \right\} \quad (35)$$

oraz

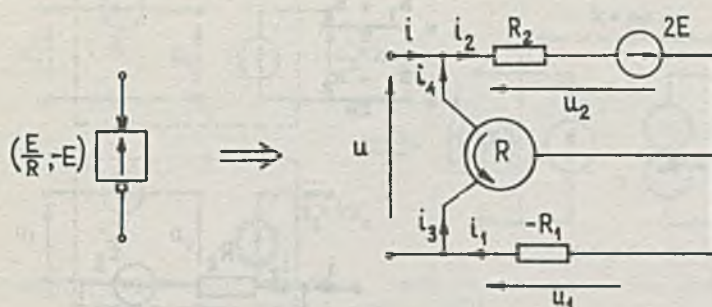
$$\left. \begin{aligned} E_5 = E_6 = E_7 = E_8 \\ I_5 = I_7, \quad I_6 = I_8 \end{aligned} \right\} \quad (36)$$



Rys. 7. Generacja źródełatorów prądowego i napięciowego za pomocą mocowego

5. MODELE TEORETYCZNE ŹRÓDŁATORÓW I ICH ODPOWIEDNIKI FIZYCZNE

Analogicznie jak dla nullatora i noratora można przedstawić modele teoretyczne źródełatora w oparciu o idealny syzator lub cyrkulator.



Rys. 8. Teoretyczny model źródłatora mocowego

W układzie na rys. 8 zachodzą następujące zależności:

$$\text{dla Źródłatora} \quad i_4 = \frac{u_1}{R}, \quad i_3 = \frac{u_2}{R} \quad (37)$$

$$\text{dla obciążenia:} \quad i_2 = \frac{u_2 + 2E}{R_2}, \quad i_1 = \frac{u_1}{R_1} \quad (38)$$

oraz dla całego układu:

$$i = i_2 - i_4 = i_1 - i_3 \quad (39)$$

Po uwzględnieniu (37) i (38) w relacji (39) otrzymuje się:

$$-\frac{2E}{R_2} = \frac{u_2}{R_2} + \frac{u_2}{R} - \frac{u_1}{R} - \frac{u_1}{R_1} \quad (40)$$

Zakładając:

$$R_1 = R_2 = R \quad (41)$$

otrzymuje się:

$$u = u_2 - u_1 = -E \quad (42)$$

A z relacji (39) i (42) wynika, że:

$$i = \frac{1}{R} (u_1 - u_2) = \frac{E}{R} \quad (43)$$

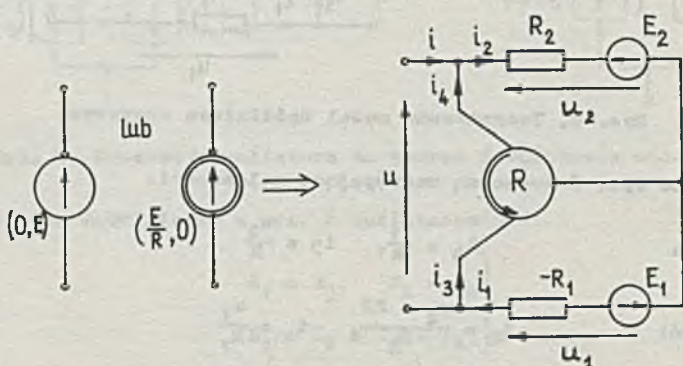
Układ z rys. 8 wyznacza na płaszczyźnie $i - u$ punkt o parametrach $(\frac{E}{R}, -E)$, czyli jest modelem teoretycznym źródłatora mocowego.

Podobnie postępując dla układu z rys. 9, otrzymuje się zależność:

$$u = \frac{E_1 + E_2}{2} \quad (44)$$

$$i = \frac{E_1 - E_2}{2R} \quad (45)$$

dla $R_1 = R_2 = R$.



Rys. 9. Teoretyczny model źródeł napięciowego $E_1 = E_2 = E$ lub prądowego dla $E_1 = -E_2 = E$

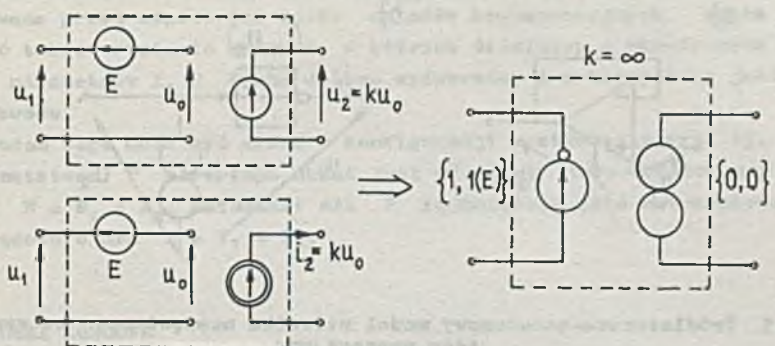
Zatem dla założenia $E_1 = E_2 = E$ układ z rys. 9 jest teoretycznym modelem źródła napięciowego o parametrach $(0, E)$, natomiast dla $E_1 = -E_2 = E$ jest modelem źródła prądowego o parametrach $(\frac{E}{R}, 0)$.

Przykłady te nie są realizowalne fizycznie, gdyż posiadają nieskończoną dużą czułość na zmiany parametrów układu. W modelach układów fizycznych źródłatory podobnie jak nullator nie mogą występować samodzielnie, lecz tylko w parze z noratorem. Zgodnie z tą zasadą źródłatory można realizować za pomocą źródła sterowanego o nieskończonym współczynniku wzmocnienia swanego nullorem [3] i źródeł autonomicznych. Przedstawione jest to na rysunkach 10 i 11.

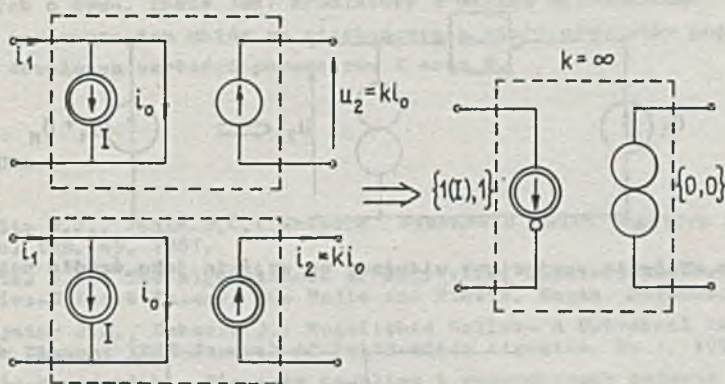
Idealny scalony wzmacniacz operacyjny po uwzględnieniu napięcia niezrównoważenia U_N oraz prądu niezrównoważenia J_N , przy nieskończonym wzmocnieniu nie tworzy pary nullator norator, lecz parę źródłator-norator (rys. 12).

W związku z tym wtórnik napięciowy zbudowany w oparciu o wzmacniacz operacyjny (rys. 13a) z uwzględnieniem I_N oraz U_N jest równoważny połączeniu elementów osobliwych jak na rys. 13b, dla którego zachodzi:

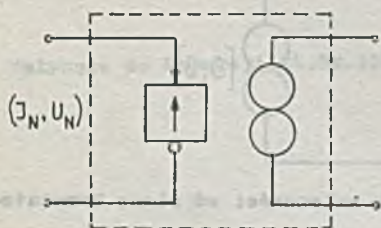
$$u_2 = u_1 + U_N, \quad i_1 = -I_N \quad (46)$$



Rys. 10. Realizacja fizyczna pary źródeł napięciowy - norator



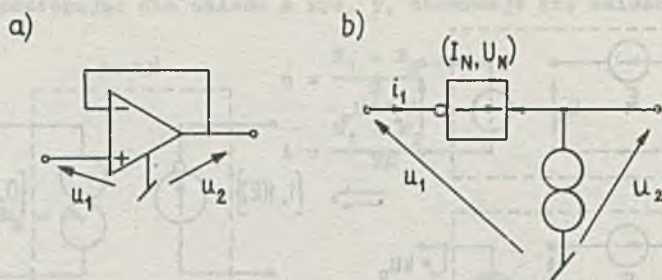
Rys. 11. Realizacja fizyczna pary źródeł prądowy - norator



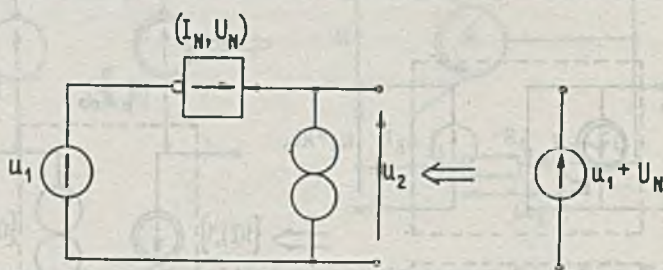
Rys. 12. Idealny wzmacniacz operacyjny z uwzględnionym prądem i napięciem niezrównoważenia

Układ ten przy nieobciążonym wyjściu widziany jest z wejścia jako równoległe połączenie źródła prądowego I_N , natomiast od wyjścia jako autonomiczne źródło napięciowe $(u_1 + U_N)$ (rys. 14), przy załączonym na wejściu źródle napięciowym u_1 .

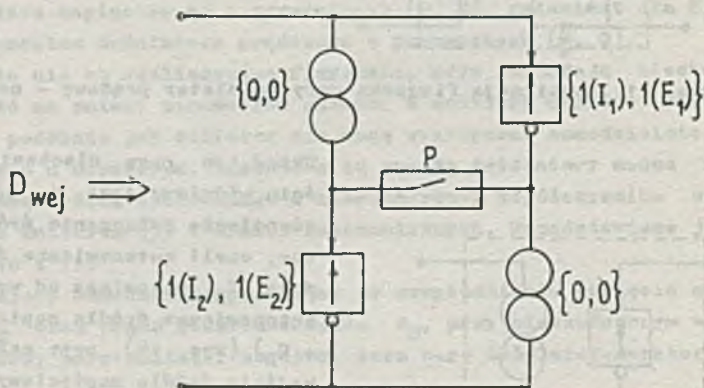
Napięcie i prąd niezrównoważenia we wzmacniaczu operacyjnym są przykładem naturalnego występowania źródeł w układach fizycznych, przy czym w tym przypadku jest to pasożytnicze



Rys. 13. Źródłatorowo-noratorowy model wtórnika napięciowego ze wzmacniaczem operacyjnym



Rys. 14. Wtórnik napięciowy widziany od wyjścia jako źródło napięciowe



Rys. 15. Układ symulacyjny SEM lub SPM w zależności od stanu hamatora P

zjawisko negatywne o stosunkowo małym wpływie i w miarę możliwości minimalizowane przez odpowiedni dobór układów kompensacyjnych. Można jednak założyć także istnienie układów, w których źródłator o określonych wartościach parametrów I , U byłby celowo wytworzony i wykorzystany jako element obwodu.

Przykładem tego może być układ o konfiguracji mostkowej z rys. 15.

Dla komutatora P otwartego układ jest widziany jako źródło napięciowe o SEM $E = E_1 + E_2$, natomiast dla P zamkniętego jako autonomiczne źródło prądowe o SPM $I = I_1 + I_2$.

6. WNIOSKI KOŃCOWE

Przedstawiona metoda opisu sieci elementów osobliwych poprzez formuły boolewskie wiążące operatory logiczne pozwala powiększyć zbiór dwójników osobliwych o nowe, takie jak: źródłatory i źródła autonomiczne. Wprowadzenie ich rozszerza ten zbiór na nieskończoność wiele elementów poprzez przyjmowanie dowolnych wartości parametrów I oraz E .

LITERATURA

- [1] Carlin H.J., Youla D.C.: Network synthesis with negative resistors. Proc. IRE, 49, 1961.
- [2] Davies A.C.: The significance of Nullators, Norators and Nullors in Active-Network Theory. The Radio and Electr. Engin. November 1967.
- [3] Huijsing J.H., Dekorte J.: Monolithic Nullor - A Universal Active Network Element IEEE Journal of Solid-state circuits, No 1, 1977.
- [4] Topór-Kamiński L.: Elementy osobliwe i rozszerzenie pojęcia komutacji w obwodach elektrycznych. V SPETO, Ustroń 1981.
- [5] Pogorzelski W.A.: Klasyfikacja rachunek zdań. PWN, Warszawa 1975.
- [6] Mostowski A.W.: Algebry Boole'a i ich zastosowania. PWN, Warszawa 1964.

Recenzent: Doc. dr inż. Maria Jastrzębska

Wpłynęło do Redakcji 24.09.1982 r.

ВВЕДЕНИЕ ИДЕАЛЬНЫХ АВТОНОМНЫХ ИСТОЧНИКОВ И ИСТОЧНИКОВ НУЛЯТОРА В МНОЖЕСТВО АНОМАЛЬНЫХ ЦЕПЕЙ

Р е з ю м е

В статье описано новые аномальные элементы при помощи булевых формул содержащих логические операторы. Показано их взаимозависимости и поиски эквивалентных двухполюсников. Описано их теоретические модели, практические реализации и присутствие в физических системах.

THE IDEAL AUTONOMOUS SOURCES AND SOURCE NULLATOR AS ELEMENTS OF THE CLASS OF SINGULAR ELEMENTS

S u m m a r y

The new singular elements were described with the use of Boolean formulas with logical operators. The interdependences among them and the methods of finding equivalent twopoles were shown. Their theoretical models, practical realizations and existence in physical systems were described.