ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1984

Seria: AUTOMATYKA z. 73 Nr kol. 798

Mariusz WACŁAWEK

O PEWNYCH PROBLEMACH PROJEKTOWANIA TECHNICZNEGO W WARUNKACH NIEPEWNOŚCI

Streszczenie. W pracy przedstawiono podstawowe pojęcia występujące w opisie zmiennych z uwzględnieniem niepewności. Zwrócono uwagę na możliwość wykorzystania tego sposobu opisu w pewnych zagadnieniach projektowania technicznego, w szczególności przy analizie zadania, budowaniu modeli matematycznych i optymalizacji.

1. WSTĘP

Celem pracy jest:

a) wskazanie na celowość stosowania opisu z niepewnością w zagadnieniach projektowania technicznego,
b) wskazanie etapów w procesie projektowym, w których uwzględnienie niepewności jest szczególnie ważna i możliwe do sformalizowania,
c) postawienie wynikających stąd problemów i naszkicowanie idei ich rozwiązywania.

O celowości stosowania w projektowaniu technicznym opisu uwzględniającego niepewność, jaką obarczone są pewne zmienne oraz modele matematyczne w nim występujące mogą świadczyć definicje projektowania formułowane przez niektórych teoretyków. Na przykład Asimov [20] uważa, że projektowanie to: "Podejmowanie decyzji w obliczaniu niepewności i przy wysokiej karze za błąd". Oczywiście nie cała informacja, którą posługuje się decydent obarczona jest niepewnością. Niekiedy niepewność ta jest na tyle mała czy nieistotna, że można pominąć ją w zastosowaniach inżynierskich, przyjmując ostro zdeterminowane wartości i modele. Występują jednak przypadki, w których nieuwzględnienie niepewności może prowadzić do znacznych perturbacji na końcu procesu projektowania, otrzymania rozwiązań wręcz wadliwych, czy po prostu nieekonomicznych.

Do niedawna, mówiąc o niepewności, ograniczano się tylko do jej opisu w kategoriach probabilistycznych za pomocą metod rachunku prawdopodobieństwa i statystyki matematycznej. Niejednorodność natury niepewności powoduje jednak, że takie podejście jest niepełne, niekiedy nawet nieprzydatne. Człowiek poprzez swoisty sposób percepcji, myślenia i reagowania wnosi do procesów i systemów, w ramach których funkcjonuje niepewność natury

nieprobabilistycznej. Ten fakt zwrócił uwagę na inne sposoby uwzględniania niepewności, np. poprzez rozmytość (Zadeh [21]) czy ograniczoność. Dopiero takie kompleksowe ujęcie pojęcia niepewności przybliża nas do rzeczywistości.

Z powyższych uwag wynika, iż zachodzi potrzeba stosowania różnych sposobów opisu wielkości występujących w różnych etapach procesu projektowania.

W pracy zaproponowano wykorzystanie różnych metod opisu niepewności w procesie projektowania na przykładzie etapów analizy zadania oraz oceny, wyboru i optymalizacji rozwiązań projektowych. Za wyborem tych właśnie fragmentów procesu projektowania przemawia znaczny stopień ich sformalizowania.

2. POJĘCIA PODSTAWOWE

Przez zmienną niepewną $\tilde{X}$ będziemy rozumieli następujący zbiór:

$$\tilde{X} = \left\{ [x, ch_{\tilde{X}}(x)] \,\middle|\, x \in X,\ ch_{\tilde{X}}(x) : X \to Q \right\},$$

gdzie:

- X - zbiór wartości zmiennej niepewnej $\tilde{X}$,
- $ch_{\tilde{X}}(x)$ - charakterystyka zmiennej niepewnej $\tilde{X}$, będąca miarą niepewności, jaką obarczone są poszczególne wartości $x \in X$,
- Q - przeciwdziedzina $ch_{\tilde{X}}(x)$.

Ze względu na postać $X, ch_{\tilde{X}}(x), Q$ wyróżniamy trzy podstawowe typy zmiennych niepewnych:

a) zmienna niepewna typu losowego (probabilistyczna albo statystyczna)
X - oznacza σ-ciało zdarzeń
$ch_{\tilde{X}}(x) = p_X : X \to [0,1]$
$Q = [0,1]$

b) zmienna niepewna typu rozmytego
X - oznacza dowolny zbiór (dla tzw. liczb rozmytych $X=R$)
$ch_{\tilde{X}}(x) = \mu_{\tilde{X}}(x) : X \to [0,1]$
$Q = [0,1]$

c) zmienna niepewna typu ograniczonego
X - oznacza dowolny zbiór (w szczególności skończony, wtedy mówimy o zmiennej typu strategicznego),
$ch_{\tilde{X}}(x)$ - jest funkcją odwzorowującą X na zbiór dwuelementowy $\{0,1\}$, taką, że:

$$ch_{\tilde{X}}(x) = \begin{cases} 0, & \text{gdy } x \notin X \\ 1, & \text{gdy } x \in X \end{cases}$$

$Q = \{0,1\}$

Przez n-argumentową relację z niepewnością rozumiemy następujący zbiór:

$$\tilde{R} = \left\{ \left[\bar{x}_i,\ ch_{\tilde{R}}(\bar{x}_i)\right] \middle| \bar{x}_i \in \bigtimes_{i=1}^{i=n} X_i,\ ch_{\tilde{R}}(\bar{x}_i) : \bigtimes_{i=1}^{i=n} X_i \to Q,\ i=\overline{1,n} \right\}$$

W zależności od postaci X_i, $ch_{\tilde{R}}(\bar{x}_i)$, Q wyróżniamy relacje z prawdopodobieństwem, rozmyte bądź ograniczone. Rys. 2 przedstawia przykładowe przebiegi charakterystyki zmiennych i relacji niepewnych.

3. ZASTOSOWANIE ZMIENNYCH NIEPEWNYCH NA ETAPIE ANALIZY ZADANIA

W tym etapie następuje wyróżnianie zmiennych rozwiązania (cech i właściwości projektowych), budowanie pewnych fragmentów modeli matematycznych obiektów. Wszystkie te działania mogą być wykonywane w warunkach niepełnej informacji, czyli niepewności. Niepewność może wynikać z różnych przyczyn, np.:

a) niezdefiniowanie lub niemierzalność na danym etapie niektórych zmiennych projektowych,
b) niezdeterminowanie wartości niektórych zmiennych wynikające z przyczyn technologicznych, metrologicznych, dotyczących nieznanych warunków eksploatacji,
c) nieznajomość lub znajomość przybliżona (z istotnym dla funkcjonowania obiektu błędem) modeli matematycznych obiektów,
d) niezdecydowanie co do ograniczeń nakładanych na zmienne i celów stawianych przedmiotowi projektowania, wynikające z obawy przed pozornymi lub nieekonomicznymi wymaganiami i ograniczeniami.

Powody te skłaniają do stosowania opisu z niepewnością.

3.1. Modele matematyczne z niepewnością obiektów stanowiących przedmiot projektowania

Przez model matematyczny projektowanego obiektu będziemy rozumieć trójkę:

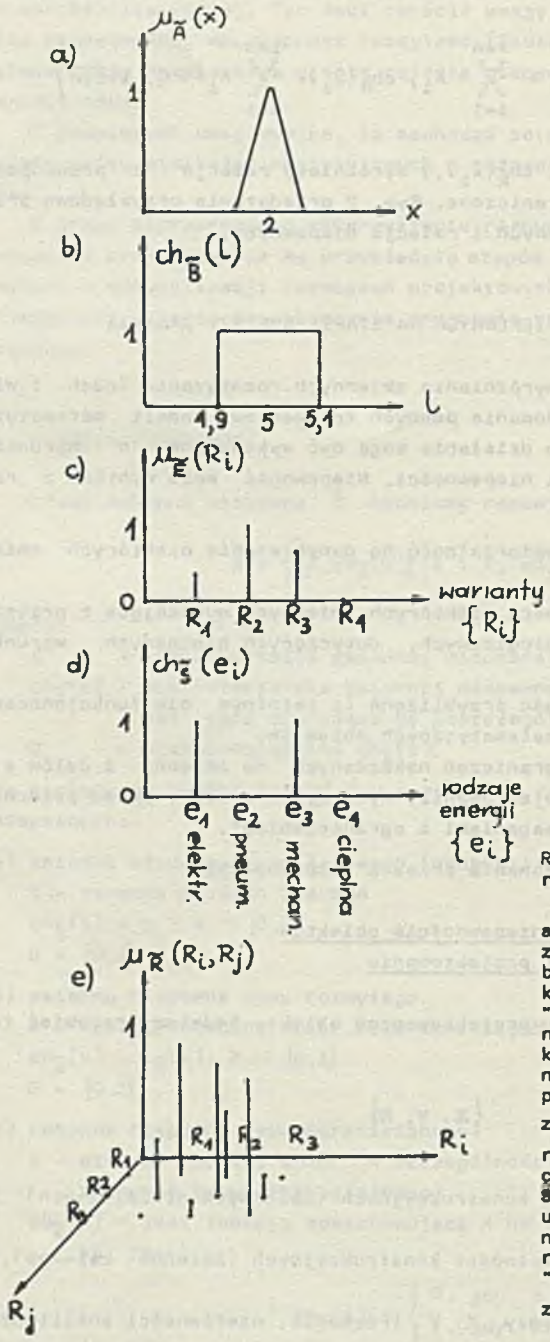
$$\{X,\ Y,\ R\}$$

gdzie:

X - skończony zbiór cech konstrukcyjnych (zmiennych niezależnych) X_i, $i = \overline{1,n}$,

Y - skończony zbiór właściwości konstrukcyjnych (zmienne zależne), Y_j, $j = \overline{1,m}$,

R - zbiór zależności między X, Y (równania, nierówności analityczne, tablice itp.).



Rys. 1. Przykładowe charakterystyki zmiennych i relacji niepewnych

a) funkcja przynależności zmiennej rozmytej $\tilde{A}$: "x jest bliskie 2", b) charakterystyka zmiennej ograniczonej $\tilde{B}$: "długość równa 5 mm z dokładnością do 0,1 mm", c) dyskretna charakterystyka zmiennej rozmytej $\tilde{E}$: "estetyka poszczególnych wariantów ze zbioru $\{R_i\}$", d) dyskretna charakterystyka zmiennej ograniczonej (typu strategicznego) $\tilde{S}$: "możliwe rodzaje energii użyte do zasilania urządzenia", e) dyskretna charakterystyka relacji rozmytej $\tilde{R}$: "koszt wariantów R_i, R_j ze zbioru $\{R_k\}$ jest porównywalny"

Rozpatrzymy trzy przypadki modeli z niepewnością.

W pierwszym z nich, mając dane deterministyczne zależności łączące zbiory cech i właściwości konstrukcyjnych oraz charakterystyki wielkości z jednego z tych zbiorów, żądamy wyznaczenia charakterystyk wielkości ze zbioru drugiego. Cechy i właściwości konstrukcyjne traktujemy tu jako zmienne niepewne.

W przypadku drugim dysponujemy charakterystykami cech albo właściwości konstrukcyjnych również rozumianymi jako zmienne niepewne. Zależności pomiędzy nimi dane są w postaci relacji z niepewnością. Na tej podstawie chcemy wyznaczyć charakterystyki nieznanych zmiennych niepewnych. Problem sprowadza się do rozwiązania równań relacyjnych (w których występują relacje z niepewnością).

Przypadek trzeci różni się od drugiego tym, że dana jest analityczna zależność łącząca poszczególne zmienne projektowe, lecz jej niedokładność powoduje, że traktujemy ją tylko jako podstawę do wyznaczenia relacji z niepewnością i dalej znajdujemy charakterystyki szukanych zmiennych jako rozwiązania równania relacyjnego.

3.1.1. Model matematyczny jest znany co do $\mathbb{R}$, pozostałe zbiory dane w postaci niepewnej

Problem sprowadza się wtedy do wyznaczenia nieznanych charakterystyk $ch_{\tilde{Y}_j}$ lub $ch_{\tilde{X}_i}$ (w zależności od postawienia zadania) na podstawie charakterystyk znanych zmiennych powiązanych ze zmiennymi szukanymi znanymi zależnościami. Na przykład:

Dane: $\tilde{X}_j$, f_j, $f_j(x_i) = y_j$, $i = \overline{1,n}$, $x_i \in X_i$, $y_j \in Y_j$

Wyznaczyć $\tilde{Y}_j$ (czyli wyznaczyć charakrerystykę $ch_{\tilde{Y}_j}$).

Problem ten rozwiązuje tzw. reguła rozszerzania [1], [2], [3], której postać dla różnych typów zmiennych niepewnych jest różna i zgodnie z nią (przy założeniu niezależności zmiennych niepewnych) zmienna $\tilde{Y}_j$ jest taka, że:

$$p_{Y_j}(y) = \int_{\bar{x}:f(\bar{x})=y} \prod_{i=1}^{i=n} p_{X_i}(x)dx \quad \text{- dla zmiennej losowej}$$

$$\mu_{\tilde{Y}_j}(y) = \sup_{\bar{x}:f(\bar{x})=y} \min_i \left[\mu_{\tilde{X}_i}(x)\right] \quad \text{- dla zmiennej rozmytej}$$

(klasyczna reguła rozszerzania Zadeha)

$$ch_{\tilde{Y}_j}(y) = \max_{\bar{x}=f(\bar{x})=y} \min_i \left[ch_{\tilde{X}_i}(x)\right] \quad \text{- dla zmiennej ograniczonej}$$

Należy zauważyć, że w regule rozszerzania występuje złożenie dwóch odwzorowań [1] : rozszerzenia (po prawej stronie linii przerywanej) i agregacji (po lewej), których postacie są różne dla różnych typów niepewności i wynikają z natury tych rodzajów niepewności.

Przykładami takiego przypadku są:

- obliczanie wymiaru wynikowego w łańcuchu wymiarowym, gdzie wymiary elementarne są dane w postaci np. rozkładów prawdopodobieństwa,
- obliczanie obciążenia wypadkowego, gdy obciążenia składowe są dane w postaci rozkładów prawdopodobieństwa,
- obliczanie błędów całkowitych (błędy składowe są dane jako zmienne ograniczone lub losowe).

Obliczanie funkcji zmiennych niepewnych jest w ogólnym przypadku uciążliwe. Stąd np. dla liczb rozmytych istnieją skuteczne algorytmy [2], [4], które przy pewnych ograniczeniach na operację (funkcję) i charakterystyki liczb rozmytych pozwalają na uzyskanie wynikowej liczby rozmytej.

Funkcje zmiennych losowych opisuje rachunek prawdopodobieństwa. W przypadku liczb rozmytych wprowadza się kategorię tzw. liczb rozmytych typu L-R, dla których charakterystyki są dane w postaci trójparametrowych L-R funkcji, takich że [2], [3] :

$$L(-x) = L(X),\ R(-x) = R(x)$$

$$L(0) = R(0) = 1$$

$$\lim_{x\to\pm\infty} L(x) = \lim_{x\to\infty} R(x) = 0$$

zaś

$$\mu_{\tilde{X}}(x) = \begin{cases} L\left(\frac{m-x}{\alpha}\right) & \text{dla} \quad x \leqslant m,\ \alpha > 0 \\ R\left(\frac{X-m}{\beta}\right) & \text{dla} \quad x \geqslant m,\ \beta > 0 \end{cases}$$

Wtedy podstawowe działania na liczbach rozmytych sprowadzają się do prostych działań na ich parametrach, np.:

$$(m,\alpha,\beta) \oplus (n,\gamma,\delta) = (m+n,\alpha+\gamma,\beta+\delta),$$

gdzie $\oplus$ oznacza rozszerzoną na liczby rozmyte sumę.

Innym sposobem jest dyskretyzacja charakterystyk i ich kombinacyjne składanie na zasadzie przeglądu zupełnego kombinacji [6].

3.1.2. W modelu dane są charakterystyki niektórych zmiennych niepewnych, brak natomiast zależności analitycznych pomiędzy zmiennymi

W tym przypadku związek pomiędzy wybranymi zmiennymi ze zbiorów modeluje się w postaci wielowartościowej relacji z niepewnością R. W przypadku gdy i są zbiorami skończonymi, to dla pewnej właściwości Y_i zachodzi:

$$\tilde{Y}_i = \tilde{X}_j \circ \tilde{R}, \tag{1}$$

tzn.:

$$\tilde{Y}_i = \left[\overline{ch_{\tilde{X}_j}(x_j)}\right] \circ \begin{bmatrix} r_{i1} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ r_{in} \end{bmatrix}$$

$$r_{ij} = ch_{\tilde{R}}(y_i, x_j) \quad y_i \in Y_i, \; x_i \in X_j, \; j = \overline{1,n}.$$

$\circ$ - oznacza złożenie zmiennej niepewnej i relacji z niepewnością wg odpowiedniej reguły rozszerzania.

W przypadku niepewności typu rozmytego, gdy chcemy wyznaczyć wektor natężeń cech X_j, którego poszczególne składowe wpływają w stopniu r_{ij} na właściwość Y_i, przy zadanym natężeniu Y_i mamy [5]:

$$\hat{\tilde{X}}_j = \tilde{R} \circledast \tilde{Y}_i : \mu_{\tilde{X}_j}(x_j) = \inf_i \left[r_{ij} \alpha_{\tilde{c}} \mu_{\tilde{Y}_i}(y_i)\right], \quad j = \overline{1,n},$$

przy czym:

$$r_{ij} \alpha_{\tilde{c}} \mu_{\tilde{Y}_i} = \begin{cases} 1, & \text{gdy } r_{ij} \leq \mu_{\tilde{Y}_i} \\ \mu_{\tilde{Y}_i}, & \text{gdy tak nie jest} \end{cases}$$

$\hat{\tilde{X}}$ - oznacza największy ze zbiorów spełniających równanie (1).

Istnieje również klasa najmniejszych zbiorów rozmytych spełniających równanie (1). Każdy zbiór pośredni w sensie inkluzji zbiorów rozmytych spełnia więc również równanie wyjściowe (1).

Przykłady:

- związki między symptomami uszkodzeń a ich przyczynami [7],
- zależność właściwości ergonomicznych i estetycznych od określonych cech konstrukcyjnych,

- zależność błędu histerezy sprężyny od naprężenia w niej występującego, rodzaju materiału i sposobu jej utwierdzenia.

3.1.3. W modelu znane są w sposób przybliżony pewne zależności analityczne

W tym przypadku owe przybliżone zależności traktujemy jako podstawę do wyznaczenia relacji z niepewnością i sprowadzamy problem do przypadku 3.1.2 (można mówić o "uniepewnieniu" deterministycznej zależności, która nie odpowiada dokładnie rzeczywistości).

Przykład. Obliczenia zmęczeniowe [8]

Próbka została poddana wstępnym naprężeniom zmęczeniowym przez n_1 cykli (wartość tych naprężeń σ_1). Po ilu cyklach n_2 działania na tę próbkę naprężeń zmęczeniowych o wartości σ_2 ulegnie ona zniszczeniu?

Dane są dwie przybliżone zależności:

a) wykres zależności σ od N (tzw. wykres Wöhlera), gdzie N oznacza liczbę cykli, po której próbka ulega zniszczeniu dla naprężenia o wartości,

b) hipoteza Minera:

$$\frac{n_1}{N_1} + \frac{n_2}{N_2} = 1.$$

Wprowadza się dwie relacje rozmyte R_1 i R_2 (rys. 2):

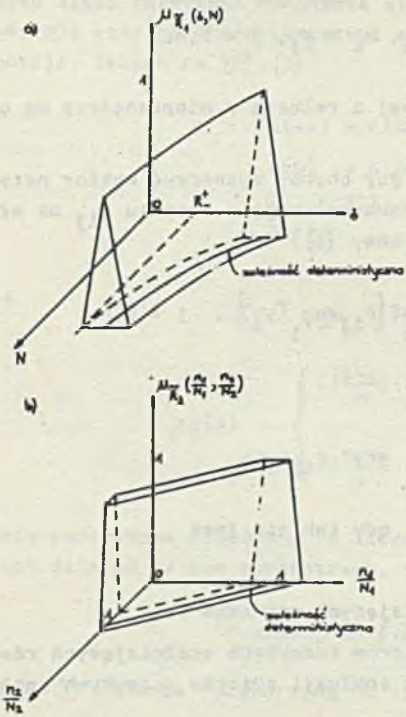
$$\tilde{\sigma}\ \tilde{R}_1\ \tilde{N}$$

$$\left(\frac{\tilde{n}_1}{N_1}\right)\tilde{R}_2\left(\frac{\tilde{n}_2}{N_2}\right)$$

Sposób postępowania jest następujący:

$$\sigma_1 \xrightarrow{\tilde{R}_1} \tilde{N}_1 \xrightarrow{\oplus} \left(\frac{\tilde{n}_1}{N_1}\right) \xrightarrow{\tilde{R}_2} \left(\frac{\tilde{n}_2}{N_2}\right) \xrightarrow{\odot} \tilde{n}_2$$

$$\sigma_2 \xrightarrow{\tilde{R}_1} \tilde{N}_2 \longrightarrow \tilde{n}_2$$



Rys. 2. Przykładowe charakterystyki relacji rozmytych $\tilde{R}_1, \tilde{R}_2$ otrzymanych na podstawie deterministycznych zależności

a) wykres Wöhlera (R^+_- oznacza tzw. rzeczywistą granicę zmęczenia, b) hipotezy Minera

3.2. Ograniczenia i wymagania z niepewnością

Ograniczenia i wymagania nakładane na zmienne deterministyczne (pewne) mają postać układu równań i nierówności:

$$\bar{g}_i(\bar{x}_k,\bar{y}_l) = 0, \quad i = \overline{1,n}, \quad k = \overline{1,K}, \quad l = \overline{1,L}$$

$$\bar{h}_j(\bar{x}_k,\bar{y}_l) \leqslant 0, \quad j = \overline{1,m}$$

W przypadku rozszerzenia ich na zmienne niepewne otrzymujemy n+m charakterystyk będących wynikiem stosowania odpowiednich postaci reguł rozszerzania.

Ograniczenia i wymagania z niepewnością mają swoją genezę w werbalnych stwierdzeniach, takich jak np.:

"u ma być około 10",

"żądamy jak największego x",

"p i q prawie równe",

"L=M z prawdopodobieństwem p",

"k może być 1,2 lub 3"

itp.

4. ZASTOSOWANIE ZMIENNYCH NIEPEWNYCH W OPTYMALIZACJI

4.1. Optymalizacja wielokryterialna przy liniowym, addytywnym wskaźniku jakości [9]

Dla funkcji celu o postaci [10] :

$$F_v = \sum_{i=1}^{i=n} w_i u_i(k_{iv})$$

niepewnością może być obarczona każda z wielkości w_i, k_{iv}, u_i.

W przypadku gdy niepewnością obarczone są współczynniki wagi w_i oraz oceny ze względu na poszczególne kryteria k_{iv}, tworzymy repertuar ocen tak, że:

$$\underset{i=\overline{1,n}}{\forall} \; \exists \{K_l\} \quad l=\overline{1,L_i}, \; \{W_p\} \quad p=1,P_I,$$

gdzie:

$\{K_l\}$, $\{W_p\}$ - oznaczają zbiory ocen niepewnych ze względu na poszczególna kryteria i ocen niepewnych współczynników wagi.

Oceny dokonuje się poprzez przyporządkowanie:

$$k_{iv} \text{ jest } K_l,\ K_l \in \{K_l\}$$

$$w_i \text{ jest } W_p,\ W_p \in \{W_p\}$$

Dla k_{iv} dokonujemy przetransformowania charakterystyk $ch_{\tilde{K}_i}$ z przestrzeni wartości k_i do przestrzeni wartości $u_i(k_i)$ przez przerzutowanie [9] i stosując odpowiednią regułę rozszerzania obliczamy $\tilde{F}_v$ przez podanie charakterystyki ch_{F_v} [3, 9].

Porównania $\tilde{F}_{v_1}$ i $\tilde{F}_{v_2}$ można dokonać przez wyznaczenie charakterystyki różnicy $\tilde{F}_{v_1} \ominus \tilde{F}_{v_2}$. Uwagi na temat porównywania alternatyw rozmytych można znaleźć w [4], [5].

4.2. Optymalizacja przy niepewnych ograniczeniach i wymaganiach [11], [12]

Zadanie w tym przypadku polega na znalezieniu rozwiązania optymalnego R_{opt} takiego, że:

$$R_{opt} : ch_{R_{opt}} = \begin{cases} \sup\limits_x ch_{\tilde{R}}(x) & \text{dla } x \in K \\ 0 & \text{dla } x \notin K \end{cases}$$

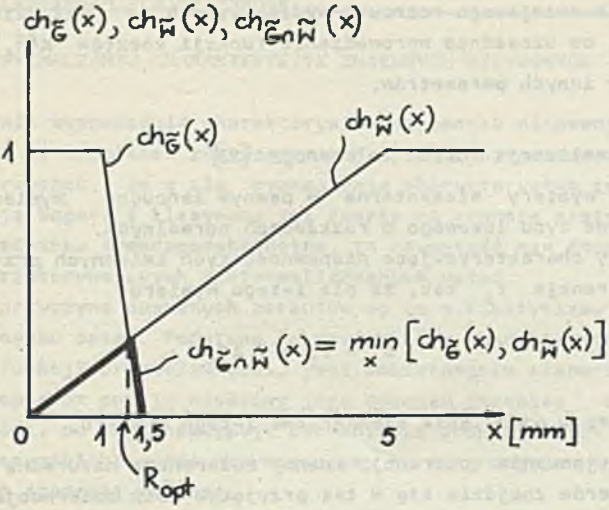
gdzie:

$$\tilde{R} = \bigcap_{i=1}^{i=n} \tilde{G}_i \bigcap_{j=1}^{j=m} \tilde{W}_j$$

$\tilde{G}_i$, $\tilde{W}_j$ - ograniczenia i wymagania niepewne (por. § 3.2),

K - zbiór punktów, w których charakterystyka $ch_{\tilde{R}}(x)$ osiąga maksimum.

Powyższe rozważania ilustruje rys. 3.



Rys. 3. Optymalizacja przy wymaganiach i ograniczeniach rozmytych $ch_{\tilde{G}}$ - charakterystyka ograniczenia rozmytego $\tilde{G}$: "ugięcie elementu sprężystego x niezbyt większe od 1 mm", $ch_{\tilde{W}}$ - charakterystyka wymagania rozmytego $\tilde{W}$:"ugięcie elementu sprężystego x jak największe", R_{opt} - rozwiązanie optymalne

4.3. Optymalizacja kosztu w warunkach niepewności przy zastosowaniu parametrów zmiennych niepewnych

Zadanie sformułujemy w sposób następujący:
Znaleźć taki wektor $\bar{q}_i$, który minimalizuje funkcję kosztu $K(\bar{q}_i)$, $i = \overline{1,n}$ przy ograniczeniach na wartości q_i w postaci:

$$\bar{g}_k(\bar{q}_i, \bar{p}_s) = 0, \quad k = \overline{1,K}, \quad s = \overline{1,S}$$

$$\bar{h}_j(\bar{q}_i, \bar{p}_s) \leq 0, \quad j = \overline{1,J}$$

gdzie:

$\bar{q}_i$ - wektor parametrów charakteryzujących niepewność zmiennych niepewnych $\tilde{Q}_i$. Dla zmiennej losowej może to być np. odchylenie standardowe lub wariancja, dla zmiennej ograniczonej miara zbioru X (por. § 2), w szczególności długość przedziału. Dla zmiennej rozmytej można zaproponować jako miarę niepewności pole powierzchni pod wykresem jej funkcji przynależności lub inną na zasadzie analogii do zmiennych losowych. Należy zauważyć, że polepszenie parametrów q_i (ich minimalizacja) w sensie zmniejszenia niepewności, jaką obarczona jest zmienna, pociąga za sobą wzrost kosztów

(np. dokładniejsze wykonanie detali, ostrzejsza selekcja, utrzymywanie mniejszego rozrzutu występujących w układzie wymuszeń itp.), co uzasadnia wprowadzenie funkcji kosztów $K(\bar{q}_i)$,

$\bar{p}_s$ - wektor innych parametrów.

Przykład. Minimalizacja kosztu tolerancji [13]

Przyjmujemy wymiary elementarne w pewnym łańcuchu wymiarowym jako zmienne niepewne typu losowego o rozkładach normalnych.

Za parametry charakteryzujące niepewność tych zmiennych przyjmujemy odpowiednie tolerancje t_i tak, że dla i-tego wymiaru:

$$q_i = t_i = \pm 3\sigma_i,$$

gdzie σ_i oznacza odchylenie standardowe i-tego wymiaru.

Ten sposób przyjmowania tolerancji zwanej tolerancją naturalną zapewnia, że 99,73% wymiarów znajdzie się w tak przyjętym polu tolernacji. Żądamy, aby tolerancja naturalna wymiaru wynikowego (jego dokładność) t_0 otrzymanego jako pewna funkcja $f(\bar{x}_i)$, $i = \overline{1,n}$, n wymiarów elementarnych x_i nie przekraczała c.

Żądanie to pociąga za sobą następujący warunek, będący ograniczeniem na wartości parametrów t_i:

$$\sum_{i=1}^{i=n} \left[\frac{\partial f}{\partial x_i} \cdot t_i\right]^2 \leqslant c^2$$

Funkcja kosztów utrzymania tolernacji t_i i-tego wymiaru, którą należy minimalizować, ma postać:

$$K_i(t_i) = A + B\exp(-Ct_i),$$

gdzie A,B,C - stałe.

Jak widać zagadnienie optymalizacji w warunkach niepewności co do wartości pewnych zmiennych zostało tu sprowadzone dzięki wprowadzeniu parametrów charakterystyk tych zmiennych do problemu optymalizacji nieliniowej. Przypadek ten jest reprezentantem ważnej klasy problemów występujących w analizie tolerancji, analizie wrażliwości oraz zagadnieniach współczynników bezpieczeństwa [14].

5. UWAGI O WYZNACZANIU CHARAKTERYSTYK ZMIENNYCH NIEPEWNYCH [3], [15]

Zagadnienie wyznaczania charakterystyk zmiennych niepewnych ma kluczowe znaczenie we wszelkich zastosowaniach opisu z niepewnością.

Trzeba przyznać, że o ile wyznaczanie charakterystyk zmiennych losowych ma swoją bogatą i klasyczną już teorię na gruncie statystyki matematycznej i rachunku prawdopodobieństwa, to rozmytość nie doczekała się jeszcze tak przekonywających i sformalizowanych metod.

Jest to przyczyną poważnych zarzutów co do subiektywizmu i arbitralności tego sposobu opisu. Podstawą do wyznaczania charakterystyk zmiennych rozmytych (funkcji przynależności) jest ankietowanie ekspertów. Każdy spośród N ekspertów podaje właściwy jego zdaniem przebieg danej funkcji przynależności, po czym następuje uśrednienie proponowanych funkcji. Jeżeli nie do wszystkich opinii przywięzujemy tę samą wagę, to uśrednienie przebiega wg średniej ważonej.

Innym sposobem wyznaczania funkcji przynależności danego elementu do zbioru (pojęcia, zmiennej) rozmytego jest wyrażanie jej wartości jako stosunku głosów za tą przynależnością do wszystkich głosów w grupie N ekspertów.

Charakterystyki zmiennych rozmytych można również otrzymywać jako aproksymację przebiegów podanych przez ekspertów standardowymi funkcjami przynależności [3], których przykładami są funkcje typu S i $\mathfrak{N}$ [2], [3].

Obiecującym krokiem w kierunku formalizacji subiektywizmu w wyznaczaniu charakterystyk zmiennych rozmytych są koncepcje zbiorów probabilistycznych [16] i zbiorów rozmytych 2 rzędu, w których poszczególnym punktom funkcji przynależności odpowiadają odpowiednio: rozkłady prawdopodobieństwa czy funkcje przynależności.

6. PODSUMOWANIE

W pracy na przykładzie etapów analizy zadania i oceny oraz wyboru w procesie projektowania [17], [18] wskazano na konieczność i celowość stosowania opisu z uwzględnieniem niepewności w niektórych przypadkach, jakie występują w projektowaniu technicznym. Podkreślono niejednorodność natury niepewności, która przejawia się w występowaniu różnych jej typów. Opis z niepewnością napotyka często na zarzut subiektywizmu i arbitralności (szczególnie w odniesieniu do rozmytości i wyznaczania jej charakterystyk).

Trzeba jednak zauważyć, że nieuwzględnienie niepewności w trakcie projektowania prowadzi do konieczności podejmowania trudnych i arbitralnych często decyzji na jego końcu. Podejście z uwzględnieniem niepewności postuluje przesunięcie tego subiektywizmu do formalnych, elementarnych obliczeń występujących w trakcie projektowania, przez co na końcu procesu pro-

jektowania decydent otrzymując w postaci charakterystyki niepewności końcowe rozwiązanie, ma lepsze rozeznanie co do uwarunkowań i więcej danych do podjęcia decyzji.

LITERATURA

[1] Wojciechowski K.: Modele ze zmiennymi niepewnymi. XXII Sympozjon: Modelowanie w mechanice. Zbiór referatów. Gliwice-Wisła 1983.

[2] Prade J., Dubois D.: Fuzzy real algebra: some results. Int. J. Fuzzy Sets and Systems, vol. 2, no 4, 1979.

[3] Pedrycz W.: Działania na zbiorach i liczbach rozmytych. ZN nr 67 Politechniki Śl. Seria: Automatyka. Gliwice 1983.

[4] Baas S., Kwakernaak H.: Rating and ranking of multi-aspects alternatives using fuzzy sets. Automatica, 13, 1, 1977.

[5] Czogała E., Pedrycz W.: Elementy i metody teorii zbiorów rozmytych. Skrypt nr 989 Politechniki Śląskiej. Gliwice 1980.

[6] Spotts M.F.: Running the risk of interference fits. Machine Design, July 21, 1977.

[7] Terano T., Tsukamoto Y. i in.: Diagnosis of Engine Trouble by fuzzy logic. VII Triennial Congress IFAC, Helsinki, 1978, vol. 3.

[8] Blockley D.I.: The role of fuzzy sets in civil engineering. Int. J. Fuzzy Sets and Systems, vol. 2, no. 4, 1979.

[9] Tarnowski W., Wacławek M.: Optymalizacja wielokryterialna w obecności ocen rozmytych. ZN nr 67 Politechniki Śl. Seria: Automatyka.Gliwice 1983.

[10] Tarnowski W.: Formalizacja pojęcia jakości kompleksowej z uwzględnieniem opisu probabilistycznego. ZN nr 54 Politechniki Śl.Gliwice 1980.

[11] Czogała E., Czaja-Pośpiech D.: O pewnej koncepcji optymalizacji opartej na teorii zbiorów rozmytych. ZN nr 40 Politechniki Śl.Seria: Automatyka. Gliwice 1978.

[12] Sileikis W., Czogała E., Mrózek A.: Optymalizacja komory wirowej pracującej jako czujnik przesunięcia. ZN nr 40 Politechniki Śl. Seria: Automatyka. Gliwice 1978.

[13] Speckhart F.H.: Calculation of Tolerance Based on a Minimum Cost Approach. Vibrations and International Design Automation Conferences, Toronto, Canada, Sept. 8-10, 1971.

[14] Bury K.V.: On Probabilistic Desing. Journal of Engineering for Industry, November 1974, s. 1291.

[15] Korzeń-Chnielowski J.: O niektórych zagadnieniach probabilistyki i teorii zbiorów rozmytych. ZN nr 49 Politechniki Śl. Seria: Automatyka. Gliwice 1979.

[16] Hirota K.: Concepts of probabilistic sets. Int. J. Fuzzy Sets and Systems, vol. 5, no. 1, 1981.

[17] Fisz M.: Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka matematyczna. Warszawa 1969.

[18] Tarnowski W.: Struktura procesu projektowania. Przegląd Mechaniczny, nr 1-7, kwiecień 1982 (I).

[19] Tarnowski W.: Ocena i wybór w projektowaniu technicznym. OPT, Katowice 1978.

[20] Asimov M.: Wprowadzenie do projektowania w technice. WNT, Warszawa 1967.

[21] Zadeh L.A.: Fuzzy sets. Information and Control, 8, 1965, 338-353.

Recenzent: Prof. dr hab. inż. Ryszard Rohatyński

Wpłynęło do Redakcji: czerwiec 1983 r.

О НЕКОТОРЫХ ПРОБЛЕМАХ ТЕХНИЧЕСКОГО ПРОЕКТИРОВАНИЯ
В УСЛОВИЯХ НЕУВЕРЕННОСТИ

Р е з ю м е

В статье представлены основные понятия выступающие в описании переменных с учётом неуверенности. Обращено внимание на возможность использования этого способа описания для определенных проблем технического проектирования, в частности для анализа задачи, построения математических моделей и оптимизации.

ABOUT SOME PROBLEMS OF TECHNICAL DESIGN
IN THE PRESENCE OF UNCERTAINTY

S u m m a r y

The main definitions typical for uncertain variables description are presented. Particular attention is paid on possibility of using this method of describing in some problems of technical design, especially in analysis of problem, mathematical modeling and optimization.