

Tadeusz SZKODNY

WYBRANE ZAGADNIENIA RUCHU DOMEN W UKŁADACH PROPAGACJI
MAGNETYCZNEJ TECHNIKI CYFROWEJ

Streszczenie. W artykule otrzymano model matematyczny namagnesowania elementów permalojowych stanowiących tory propagacji cylindrycznych domen magnetycznych (CDM). Tory takie stanowią elementarne podukłady urządzeń pamięciowych o bardzo dużej gęstości upakowania informacji [1].

WSTĘP

Dzięki rozwojowi technologii wytwarzania cienkich podłoży ferrimagnetycznych będących nośnikami CDM możliwe jest budowa urządzeń pamięciowych, w których gęstości upakowania są rzędu 10^8 bitów/cm². W urządzeniach tych sterowanie ruchem CDM odbywa się dzięki układom permalojowym. Do analizy pracy układów permalojowych niezbędna jest znajomość rozkładu namagnesowania jego elementów dla dowolnych położenia CDM.

Copeland [2] wyznaczył jednowymiarowy rozkład namagnesowania listwy permalojowej. Jednak dla analizy pracy układu permalojowego konieczna jest znajomość przynajmniej płaskiego rozkładu namagnesowania elementów. Tu przedstawiono metodę pozwalającą wyznaczyć rozkład przestrzenny namagnesowania elementów permalojowych.

W pierwszej punkcie przedstawiono model matematyczny namagnesowania elementu permalojowego. W drugim przedstawiono równanie wynikające z modelu w postaci tensorowej. zilustrowano to równanie na przykładzie obliczeń namagnesowania elementu permalojowego typu "chevron". W uzupełnieniu wykazano, że równania określające rozkład namagnesowania są równaniami całkowymi osobliwymi mającymi rozwiązanie. Zbadano także tensor demagnetyzacji.

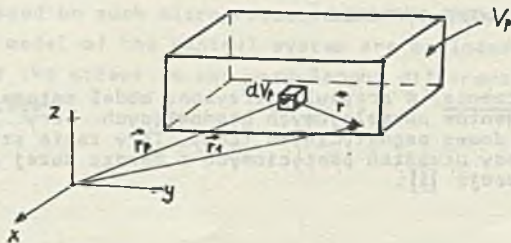
1. MODEL

Dla określenia namagnesowania \vec{M} elementów, zminimalizujemy ich energię magnetyczną. Całkowitą energię magnetyczną elementu wyraża suma

$$E_C = E_H + E_M + E_K + E_G + E_W, \quad (1)$$

gdzie:

- E_H - energia oddziaływanie z polem zewnętrznym,
- E_M - energia magnetostatyczna (własna),
- E_K - energia anizotropii,
- E_α - energia magnetosktrykcji,
- E_W - energia wymiany.



Rys. 1. Układ współrzędnych elementu permalojowego

Energię oddziaływania z polem zewnętrznym \vec{H} obliczamy jak poniżej

$$E_H = - \int \mu_0 \vec{M} \cdot \vec{H} dv = \int e_H dv, \quad (2)$$

gdzie:

- μ_0 - przenikalność magnetyczna próżni,
- V - objętość elementu (zob. rys. 1),
- e_H - gęstość energii E_H .

Energię magnetostatyczną, czyli energię elementu w jego własnym polu \vec{H}_m opisuje równanie:

$$E_M = - \frac{1}{2} \int \mu_0 \vec{M} \cdot \vec{H}_m dv = \int e_M dv \quad (3)$$

Pole własne \vec{H}_m wyraża wzór:

$$\vec{H}_m = - \frac{1}{4\pi} \int \left[- \frac{\vec{M}}{r^3} + \frac{3(\vec{M} \cdot \vec{r})\vec{r}}{r^5} \right] dv, \quad (4)$$

gdzie \vec{r} pokazuje rys. 1.

x) Pominięto tu energię magnetostatyczną pochodzącą od zanieczyszczeń niemagnetycznych [1].

Energię anizotropii E_K wyznaczamy ze wzoru:

$$E_K = K_1 \int_V (M_x^2 M_y^2 + M_y^2 M_z^2 + M_z^2 M_x^2) M^{-4} dv = \int_V e_K dv, \quad (5)$$

gdzie:

- K_1 - stała anizotropii,
- e_K - gęstość energii E_K .

Energia magnetostrykcji, to energia elementu wynikająca z obecności naprężeń^{xx)} i obliczamy ją następująco:

$$E_G = -\frac{3}{2} \lambda_s \int_V \cos^2 \theta dv = \int_V e_G dv, \quad (6)$$

gdzie:

- λ_s - stała magnetostrykcji,
- σ - naprężenia,
- θ - kąt między \vec{M} i $\vec{\sigma}$,
- e_G - gęstość energii E_G .

Energia wymiany jest energią oddziaływania wynikającą z rozważań mechaniki kwantowej. Przy pewnych założeniach można ją wyznaczyć ze wzoru:

$$E_W = A \int_V M^{-2} [(\nabla M_x)^2 + (\nabla M_y)^2 + (\nabla M_z)^2] dv = \int_V e_W dv, \quad (7)$$

gdzie:

- A - stała wymiany,
- e_W - gęstość energii E_W .

Wszystkie powyższe energie mogą być wyrażone poprzez odpowiednie gęstości. Całkowita energia magnetyczna elementu będzie opisana formułą

$$E_C = \int_V (e_H + e_M + e_K + e_G + e_W) dv = \int_V e_C dv \quad (8)$$

Minimalizacja energii E_C ze względu na M_x , M_y , M_z z odpowiednią interpretacją fizyczną dają równanie [4]:

$$\vec{M}(t, \vec{r}_p) \times \vec{H}^{\text{eff}}(t, \vec{r}_p) = 0. \quad (9)$$

^{xx)} Źródłem naprężeń są między innymi defekty krystaliczne [1].

gdzie:

$$H_{\pm}^{\text{eff}} = -\frac{1}{\mu_0} \frac{\delta e}{\delta M_{\pm}} \quad 1 = x, y, z. \quad (10)$$

czyli

$$\vec{H}^{\text{eff}} = \vec{H} + \vec{H}_m + \vec{H}_K^{\text{eff}} + \vec{H}^{\text{eff}} + \vec{H}_W^{\text{eff}}. \quad (11)$$

Permaloj jest ferromagnetykiem, który wyróżnia prawie zerowe stała anizotropii $K_1 \approx 0$ oraz zerowa stała magnetostrykcji $\lambda_s = 0$ [3]. Dlatego pomijamy H_K^{eff} i H^{eff} .

Energia wymiany związana jest ze ścianami domen magnetycznych. Występujące w wyrażeniu (7) pochodne namagnesowania są proporcjonalne do odwrotności grubości ściany domenowej Δ [4]:

$$(\nabla M_1)^2 \sim \Delta^{-2}; \quad 1 = x, y, z \quad (12)$$

Grubość ściany Δ wg [1].

$$\Delta \sim (A/K_1)^{1/2}. \quad (13)$$

gdzie:

A - stała wymiany jak w (7).

$$\text{Z (12) i (13)} \rightarrow (\nabla M_1)^2 \sim K_1/A \quad 1 = x, y, z \quad (14)$$

Ponieważ $K_1 \approx 0$ - energię wymiany E_W pomijamy i dlatego pomijamy efektywne pole wymiany $H_W^{\text{eff}} \approx 0$.

Z powyższego wynika, że

$$\vec{H}^{\text{eff}} = \vec{H} + \vec{H}_m \quad (15)$$

Z wyrażenia (9) wynika:

$$\vec{H} + \vec{H}_m = 0 \quad (16)$$

Równanie powyższe słuszne jest dla mikroskali, w której $M(r, t) = \text{const}$ [3]. Równanie to będzie słuszne dla makroskali, jeśli odpowiednie natężenia pól uśrednimy w tzw. "fizycznie nieskończenie małych" objętościach. Objętości te muszą być tak dobrane, by wielkości uśrednionych pól mało różniły się od siebie (były ciągłe) w sąsiednich objętościach, a równocześnie powinny być bardzo duże w porównaniu z odległościami międzycząsteczkowymi. Czyli

$$\vec{H} + \vec{H}_m = 0 \quad (17)$$

Z równania (17) wynika, że pole demagnetyzacji \vec{H}_m będzie równoważyło pole zewnętrzne \vec{H} . Jednak więzy materiałowe w postaci nasycenia namagnesowania nie pozwalają polu \vec{H}_m na równoważenie dużych pól zewnętrznych. tedy:

$$\vec{H} + \vec{H}_m = \vec{H} + \vec{H}_m \begin{cases} = 0 & \text{dla } \bar{M} < M_s \\ \neq 0 & \text{dla } \bar{M} = M_s \end{cases} \quad (18)$$

$$(17) \text{ i } (18) \quad \vec{H}^{\text{eff}} = 0, \quad \text{dla } \bar{M} < M_s \quad (19)$$

$$\vec{H}^{\text{eff}} = \vec{H} + \frac{1}{4\pi} \int_V \left[-\frac{\vec{M}}{r^3} + \frac{3(\vec{M} \cdot \vec{r}) \vec{r}}{r^5} \right] dv = 0 \quad (20)$$

W układach propagacji CDM zazwyczaj elementy permalajowe są nienasycone. W dalszym ciągu oznaczać będziemy uśrednione namagnesowanie przez \bar{M} . Z rys. 1 wynikają następujące zależności:

$$\vec{r}_p = \vec{i}x_p + \vec{j}y_p + \vec{k}z_p, \quad \vec{r}_1 = \vec{i}x + \vec{j}y + \vec{k}z$$

$$\vec{r} = \vec{i}(x-x_p) + \vec{j}(y-y_p) + \vec{k}(z-z_p) = \vec{i}r_x + \vec{j}r_y + \vec{k}r_z \quad (21)$$

Równanie (20) możemy napisać w następującej postaci:

$$-D_{1j}M_j = H_i \quad i, j = x, y, z. \quad (22)$$

gdzie D_{1j} tensor demagnetyzacji określony jak poniżej:

$$D_{1j} = \frac{1}{4\pi} \int_V \left(-\frac{\delta_{1j}}{r^3} + \frac{3r_1 r_1}{r^5} \right) dv_p, \quad i, j = x, y, z. \quad (23)$$

gdzie:

δ_{1j} - delta Kroneckera.

W równaniu (22) zastosowano umowę sumacyjną Einsteina [7]. W myśl tej umowy wyrażenie, w którym powtarza się wskaźnik, oznacza sumę tych wyrażień dla całego zakresu zmienności tego wskaźnika.

W uzupełnieniu wykazano, że (22) jest układem równań całkowych mocno nieliniowych mającym rozwiązanie. Wykazano także, że D_{1j} jest tensorem drugiego rzędu.

2. RÓWNANIE OPISUJĄCE ROZKŁAD NAMAGNESOWANIA

Namagnesowanie elementu permalajowego \vec{M} w dowolnym punkcie obszaru V (rys. 1) można wyrazić poprzez składowe $M_1(x_p, y_p, z_p)$, gdzie $1 = x, y, z$. Dla obliczeń numerycznych dokonujemy dyskretyzacji obszaru permalaju V :

$$x_1 = x_0 + (i-1)\Delta_1, \quad y_j = y_0 + (j-1)\Delta_2, \quad z_k = z_0 + (k-1)\Delta_3,$$

gdzie:

$\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3$ - przyrosty elementarne odpowiednio x_p, y_p, z_p

$$i = 1, 2, \dots, I, \quad j = 1, 2, \dots, J, \quad k = 1, 2, \dots, K$$

W taki sam sposób dokonujemy dyskretyzacji obszaru pola pokrywającego się z obszarem V

$$x_1 = x_0 + (l-1)\Delta_1, \quad y_m = y_0 + (m-1)\Delta_2, \quad z_n = z_0 + (n-1)\Delta_3,$$

gdzie:

$$l = 1, 2, \dots, L=I, \quad m = 1, 2, \dots, M=J, \quad n = 1, 2, \dots, N=K.$$

Dla uproszczenia zapisu równań w dalszym ciągu będziemy stosować umowę sumacyjną Einsteina.

Po dyskretyzacji układu równań całkowych (22) otrzymujemy układ równań liniowych w następującej postaci:

$$b_{\mu\nu ijklmn} M_{\nu j k} = a H_{\mu l m n} \quad (24)$$

gdzie:

$$i = 1, 2, \dots, I, \quad j = 1, 2, \dots, J, \quad k = 1, 2, \dots, K, \quad l = 1, 2, \dots, L=I,$$

$$m = 1, 2, 3, \dots, M=J, \quad n = 1, 2, \dots, N=K, \quad \mu, \nu = x, y, z$$

$$a = -4\pi, \quad M_{\nu j k} = M_{\nu}(x_1, y_j, z_k), \quad H_{\mu l m n} = H_{\mu}(x_1, y_m, z_n).$$

Współczynniki b obliczamy ze wzoru:

$$b_{\mu\nu ijklmn} = \frac{3 r_{\mu} r_{\nu} - \delta_{\mu\nu} r^2}{r^5} \Delta_1 \Delta_2 \Delta_3, \quad (25)$$

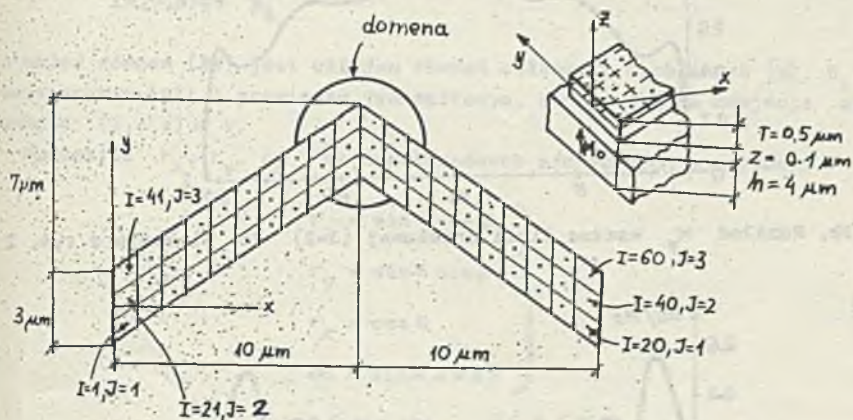
gdzie:

$$\mu, \nu = x, y, z,$$

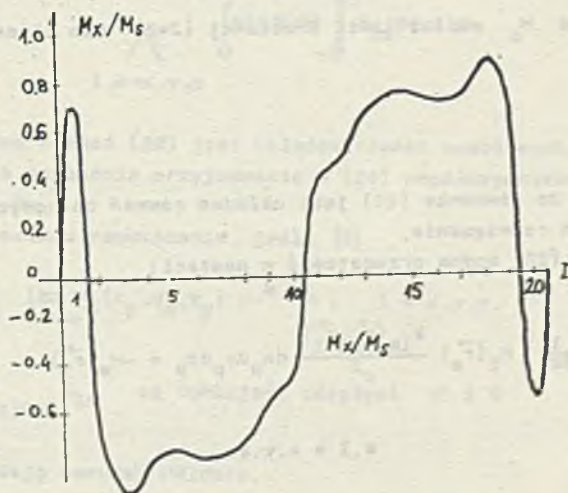
$\delta_{\mu\nu}$ - delta Kroneckera

$$r_x = x_l - x_1, \quad r_y = y_m - y_j, \quad r_z = z_n - z_k, \quad r = (r_x^2 + r_y^2 + r_z^2)^{1/2}.$$

Współczynniki b , dla których $r = 0$, przyjmujemy jako zerowe. Słuszność tego uzasadniono w uzupełnieniu. Dla przykładu obliczono namagnesowanie elementu permalojowego typu "chevron" przedstawionego na rys. 2.

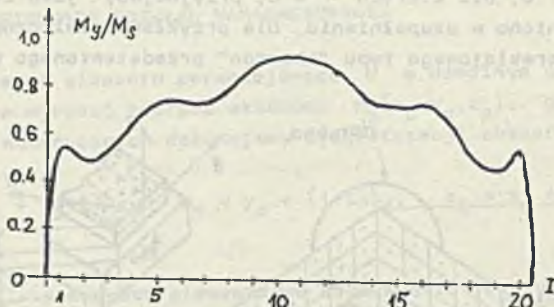


Rys. 2. Podział elementu permalojowego typu "chevron" do obliczeń numerycznych

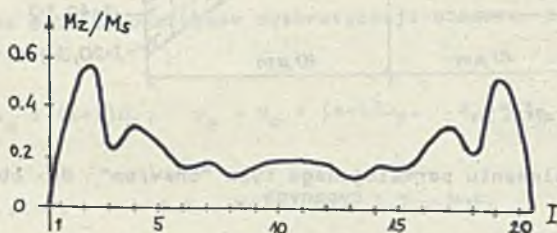


Rys. 3a. Rozkład M_x wzdłuż linii środkowej ($J = 2$) dla elementu z rys. 2

Pole magnesuujące element jest sumą pola płaskiego $H_p = H_y = 1600 \frac{A}{m}$, pole polaryzacji $H_z = 7.8 \cdot 10^3 \frac{A}{m}$ i pole rozproszenia domeny o średnicy $2R = 6 \mu m$. Pole rozproszenia domeny obliczono wg [8]. Namagnesowanie nośnika domen $M_D = 1.8 \cdot 10^6 \frac{A}{m}$.



Rys. 3b. Rozkład M_y wzdłuż linii środkowej ($J=2$) dla elementu z rys. 2



Rys. 3c. Rozkład M_z wzdłuż linii środkowej ($J=2$) dla elementu z rys. 2

UZUPEŁNIENIE

A

Wykażemy tu, że równanie (22) jest układem równań całkowych mocno osobliwych mających rozwiązanie.

Układ równań (22) można przedstawić w postaci:

$$\frac{1}{4\pi} \int_V M_l(\vec{r}_p) \frac{k_{lm}(\vec{r}_p, \vec{r}_1)}{r} dx_p dy_p dz_p = -H_m(\vec{r}_1), \quad (I)$$

$$m, l = x, y, z$$

gdzie:

$$k_{lm} = \frac{3r_l r_m - r^2 \delta_{lm}}{r^2}, \quad (II)$$

δ_{lm} - delta Kroneckera.

Jeżeli całki:

$$\bigwedge_{(x,y,z) \in V} \int_{S_1} k_{1l}(\vec{r}_p, \vec{r}_1) dS = 0 \quad \text{dla } l = x, y, z. \quad (III)$$

to układ równań (24) jest układem równań całkowych osobliwych [6]. S_1 to powierzchnia kuli o promieniu jednostkowym, której środek znajduje się w punkcie $(x, y, z) \in V$.

Wyrażając r_x, r_y, r_z we współrzędnych sferycznych otrzymamy:

$$\left. \begin{aligned} r_x &= \sin \theta \cos \varphi \\ r_y &= \sin \theta \sin \varphi \\ r_z &= \cos \theta \\ dS &= \sin \theta \, d\theta \, d\varphi \end{aligned} \right\} \quad (IV)$$

$$0 < \varphi < 2\pi \quad 0 < \theta < \pi$$

Okazuje się, że

$$\bigwedge_{l=x,y,z} \int_0^\pi \sin \theta \, d\theta \int_0^{2\pi} k_{1l} \, d\varphi = 0.$$

Tak więc układ równań (22) jest układem równań osobliwych. Zerowanie powyższych całek uzasadnia przyjmowanie w (24) współczynników b jako zerowych dla $r = 0$.

Układ (22) posiada rozwiązanie, jeśli [6]

$$(i) \quad \bigwedge_{k>0} \lim_{r \rightarrow \infty} M_1(x_p, y_p, z_p) r^k < \infty, \quad l = x, y, z,$$

$$(ii) \quad \bigwedge_{(x,y,z) \in V} k_{1l} \quad \text{są funkcjami ciągłymi } \varphi \text{ i } \theta$$

(iii) spełniają warunek Höldera.

Warunek (i) jest oczywisty, gdyż dla obserwera poza elementem perspektorycznym $M_1(x, y, z) = 0$.

Również drugi warunek (ii) jest oczywisty wzięwszy pod uwagę równanie (II) i (IV).

Warunek Höldera jest spełniony, gdyż $M_1(r_p)$ są odpowiednio uśrednionymi wielkościami mikroskopowymi (patrz pkt 1), a tym samym ciągłymi. Z powyższego wynika, że równanie (22) są układem równań całkowych osobliwych mających rozwiązanie.

B

Posługując się notacją jak w [4] i konwencją sumacyjną Einsteina równanie (22) przedstawimy w postaci:

$$D_1^J M^1 = H^J \quad (V)$$

Dla zbadania operatora D_1^J rozważmy go w dwóch prostokątnych układach współrzędnych (x, y, z) oraz (ξ, ζ, η) . Oznaczmy te układy jak poniżej:

$$x^1 = x, x^2 = y, x^3 = z \quad \text{oraz} \quad y^1 = \xi, y^2 = \zeta, y^3 = \eta.$$

D_1^J jest operatorem w układzie x^i ($i = 1, 2, 3$), a $D_k'^1$ operatorem w układzie y^k ($k = 1, 2, 3$).

$$D_k'^1 = \frac{1}{4\pi r^3} \int_{V'} \left[-\frac{\delta_k^1}{r^3} + \frac{3r'^1 r'_k}{r^5} \right] dv' \quad (VI)$$

Lecz [4]

$$\delta_k'^1 = \frac{\partial y^1}{\partial x^J} \frac{\partial x^1}{\partial y^k} \delta_1^J \quad (VII)$$

$$r_k'^1 = \frac{\partial y^1}{\partial x^J} r_1^J,$$

$$r_k^1 = \frac{\partial x^1}{\partial y^k} r_1^1.$$

Czyli

$$\begin{aligned} D_k'^1 &= \frac{\partial y^1}{\partial x^J} \frac{\partial x^1}{\partial y^k} \left\{ \frac{1}{4\pi} \int_{V'} \left[-\frac{\delta_1^J}{r^3} + \frac{3r^J r_1^1}{r^5} \right] dv' \right\} = \\ &= \frac{\partial y^1}{\partial x^J} \frac{\partial x^1}{\partial y^k} \left\{ \frac{1}{4\pi} \int_V \left[-\frac{\delta_1^J}{r^3} + \frac{3r^J r_1^1}{r^5} \right] dv \right\} = \frac{\partial y^1}{\partial x^J} \frac{\partial x^1}{\partial y^k} D_1^J \quad (VIII) \end{aligned}$$

Z (VIII) wynika, że D_1^J jest tensorem kartezjańskim drugiego rzędu jednokrotnie przeciwzmienniczym i jednokrotnie współzmienniczym [4].

PODSUMOWANIE

Znając przybliżony rozkład namagnesowania elementów torów propagacji, można wyznaczyć siłę działającą na domenę i kierunek jej ruchu w dowolnym punkcie jej toru. Tak więc można prowadzić numeryczną analizę pracy układów domenowych. To z kolei pozwala na ustalenie optymalnych parametrów torów propagacji.

LITERATURA

- [1] Góral A.: Przyrządy elektronowe. WNT, Warszawa 1979.
- [2] Copeland J.A.: Magnetization of Small Permalloy Circuit Elements I. Appl. Phys. vol. 43 No 4 1972.
- [3] Morrish A.H.: Fizyczne podstawy magnetyzmu. WNT, Warszawa 1970.
- [4] Karaśkiewicz E.: Zarys teorii wektorów i tensorów. PWN, Warszawa 1974.
- [5] Thiele A.A.: The Theory of Cylindrical Magnetic Domains, Bell Syst. Techn. I. 1971 vol. 50, No 30.
- [6] Piskorek A.: Równanie całkowe. WNT, Warszawa 1980.
- [7] Bayron F., Fuller R.: Matematyka w fizyce klasycznej i kwantowej. PWN, Warszawa 1975, tom 1.
- [8] Góral A., Szkodny T.: Stray Field of the Magnetic Cylindrical (Bubble) Domain. Bulletin de l'Academie Polonaise des Sciences vol XXIX, No 11-12, 1981.

Recenzent: Prof. dr hab. inż. Arkadiusz Góral

Dotyknęło do Redakcji: czerwiec 1983 r.

ВЫБРАННЫЕ ВОПРОСЫ ДВИЖЕНИЯ ДОМЕН В СИСТЕМАХ МАГНЕТИЗМА
И КВАНТОВОЙ ТЕХНИКИ

Р е з ю м е

В статье путем минимизации магнетной энергии, получено математическое
модель намагничивания приближенно ионизованных слоев.

SOME PROBLEMS OF BUBBLE MOTION IN THE PROPAGATION DEVICES
OF MAGNETIC DIGITAL TECHNIQUE

S u m m a r y

In the paper the mathematical model of permalloy elements magnetization is obtained. The model of magnetic bubble propagation is based on the magnetic energy optimization.