

Zbigniew OGONOWSKI

ALGORYTM REGULACJI DYSKRETNEJ WYKORZYSTUJĄCY FUNKCJE WAGI

Streszczenie. W pracy przedstawiono sposób wykorzystania opisu liniowych obiektów dyskretnych za pomocą funkcji wagi do celów regulacji. Wyprowadzono algorytm regulacji i omówiono jego podstawowe własności.

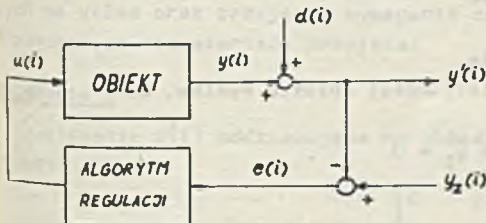
1. WSTĘP

Liniowe obiekty regulacji dyskretnych mogą być opisane za pomocą impulsowej funkcji przejścia (odpowiedzi obiektu na deltę Diraca) nazywanej również funkcją wagi [1]. Funkcja wagi posiada postać szczególnie dogodną do identyfikacji. Istnieje szereg algorytmów identyfikacji funkcji wagi [2]. Jednakże, poza nielicznymi przykładami [3], [4], nie wykorzystuje się modeli z funkcją wagi do sterowania, a możliwości tworzenia takich algorytmów i ich własności są do tej pory praktycznie nie zbadane.

W niniejszej pracy zostanie przedstawiony algorytm regulacji zbudowany w oparciu o impulsową funkcję przejścia obiektu (algorytm IFP). Będzie również omówiony wpływ niedokładności modelu na jakość regulacji w układzie z algorytmem IFP oraz zostaną przedstawione sposoby modyfikacji algorytmu mające na celu polepszenie jakości regulacji.

2. SFORMUŁOWANIE MODELU OBIEKTU

Rozważany będzie układ regulacji dyskretny jak na rys. 1a. Przyjęto oznaczenia: $u(i)$ - wielkość sterująca w chwili i , $y(i)$ - wielkość wyjściowa, $d(i)$ - zakłócenia spowodowane na wyjście, $y(i)$ - mierzona wielkość wyjściowa, $y_z(i)$ - wielkość zadana, $e(i)$ - uchyb regulacji.

Założenie 1

Zakłada się, że obiekt jest liniowy, asymptotycznie stabilny i minimalnofazowy.

Rys. 1a. Rozważany układ regulacji

Z założenia o liniowości obiektu wynika jego równanie:

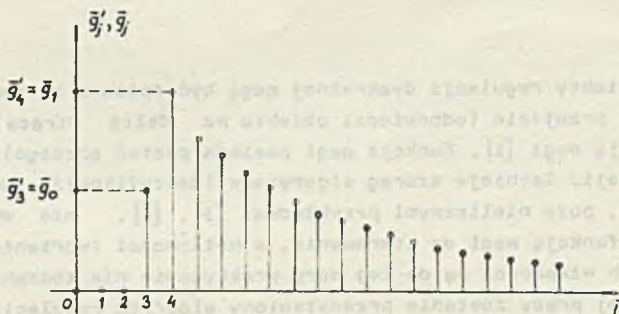
$$\bar{y}(i) = \sum_{j=0}^{\infty} \bar{g}'_j u(i-j), \quad (1)$$

gdzie:

\bar{g}'_j , $j=0,1,\dots$ - parametry funkcji wagi obiektu,
 $\bar{y}(j)$ - sygnał wyjściowy obiektu.

Oznaczenie \bar{g}'_j i $\bar{y}(j)$ wprowadzono w celu odróżnienia parametrów funkcji wagi i sygnału wyjściowego obiektu regulacji od parametrów funkcji wagi (g_j) i sygnału wyjściowego modelu ($y(i)$).

Przykład funkcji wagi przedstawia rys. 1b.



Rys. 1b. Przykład funkcji wagi

W równaniu (1) w sposób jawny nie występuje dyskretny czas opóźnienia obiektu, który jest równy liczbie pierwszych zerowych parametrów funkcji wagi. Wobec tego należy dokonać przenumeroowania parametrów \bar{g}'_j , tak jak pokazano na rys. 1b. Stąd równanie obiektu:

$$\bar{y}(i) = \sum_{j=0}^{\infty} \bar{g}_j u(i-j-k), \quad (2)$$

gdzie k - dyskretny czas opóźnienia.

Z założenia o asymptotycznej stabilności obiektu wynika, że:

$$\lim_{j \rightarrow \infty} \bar{g}_j = 0 \quad (3)$$

Stąd równanie modelu można zapisać następująco:

$$y(i) = \sum_{j=0}^n g_j u(i-j-k), \quad (4)$$

gdzie n jest chwilą "obcięcia" funkcji wagi.

W dalszych rozważaniach przyjmuje się:

Założenie 2

Pierwszych $n+1$ parametrów funkcji wagi modelu i obiektu są sobie równe: $\bar{g}_j = g_j, j = 0, 1, \dots, n$.

Jedynym źródłem niedokładności modelu jest "obcięcie" funkcji wagi:

$$g_j = 0, j = n+1, n+2, \dots$$

3. POSTAĆ ALGORYTMU IFP

Z równania (4) można wyznaczyć $u(i)$ zapisując je dla chwili $i+k$:

$$y(i+k) = \sum_{j=0}^n g_j u(i-j) = g_0 u(i) + \sum_{j=1}^n g_j u(i-j) \quad (5)$$

Ponieważ zgodnie z przenumowaniem parametrów funkcji wagi, o którym była mowa w poprzednim punkcie: $g_0 \neq 0$, więc

$$u(i) = \frac{1}{g_0} \left[y(i+k) - \sum_{j=1}^n g_j u(i-j) \right] \quad (6)$$

Wartość sumy znajdującej się w (6) jest znana, ponieważ występują w niej wartości sterowania z chwil poprzedzających chwilę bieżącą. Jednak aby określić $y(i+k)$, należy dokonać predykcji wielkości wyjściowej y dla chwili $i+k$. W tym celu konieczne jest założenie postaci zakłóceń oddziałujących na układ oraz przyjęcie wymagania co do trajektorii uchybu regulacji. W poniższych rozważaniach przyjęto:

Założenie 3

Zakłócenia $d(j)$ oddziałujące na układ regulacji z rys. 1a mają postać skoku:

$$d(j) = \begin{cases} 0 & j < i-1 \\ d & j \geq i-1 \end{cases} \quad (7)$$

Wymaganie

Żąda się, by trajektoria uchybu regulacji $e(j)$ w układzie regulacji jak na rys. 1a z algorytmem IFP była opisana zależnością:

$$e(j) = \alpha e(j-1) \quad j = 1, 1+1, \dots \quad (8)$$

gdzie:

$$|\alpha| < 1 \quad (9)$$

Założenie 4

Układ z rys. 1a jest układem regulacji stałowartościowej, w którym $y_z(1) = 0$.

Wobec poczynionych założeń predykcję wielkości $y(i+k)$ wykonać następująco:

Z założenia 4 wynika:

$$e(j) = -y'(j) \quad \text{dla dowolnego } j \quad (10)$$

Z (10) i (8) otrzymuje się:

$$y'(i+k) = \alpha \cdot y'(i+k-1) \quad (11)$$

Z rys. 1a i założenia 3 wynikają zależności:

$$y'(i+k) = y(i+k) + d(i+k) = y(i+k) + d \quad (12)$$

$$y'(i+k-1) = y(i+k-1) + d(i+k-1) = y(i+k-1) + d \quad (13)$$

$$d = y'(i-1) - y(i-1) \quad (14)$$

Wstawiając (14) do (12) oraz (13) i tak otrzymane równania do (11) otrzymuje się:

$$y'(i+k) = \alpha y(i+k-1) + (1-\alpha) [y(i-1) - y'(i-1)] \quad (15)$$

Z (4) wynika:

$$y(i+k-1) = \sum_{j=0}^n g_j u(i-j-1) \quad (16)$$

$$y(i-1) = \sum_{j=0}^n g_j u(i-j-k-1) \quad (17)$$

Natomiast z (10):

$$-y(i-1) = e(i-1) \quad (18)$$

Wstawiając (16) - (18) do (15) uzyskuje się wzór określający predykcję wielkości $y(i+k)$:

$$y(i+k) = \sum_{j=0}^n g_j [\alpha u(i-j-1) + (1-\alpha)u(i-j-k-1)] + (1-\alpha)e(i-1) \quad (19)$$

Podstawiając (19) do (6) otrzymuje się ostateczną postać algorytmu IFP:

$$u(i) = \frac{1}{g_0} \left\{ \sum_{j=1}^n g_j [(1-\alpha)u(i-j-k-1) + \alpha u(i-j-1) - u(i-j)] + g_0 [(1-\alpha)u(i-k-1) + \alpha u(i-1)] + (1-\alpha)e(i-1) \right\} \quad (20)$$

4. WPŁYW NIEDOKŁADNOŚCI MODELU NA JAKOŚĆ REGULACJI W UKŁADZIE Z ALGORYTMEM IFP

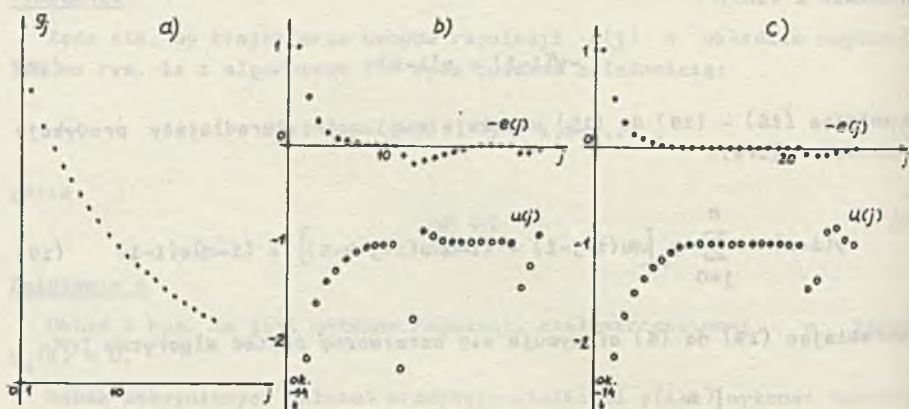
Rysunek 2 (b i c) przedstawia przebieg uchybu regulacji i wielkości sterującej w układzie z algorytmem IFP i obiektem, którym jest element inercyjny rzędu pierwszego o transmitancji:

$$K_o(z) = \frac{1 - e^{-\frac{T}{T_1}} z^{-1}}{1 - e^{-\frac{T}{T_1}} z^{-1}}$$

Dla obiektu przyjęto stałą czasową $T = 10$ i okres impulsowania $T_1 = 1$. Rysunek 2a przedstawia przebieg funkcji wagi obiektu. Przyjęto $\alpha = 0,5$, stąd w obu przypadkach ($a: n = 10$, $b: n = 20$) uchyb regulacji osiąga na początku wartości: $-1, -1, -0,5, -0,25, -0,125, \dots$ itd. aż do chwili, gdy pojawia się przeregulowanie wynikające z niedokładności modelu. Towarzyszy mu odchylenie wartości wielkości sterującej od wartości ustalonej równej -1 .

Z rysunku 2 wynikają następujące wnioski:

- Uchyb ustalony w układzie regulacji z algorytmem IFP jest równy 0. W [5] jest to uzasadnione analitycznie oraz pokazane, że własność ta jest zachowana mimo niespełnienia założenia 2 - byłoby układ był stabilny.



Rys. 2. Przebiegi: funkcji wagi elementu inercyjnego 1 rzędu (a), uchybu regulacji i wielkości sterującej dla $n=10$ (b) i $n=20$ (c)

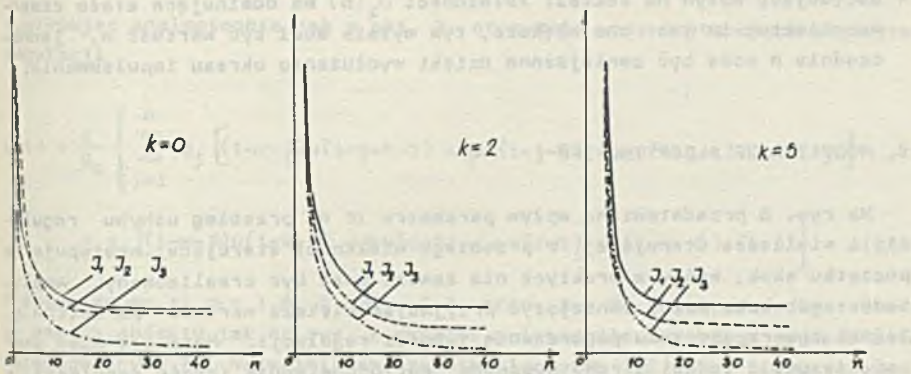
- Już dla $n = 10$ przebieg uchybu regulacji (rys. 2b) jest poprawny, jednak widać, że zwiększenie n powoduje wyraźne polepszenie przebiegu uchybu: przeregulowania wynikające z niedokładności modelu pojawiają się odpowiednio później i mają mniejszą amplitudę.
- Przeregulowaniom przebiegu uchybu regulacji towarzyszą odchylenia wartości wielkości sterującej od stanu ustalonego, przy czym są one wyraźnie mniejsze dla większego n .

Powyższe wnioski skłaniają do gruntowniejszego zbadania wpływu n na jakość regulacji: badano następujące wskaźniki jakości regulacji:

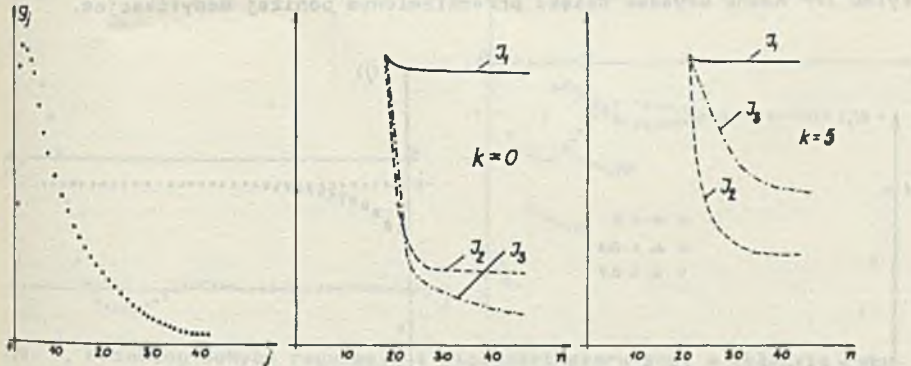
$$J_1 = \sum_{j=1}^{100} e^2(j) \quad J_2 = \sum_{j=1}^{100} [u(j) - u_{ust}]^2 \quad J_3 = \sum_{j=1}^{100} j|e(j)|$$

Rysunki 3-5 pokazują zależności J_1, J_2, J_3 od n dla różnych obiektów. Wynikają z nich następujące wnioski:

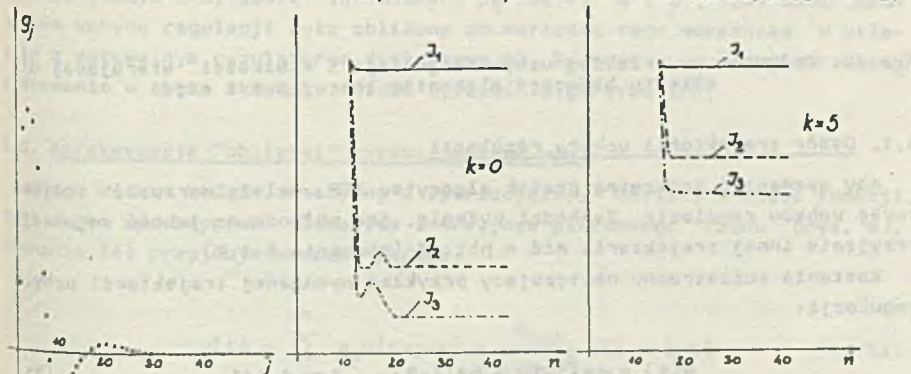
- dla określonego obiektu zawsze można dobrać taką wartość n , że dalsze udokładnianie modelu przez wybór większego n nie wpłynie w istotny sposób na jakość regulacji, co więcej ta "wystarczająca" wartość n , jeśli porównać ją z przebiegiem funkcji wagi danego obiektu, jest dostatecznie mała, by algorytm IFP można było stosować w praktyce,
- wystąpienie w obiekcie czasu opóźnienia niewiele zmienia kształt zależności $J_1(n)$; powoduje jednakże to, że dla małych n układ regulacji jest niestabilny, przy czym efekt ten pogłębia się dla obiektów bardziej złożonych; z drugiej strony jeśli począwszy od np. n_0 układ jest stabilny, to już dla niewiele wyższych wartości n zależność $J_1(n)$ pozostaje prawie niezmienna,



Rys. 3. Przebiegi wskaźników jakości dla obiektu o transmitancji $K_0(z) = G_1(z)z^{-k}$, gdzie $G_1(z)$ - transmitancja elementu inercyjnego 1 rzędu o wzmacnieniu 1 i stałej czasowej 10 (okres impuls. = 1)



Rys. 4. Przebieg funkcji wagi i wskaźników jakości dla obiektu o transmitancji $K_0(z) = G_2(z)z^{-k}$, gdzie $G_2(z)$ - transmitancja elementu inercyjnego 2 rzędu o wzmacnieniu 1, stałych czasowych 1 i 10 (okres impuls. = 1)

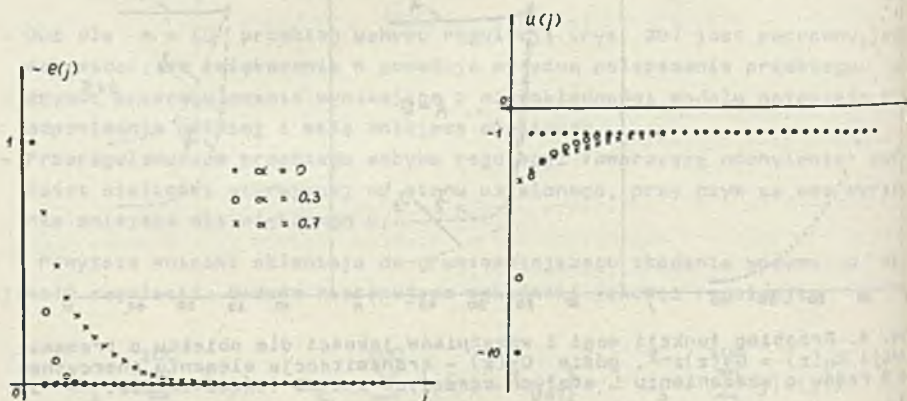


Rys. 5. Przebiegi funkcji wagi i wskaźników jakości dla obiektu o transmitancji $K_0(z) = G_3(z)z^{-k}$, gdzie $G_3(z)$ - transmitancja elementu oscylacyjnego o wzmacnieniu 1, częstotliwości drgań własnych 0,5 i tłumieniu 0,5 (okres impuls. = 1)

- decydujący wpływ na kształt zależności $J_1(n)$ ma dominująca stała czasowa obiektu: im jest ona większa, tym wyższa musi być wartość n , jednocześnie n może być zmniejszone dzięki wydłużeniu okresu impulsowania.

5. MODYFIKACJE ALGORYTMU IFP

Na rys. 6 przedstawiono wpływ parametru α na przebieg uchybu regulacji i wielkości sterującej. W przebiegu wielkości sterującej występuje na początku skok, który w praktyce nie zawsze może być zrealizowany. Amplitudę tego skoku można zmniejszyć przyjmując większą wartość parametru α . Jednak towarzyszy temu pogorszenie jakości regulacji. Może się więc okazać, że gdy z jednej strony wymagana jest odpowiednia jakość regulacji, a z drugiej istnieją ograniczenia na amplitudę i/lub przyrost wielkości sterującej, algorytm (20) jest niewystarczający. Polepszenie własności algorytmu IFP można uzyskać dzięki przedstawionym poniżej modyfikacjom.



Rys. 6. Wpływ α na przebieg uchybu regulacji i wielkości sterującej dla obiektu będącego elementem inercyjnym 1 rzędu

5.1. Dobór trajektorii uchybu regulacji

Aby wyznaczyć konkretną postać algorytmu IFP, należy narzucić trajektorię uchybu regulacji. Zachodzi pytanie, jak wpłynie na jakość regulacji przyjęcie innej trajektorii niż w pkt. 3 (równanie 8 i 9).

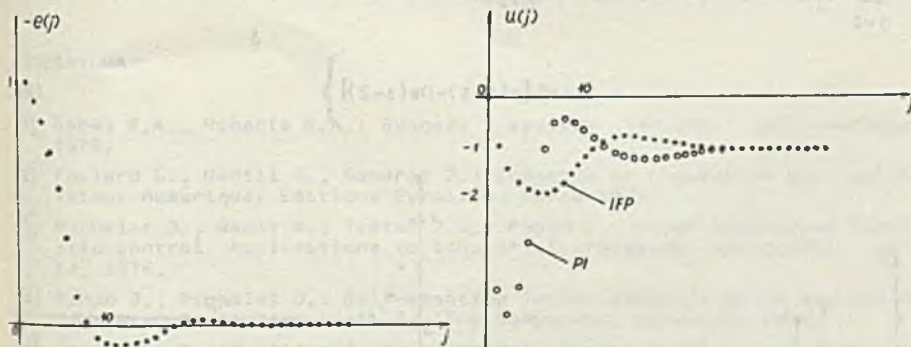
Zostanie rozpatrzony następujący przykład wymaganej trajektorii uchybu regulacji:

$$e(j) = \alpha e(j-1) + \beta e(j-2) \quad j = 1, 1+1, \dots \quad (21)$$

Postępując analogicznie jak w pkt. 3 otrzymuje się następujący algorytm regulacji

$$u(i) = \frac{1}{g_0} \left\{ \sum_{j=1}^n g_j \left[(1-\alpha-\beta)u(i-j-k-1) + \beta u(i-j-2) + \alpha u(i-j-1) - u(i-j) \right] + g_0 \left[(1-\alpha-\beta)u(i-k-1) + \beta u(i-2) + \alpha u(i-1) \right] + (1-\alpha-\beta)e(i-1) \right\} \quad (22)$$

Przyjmując np.: $\alpha = 1.6$ i $\beta = -0.7$ oraz $n = 20$ otrzymano dla takiego samego obiektu jak na rys. 2 wyraźne polepszenie przebiegu sygnału sterującego (rys. 7). Najważniejszą zaletą algorytmu (22) jest niewystępowanie początkowego skoku wartości sterowania (rys. 2).



Rys. 7. Przebieg uchybu regulacji i wielkości sterującej w układzie regulacji ze zmodyfikowaną trajektorią uchybu

W powyższym przykładzie tak dobrano parametry α i β , aby suma kwadratów uchybu regulacji była zbliżona do wartości tego wskaźnika w układzie z optymalnym regulatorem dyskretnym PI. Rysunek 7 pokazuje przebieg sterowania w takim układzie. Widać wyższość algorytmu IFP.

5.2. Aproxymacja "obciętej" części funkcji wagi

Niech obiekt będzie inercyjny i aperiodyczny. "Obcięta" część funkcji wagi można aproxymować elementem inercyjnym pierwszego rzędu (rys. 8). Równanie (4) przyjmuje wówczas postać:

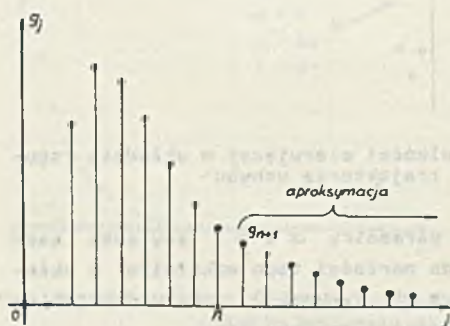
$$y(i) = \sum_{j=0}^n g_j u(i-j-k) + \frac{g_{n+1}}{1-Dz^{-1}} u(i-n-k-1) \quad (23)$$

Stąd:

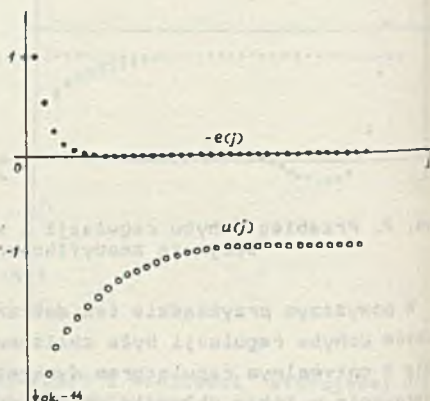
$$u(i) = \frac{1}{g_0} \left[y(i+k) - \sum_{j=1}^n g_j u(i-j) - \frac{g_{n+1}}{1-Dz^{-1}} u(i-n-1) \right] \quad (24)$$

Zakładając wymaganie na trajektorię uchybu w postaci równań (8) i (9) i postępując podobnie jak w pkt. 3 otrzymuje się następujący algorytm:

$$u(i) = \frac{1}{g_0} \left\{ \sum_{j=0}^n g_j [\alpha [u(i-j-1) - Du(i-j-2)] + (1-\alpha) [u(i-j-k-1) - Du(i-j-k-2)]] - \sum_{j=1}^n g_j [u(i-j) - Du(i-j-1)] + g_{n+1} [\alpha u(i-n-2) + (1-\alpha) u(i-n-k-2) - u(i-n-1)] + (1-\alpha) [e(i-1) - De(i-2)] \right\} \quad (25)$$



Rys. 8. Aproksymacja "obciętej" części funkcji wagi



Rys. 9. Przebieg uchybu regulacji i wielkości sterującej dla obiektu z rys. 2; algorytm IFP (25), $\alpha = 0.5$, $n = 20$

Rysunek 9 pokazuje przykładowy przebieg uchybu regulacji i sterowania dla tego samego obiektu jak na rys. 2. Widać, że jakość regulacji w tym przypadku jest wyraźnie lepsza.

6. UWAGI KOŃCOWE

W pracy pokazano sposób wykorzystania opisu obiektów liniowych za pomocą impulsowej funkcji przejścia do celów regulacji. Model, na którym oparto wyprowadzenie algorytmu regulacji powstał przez zastąpienie nieskończonej sumy splotowej sumą skończoną, co było możliwe przy założeniu asymptotycznej etabilności obiektu. Pokazano, że liczba uwzględnionych w równaniu modelu parametrów funkcji wagi jest dostatecznie mała, by móc algorytm IFP zastosować w praktyce oraz że "obcięcie" funkcji wagi nie wpływa w zasadniczy sposób na jakość regulacji.

Istota algorytmu IFP pozwala na wprowadzenie doń szeregu modyfikacji pozwalających wydatnie polepszyć jakość regulacji. Zostały omówione dwa przykłady takich modyfikacji.

LITERATURA

- [1] Gabel R.A., Roberts R.A.: Sygnały i systemy liniowe. WNT, Warszawa 1978.
- [2] Foulard C., Gentil S., Sandraz J.: Commande et régulation par calculateur numérique, Editions Eyrolles, Paris 1979.
- [3] Richalet J., Rault A., Testud J.L., Papon J.: Model predictive heuristic control. Applications to industrial processes. Automatica, vol. 14, 1978.
- [4] Kahan J., Richalet J.: Self-adapting IDCOM. Identification and System Parameter Estimation, vol. 2, IFAC Symposium, Darmstadt 1979.
- [5] Ogonowski Z.: Wrażliwość, stabilność i własności nadążne algorytmu IFP regulacji dyskretnej. ZN Automatyka 73, Gliwice 1984.

Recenzent: Doc. dr inż. Jerzy Pułaczewski

Wpłynęło do Redakcji: marzec 1983 r.

АЛГОРИТМ ДИСКРЕТНОГО УПРАВЛЕНИЯ ИСПОЛЬЗУЮЩИЙ ФУНКЦИЮ ВЕСА

Резюме

В статье представлен алгоритм дискретного управления, который использует функцию веса. Показывается, как несоответственность между объектом и его моделью влияет на качество управления. В окончании описаны способы замены алгоритма, которые могут улучшить качество управления.

CONTROL ALGORITHM USING WEIGHTING FUNCTION

Summary

The impulse response representation of linear discrete systems is considered for obtaining the control algorithm. The effect of mismatch between the plant and its impulse response model on regulation performance is discussed as well as modifications of control algorithm used for the purpose of performance improvement.