ENERGETYKAz. 44



ANALIZA NIEKTÓRYCH ZJAWISK CHARAKTERYSTYCZNYCH Dla stopnia turbiny pracującego w obszarze pary wilgotnej

POLITECHNIKA ŚLĄSKA ZESZYT_NAUKOWY Nr 341 – GLIWICE 1972

SPIS TREŚCI

W	STĘP I WAŻNIEJSZE OZNACZENIA	3
1.	Równania ruchu cząstki fazy ciekłej	9
2.	Osadzanie się cząstek na powierzchni układu łopatkowego .	14
	2.1. Żałożenia metody i niektóre rezultaty	18
	2.2. Ruch cząstki w hydraulicznej warstwie przyściennej	25
3.	Ruch cząstek fazy ciekłej w szczelinie międzywieńcowej stop-	
	nia turbiny	33
	3.1. Sformułowanie zagadnienia	34
	3.2. Rezultaty obliczeń	37
4.	Straty energii na rozprowadzenie cząstek fazy ciekłej	43
	4.1. Równania określające wielkości dysypacji energii	44
	4.1. Dysypacja energii przy przepływie w kanale międzyłopat-	
	kowym cząstek, dla których Re 1	45
	4.3. Wielkość energii h dla przepływu cząstek za krawędzią	
	spływu łopatki	48
	4.4. Analizowane przybliżone wielkości strat energii	54
5.	Uwagi końcowe	. 58
6.	Załączniki	61
7.	Literatura cytowana w tekście	68

ANDALSANIMINATION

LIVE SPINIS - TE S YWOMSKY . /IL

POLITECHNIKA ŚLĄSKA

ZESZYTY NAUKOWE

P. 3349 72 TADEUSZ CHMIELNIAK

ANALIZA NIEKTÓRYCH ZJAWISK CHARAKTERYSTYCZNYCH Dla stopnia turbiny pracującego w obszarze pary wilgotnej

PRACA HABILITACYJNA Nr 118

Przewód habilitacyjny otwarto w dniu 16 maja 1972 r.

REDAKTOR NACZELNY ZESZYTÓW NAUKOWYCH POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ

Iwo Pollo

REDAKTOR DZIAŁU

Ryszard Petela

SEKRETARZ REDAKCJI

Witold Gużkowski

Dział Wydawnictw Politechniki Śląskiej Gliwice, ul. Kujawska 2

 Nakł. 50+170
 Ark. wyd. 3,3
 Ark. druk. 4,6
 Papier offsetowy kl. III, 70×100, 80 g

 Oddano do druku 6. 4. 1972
 Podpis. do druku 2. 9. 1972
 Druk ukoń. we wrześniu 1972

 Zam. 837
 6. 6. 1972
 R-15

Skład, fotokopie, druk i oprawę wykonano w Zakładzie Graficznym Politechniki Śląskiej w Gliwicach

PJ-315/72

WSTEP I WAŻNIEJSZE OZNACZENIA

Tematyka turbin, pracujących z parą wilgotną jako czynnikiem roboczym, znalazła w sposób bezpośredni lub pośredni odbicie w literaturze stosunkowo barizo dawno [np. 1, 2, 3]. Jednak dopiero z rozwojem współczesnej energetyki (elektrownie atomowe, wzrost mocy turbin kondensacyjnych) problem ten jest szczególnie intensywnie badany. Przedmiotem analizy są zarówno problemy o charakterze podstawowym. jak i technicznym. W literaturze zagranicznej bogaty przegląd pozycji dotyczących tych zagadnień zawierają między innymi prace [4, 5, 6]. W literaturze polskiej najbardziej szeroko omówiono ten problem w opracowaniu [7].

W niniejszej pracy rozpatrzono w zasadzie trzy zagadnienia dotyczące zachowania się cząstek fazy ciekłej w stopniu turbiny. Przedyskutowano mianowicie: warunki osadzania się kropel na powierzchni układu łopatkowego, ruch cząstek w śladzie aerodynamicznym oraz problem strat energii wynikających z różnicy energii kinetycznej fazy gazowej i fazy dyskretnej. Praca jest podsumowaniem pewnego etapu prac prowadzonych w zakresie omawianej tematyki w Instytucie Maszyn i Urządzeń Energetycznych od kilku lat. Część omawianych zagadnień opracowano i przedyskutowano w czasie rocznego stażu naukowego odbytego w Katedrze Turbin Parowych i Gazowych Instytutu Energetycznego w Mo-

Pragnę tą drogą podziękować Prof. M.E. Dejczowi i Prof. G.A. Filipowowi za naukową opiekę i stworzenie mi w Instytucie Moskiewskim warunków do wykonywania tej pracy. Szczególne podziękowania składam Prof. z.n.t. K. Kutarbie za stworzenie w zespole, w którym pracuję, atmosfery sprzyjającej pracy naukowej oraz za wiele cannych i życzliwych uwag przy opracowywaniu materiałów do pracy.



$$= \frac{x \sin \alpha}{a}$$

$$= \frac{x \sin \alpha}{a}$$

$$= \frac{x \sin \alpha}{a}$$

$$= \frac{x + \lambda_{1}}{a}$$

$$= \frac{1 + \lambda_{1}}{2St_{k}} = \frac{1 + \lambda_{1}}{2St_{k}}$$

- 9,9 " gęstość fazy gazcwej i ciekłej,
 - 5 napięcie powierzchniowe,

T.Tp - czas,

ω - prędkość kątowa cząstki fazy ciekżej,

to - prędkość kątowa pary,

INDEKSY:

- o, 1 w przekroju kontrolnym: przed i za kierownicą; wartość początkowa i końcowa,
- x, y w kierunku x, y,
- kr wartość krytyczna,
- co dla prędkości w przepływie potencjalnym, dla prędkości w jądrze strumienia.

1. ROWNANIA RUCHU CZĄSTKI FAZY CIEKŁEJ

Ogólne równamie ruchu cząstki można zapisać w postaci [8]:

$$m \frac{d\bar{v}}{dc} = 1/2g \Re r^{2} c_{D|} (\bar{v} - \bar{v}) |\bar{v} - \bar{v}| - 4/3 \Re r^{3} \text{ grad } p + \\ + \Re r_{P}^{3} \bar{\omega}_{R} (\bar{v} - \bar{v}) + 1/2 m (g/g_{c}) \frac{d}{dt} (\bar{v} - \bar{v}) + \\ + 6r^{2} (\Im g \mu)^{1/2} \int_{\overline{L_{0}}}^{L} \frac{(d/d\bar{v}) (\bar{v} - \bar{v}) d\bar{v}}{(\bar{v} - \bar{v})^{1/2}} + \bar{r}.$$
(1)

Pierwszy człon prawej strony równania (1) przedstawia siłę oporu aerodynamicznego. Człon drugi charakteryzuje siłę uwarunkowaną różnym od zera gradientem ciśnienia fazy gazowej. Następne człony przedstawiają odpowiednio: siłę Magnusa, siłę uwarunkowaną lokalnym przyspieszeniem oraz siłę Basseta. Wektor F przedstawia zewnętrzne potencjalne pole sił.

W zakresie parametrów termodynamicznych i kinematycznych, określających zachowanie się cząstek w ostatnich stopniach turbin kondensacyjnych dużych mocy oraz w turbinach zainstalowanych we współczesnych atomowych elektrowniach, ocena poszczególnych rodzajów sił wskazuje, że podstawowe znaczenie posiada siła aerodynamicznego oporu. Niemniej jednak na przebieg pewnych procesów mogą wpływać również w wyraźny sposób imme rodzaje sił. W pracy dla oceny procesów separacji uwzględniać będziemy dodatkowo siłę Magnusa i siłę reprezentowaną przez drugi człon równania (1). Przy badaniu zachowania się cząstek w śladzie aerodynamicznym obok siły aerodynamicznego oporu pod uwagę wzięta będzie siła Magnusa. Pównanie (1) można rozwiązać, jeżeli wcześniej określić pole prędkości fazy podstawowej (gazowej), zewnętrzne potencjalne pole sił F, współczynnik oporu C_p oraz określić postać siły Magnusa.

Dla warunków przepływu kropel różnych wielkości w stopniu turbiny współczynnik C_D jest funkcją wielu zmiennych. Jeżeli liczba Reynoldsa kropli jest mniejsza od jedności, to współczynnik C_D określa się zwykle jako funkcję Re i liczby Knudsena Kn.

$$C_{\rm D} = \frac{24}{{
m Re}}\psi({
m Kn}); \quad \psi({
m Kn}) = \frac{1}{1+2,53} {
m Kn}^{4}$$

Dla innych wartości Re w literaturze traktującej o przepływie fazy ciekłej w turbinach przyjmuje się różne związki. Zwykle jednak dla C_D wybiera się znaczenie ważne dla opływu nieściśliwym płynem pojedynczej, kulistej kropli. Na rys. 1 przedstawiono niektóre stosowane formuły oraz pokazano wpływ na współczynnik C_D wielkości przeważnie w obliczeniach nieuwzględnianych.

Według pracy [9] wpływ deformacji ciekłych cząstek na wielkość C_D należy uwzględniać przy

$$\operatorname{Re} \geqslant \operatorname{Re}_{\mathrm{Kr}} = 4,55 \, \mathrm{N}^{\mathrm{O},21}$$

a wielkość Cn określać formułą

$$C_{\rm p} = 0.73 \ {\rm Re}^{1.4} \ {\rm N}^{-0.4}$$
 (2)

gdzie

$$N = \frac{6^{3} \rho^{2}}{\mu^{2} (g_{c} - g_{c})g},$$

N - liczba wprowadzona przez Hu i Kitnera [14].

Dla warunków przepływu w ostatnich stopniach turbiny Re_{Kr} = 400÷500. Dla ilustracji wpływu ścisliwości czynnika wykorzystano rezultaty pracy [10] przy liczbie Macha kulistej cząstki równej Ma = 0,725.



W zakresie Re = $10^2 \div 10^3$ stosunek współczynników C_D dla przepływu ściśliwego i nieściśliwego osiąga wartość 1,39 ÷ 1,53.

Zagadnienie określenia współczynnika C_D dla "mgły" cząstek było badane przez wielu badaczy. Na rys. 1 przedstawiono wyniki współczesnych badań [11] współczynnika C_D mgły szklanych kulistych cząstek o średnicach 74 – 83µ przy 0,65 \leq Ma \leq 0,78. Średnia odległość między cząsteczkami w strumieniu w warunkach eksperymentu wynosiła s = (15÷ 18)d_k, co przy założeniu równomiernego rozkładu cząstek w strumieniu odpowiada przepływowi pary wilgotnej o ciśnieniu 1 bar i masowym stopniu wilgotności y_m = 12 – 14%.

Wpływ liczby Kmudsena poza obszarem Re < 1 winno się oceniać osobno dla każdego konkretnego przypadku. Przy parametrach pary charakterystycznych dla ostatnich stopni turbin kondensacyjnych będą prze de wszystkim istnieć warunki przepływu z "poślizgiem" (0,01<Kn<0,18). W tym przypadku

$$C_{\rm D} = C_{\rm D0} \left\{ \frac{(1+15 \text{ Kn})(1+4 \text{ Kn}) + (24/\text{M})\text{Kn}^2}{(1+15 \text{ Kn})(1+6 \text{ Kn}) + (36/\text{M})\text{Kn}^2(4+18 \text{ Kn})} \right\}$$
(3)

Np. dla p = 0,634 b, $d_k = 20 \cdot 10^{-6}$ (Re = 67) z formuły (3) wynika, że $C_D/C_{DO} = 0,782$.

Na rys. 1 zaznaczono również dane określające wpływ na wielkość C_D stopnia burzliwości strumienia [8]. Z przebiegu krzywych wynika, że w przedziale Re = 10 - 100 znaczenia C_D wahają się od wartości przewyższających trzy razy znaczenia określone wg standartowej krzywej oporu (dla danej liczby Re) do wartości stokrotnie mniejszych. Wpływ burzliwości maleje ze zmniejszeniem się liczby Re.

Stosunkowo wcześnie stwierdzono, że przy przepływie czynnika dwufazowego w rurze następuje znaczne odchylenie cząstek dyskretnej fazy od jej początkowego równoległego do ścianki kierunku [15]. Cząstki o prędkości mniejszej od prędkości fazy gazowej przemieszczają się w kierunku osi rury tworząc współosiowy pierścieniowy obszar. W przeciwnym przypadku cząstki mają tendencję przemieszczania się w kierunku ścianki rury. Zjawisko to później wytłumaczono efektem Magmusa. Dane analityczne i eksperymentalne przedstawione w literaturze, a dotyczące znalezienia siły wyporu, są właściwie niewystarczające dla określenia jej wartości dla.całego zakresu liczb Re cząstki występujących w interesujących nas w obecnej pracy przypadkach. W zasadzie bowiem znane są dwa związki na wielkość siły wyporu.

W pracy [16] przedstawiono formułę

$$P_{\rm M} = K \mu V \left(r^2 / \sqrt[4]{1/2} \right) \left(\frac{dU}{dy} \right)^{1/2}, \tag{4}$$

gdzie

K = 81,2 przy założeniu

$$\mathbf{v}(\mathbf{y}\frac{\mathrm{dU}}{\mathrm{dy}})^{-1/2} \ll 1. \tag{5}$$

Założenie (5) jest ekwiwalentne założeniom

$$Re_1 \ll (Re_2)^{1/2}; Re_2 \ll 1; Re_3 \ll 1,$$

gdzie

$$\operatorname{Re}_1 = \frac{\operatorname{Ur}}{\sqrt{2}}$$
 $\operatorname{Re}_2 = \frac{r^2}{\sqrt{2}} \left(\frac{\mathrm{dU}}{\mathrm{dy}}\right)$; $\operatorname{Re}_3 = \frac{\mathrm{Ur}^2}{\sqrt{2}}$

Drugi związek zaproponoważ Rubinow i Keller w pracy [17]. Ma on postać:

$$\bar{\mathbf{F}}_{\mathbf{H}} = \Im \mathbf{r} \partial \tilde{\boldsymbol{\omega}} \mathbf{x} (\boldsymbol{\bar{\mathbf{U}}} - \boldsymbol{\bar{\mathbf{V}}}).$$
 (6)

Formula (6) wyprowadzona w oparciu o analizę potencjalnego opływu wirującej kuli jest słuszna dla

Re < 5

Badania eksperymentalne problemu siky wyporu zamieszczono w pracach

W niniejszej pracy wykorzystano bardziej uniwersalną formułę [6]. Pole prędkości fazy podstawowej zostanie określone osobno przy oma wianiu poszczególnych problemów w dalszym ciągu pracy. Wektor sił F przyjęto za każdym razem równy zero.

2. OSADZANIE SIĘ CZĄSTEK FAZY CIEKŁEJ NA POWIERZCHNI UKŁADU ŁOPATKO-WEGO

Ocena ilościowa mechanizmu transportu cząstek fazy ciekłej na powierzchnię układu kopatkowego jest istotnym elementem analizy ich zachowania się w części przepływowej turbin. Te względy zadecydowały zapewne o tym, że problem ten jest szeroko dyskutowany w literaturze Np: [6, 7, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27]. Jej lektura pozwala za [6] wyróżnić trzy podstawowe mechanizmy transportu: 1. seperacji cząstek w ruchu krzywoliniowym, 2. dyfuzji turbulentnej, 3. dyfuzji molekularnej. W dalszym ciągu pracy przedmiotem szerszej analizy będzie pierwszy mechanizm z uwzględnieniem wpływu na efekt transportu cząstek fazy ciekłej hydraulicznej warstwy przyściennej".

W interesującym nas przedziale zmienności ciśnień i masowych udziaków dyskretnej fazy za fazę podstawową można uważać z dostateczną dokładnością fazę gazową czynnika. Fakt ten pozwala problem określenia trajektorii cząstek w zakrzywionym kanale rozdzielić na dwie części. Część pierwsza obejmuje poszukiwanie rozwiązamia dla pola prędkości fazy gazowej w kanale. W części drugiej należy w oparciu o to rozwiązanie znaleźć prędkości i tory cząstek w kanale.

W [21] podano (znacznie rozpowszechnioną dziś) teorię ruchu dyskretnej fazy ciekłej w kanale. Jej konstrukcję oparto o rozwiązanie

Obecnie w Instytucie Maszyn i Urządzeń Energetycznych prowadzi się obliczenia dotyczące również dwu pozostałych mechanizmów transportu

równań (1) dla wielu założeń upraszczających, z których najważniejsze to:

- a) wszystkie siły wzajemnego oddziaływania między kroplą a fazą podstawową (oprócz siły oporu aerodynamicznego) są pomijalne,
- b) linie prądu fazy gazowej czynnika roboczego są paraboliczne,
- c) składowa osiowa prędkości pary U jest stała wzdłuż kanału,
- d) współczynnik poślizgu v jest stały wzdłuż kanału i równy jedności.
- e) współczynnik oporu aerodynamicznego określa formuła Stokesa,
- f) liczba Stokesa Sto = $\frac{2 g_{1} r^{2}}{9 \mu lar}$ Ux₁ i liczba Knudsena są w czasie przepływu niezmienne. Oznacza to, że przyjmuje się za stałe funkcje: $\mu = f(p)$, $g_{2} = \varphi(p)$, $\overline{1} = \zeta(p)$.

Efekt seperacji (stosunek \$/t) określony na podstawie powyższych zażożeń przedstawiono na rys. 2. Jest widocznym, że dla Sto <10 wielkość \$/t wyraźnie zależy od liczby Sto. Dla danego kanaku liczba Sto zależy od ciśnienia p i promienia kropli r. Przy r \le 2. 10⁻⁸ m można przyjąć, że intensywność zmiany Sto od ciśnienia w przedziale 0,03 \le p \le 10 bar jest jednakowa ($\frac{\text{Sto}(p=0.03 \text{ b})}{\text{Sto}(p=10 \text{ b})} = 30$). Dla r>2. . 10⁻⁸ m krzywe Sto = f(p,r) są bardziej strome dla mniejszych wartości p i r. I tak np. w przedziale r = 10⁻⁷ ÷ 10⁻⁶ m stosunek liczb Sto dla ciśnień p = 0,03 b i p = 0,5 b zmienia się odpowiednio od 10 do 1,45, a dla ciśnień 0,5 ÷ 5 b odpowiednio od 3 do 1,52. Widać więc wyraźnie, że nawet przy małych spadkach ciśmień w kanałach przyjęcie Sto = const. prowadzić może do znacznych błędów przy ocenie efektów seperacji.

Przy pomocy omawianej metody wyznaczono w pracach [7, 22] efekt seperacji dla niektórych wieńców turbiny WK - 50 - 3. Wykorzystując te dane przedyskutowano tam również dodatkowo niektóre z upraszczających zakożeń (a - f).

Pewne uściślenie przedstawionej w [21] metodyki obliczenia efektu transportu na powierzchnię żopatki fazy ciekżej podano w opracowaniu [26]. Uwzględniono tam ściśliwość czynnika przez przyjęcie zmiennej wzdłuż przepływu prędkości osiowej U_w, z tym jednak •ograniczeniem,



Rys. 2. Funkcje: $\xi/t = \varphi_1(\text{Stb}), \eta/2R = \varphi_2(\text{Stb}, f), \Psi = \varphi_3(\text{Stb}); f = \frac{180(R - \eta)U_{\infty}}{\mu g_c}, x - f = 0, \nabla - f = 100, \Box - f = 1000, ♢ f = 10000.$

że gradient $\frac{dU}{dx}$ jest stały na całej długości rozpatrywanego kanału (założenia a, b, e, f pozostają dalej słuszne). Otrzymanie analitycznego rozwiązania dla wielkości ℓ/t w tym przypadku jest również możliwe choć jest ono o wiele bardziej skomplikowane. Ponieważ w [26] nie zamieszczono tego rozwiązania, niżej podano jego postać (dla 1 + 4 St > 0)

$$g/t = \frac{s}{t} \varphi_1(s_t, \frac{dv_x}{d\bar{x}}) \varphi_2(s_t),$$
 (7)

gdzie

$$\varphi_1(\text{st}, \frac{d\overline{v}_x}{d\overline{x}}) = \frac{1}{\left[(\alpha_2 - \alpha_1)\frac{d\overline{v}_x}{d\overline{x}}\right]^2} (v_{x_0} - \alpha_1)^{\alpha_1 - \alpha_2} (v_{x_0} - \alpha_2)^{\alpha_2 - \alpha_1},$$

$$\varphi_{2}(\text{St}) = \left(\frac{\gamma_{x_{0}-\alpha_{1}}}{\gamma_{x_{0}-\alpha_{2}}}\right)^{2} \left\{\frac{6\alpha_{1}\alpha_{2}}{\alpha_{2}^{2}-\alpha_{1}^{2}} \ln \frac{\gamma_{x_{0}-\alpha_{2}}}{\gamma_{x_{0}-\alpha_{1}}} + \frac{4\alpha_{1}\alpha_{2}}{(\alpha_{1}+\alpha_{2})^{2}}\right\}$$

$$+\frac{\alpha_{1}\alpha_{2}(\alpha_{1}+\alpha_{2})-2\alpha_{1}\alpha_{12}\sqrt{x_{0}}}{(\alpha_{1}+\alpha_{2})(\sqrt{x_{0}-\alpha_{1}})(\sqrt{x_{0}-\alpha_{2}})}\right\}-(\frac{\sqrt{x_{1}-\alpha_{1}}}{\sqrt{x_{1}-\alpha_{2}}})^{\frac{-1^{-\alpha_{2}}}{\alpha_{2}-\alpha_{1}}}\left\{\frac{1}{\alpha_{1}+\alpha_{2}}\left[\frac{\alpha_{1}^{2}}{(\sqrt{x_{0}-\alpha_{1}})}+\frac{\alpha_{1}-\alpha_{2}}{(\sqrt{x_{0}-\alpha_{1}})}+\frac{\alpha_{1}-\alpha_{2}}{(\sqrt{x_{0}-\alpha_{1}})}+\frac{\alpha_{2}-\alpha_{1}}{(\sqrt{x_{0}-\alpha_{1}})}+\frac{\alpha_{2}-\alpha_{1}}{(\sqrt{x_{0}-\alpha_{1}})}\right\}$$

$$+\frac{\alpha_{2}^{2}}{(\sqrt{x_{0}}-\alpha_{2})}+\frac{2\alpha_{1}\alpha_{2}}{\alpha_{2}-\alpha_{1}}\ln\frac{\sqrt{x_{0}-\alpha_{2}}}{\sqrt{x_{0}}-\alpha_{1}}\right]+\frac{2\alpha_{1}\alpha_{2}-(\alpha_{1}+\alpha_{2})\sqrt{x_{1}}}{(\sqrt{x_{1}}-\alpha_{2})(\sqrt{x_{1}}-\alpha_{2})}+$$

$$-\frac{4\alpha_1\alpha_2}{(\alpha_1^2-\alpha_2^2)}\left[\ln\frac{\sqrt{x_1-\alpha_1}}{\sqrt{x_1-\alpha_2}}-\frac{\alpha_2-\alpha_1}{\alpha_1+\alpha_2}\right],$$

$$\alpha_1 = \frac{1 + \lambda_1}{2 \text{ St}}, \alpha_2 = \frac{\lambda - 1}{2 \text{ St}}, \lambda_1 = (1 + 4 \text{ St})^{1/2}, \text{ St} = \text{Sto} \frac{dU_x}{d\bar{x}}.$$

Dla a = $\frac{dU}{dx}$ = 1,4 na rys. 2 podano rozwiązanie dla stosunku dx

$$\frac{(\mathcal{E}/t)a=0}{(\mathcal{E}/t)a\neq0}=\varphi^{\prime}.$$

Obliczenia wskazują na istotny wpływ gradientu prędkości na efekt seperacji przy dużych wartościach liczb Sto.

W pracach [23], [24] przedstawiono dokładniejsze metody określenia torów cząstek w kanałach turbin parowych i gazowych. Uściśleń dokonano w metodach określenia pola prędkości fazy gazowej w kanałach.

W obu przypadkach wykorzystano do tego celu teorię nieściśliwego przepływu potencjalnego.

Ogólnie mówiąc, obecna literatura przedmiotu wskazuje, że obok prostszych lecz bardzo uproszczonych metod (opartych głównie na założeniach a f) rozwiązania problemu seperacji, przedstawiono szereg bardziej dokładnych (numerycznych) metod postępowania, nie uwzględniających jednak wielu istotnych czynników mogących znacznie wpływać na efekt seperacji (np. zmienności parametrów czynnika od ciśnienia).

Te luki w analizie tego ważnego problemu były przyczyną opracowania nowej metody określenia wielkości transportu fazy ciekłej na powierzchnię łopatek. Jej główne założenia podano niżej.

2.1. Założenia metody i niektóre rezultaty

Wektorowe równanie (1) dla założenia, że siłami określającymi są siła oporu aerodynamicznego oraz siła uwarunkowana gradientem ciśnienia fazy gazowej ma postać:

$$\frac{d\overline{V}}{d\tau} = \frac{\varrho}{2m} F C_{D} \left| \overline{U} - \overline{V} \right| \left(\overline{U} - \overline{V} \right) + \frac{\varrho}{\varrho} c \frac{d\overline{U}}{d\tau_{p}}$$
(8)

Jeżeli współczynnik oporu napisać w postaci:

$$C_{\rm D} = \frac{n}{\rm Re} f({\rm Kn}) \varphi({\rm Re}),$$

to równanie (8) dla quasistacjonarnego przepływu można zastąpić ekwiwalentnymi równaniami różniczkowymi:

$$\frac{dv_x}{d\bar{x}} = \frac{1}{\bar{v}_x} \frac{d\bar{v}_x}{d\bar{x}} \left[\frac{1 - v_x + \bar{St}(g/g_c - v_x^2)}{\bar{St}v_x} \right]$$
(9)

$$\frac{\partial tg\theta}{\partial \bar{x}} = \frac{1}{y_x^2 \ \overline{St} \ \overline{v}_x} \left\{ tg\alpha - tg\beta + (9/g_c) \ \overline{St} \ tg\theta \left[\frac{\partial \overline{v}_x}{\partial \bar{x}} (t_g^2\alpha + 1) + \overline{v}_x tg\alpha \frac{\partial tg\alpha}{\partial \bar{x}} \right] \right\},$$
(10)

gdzie

$$\overline{St} = \overline{St} \frac{d\overline{U}_x}{d\overline{x}}, \ \overline{St} = \frac{16 r^2 U x_1 g_c}{3n f(Kn) \varphi(Re)}$$

Tor danej cząstki określa równamie:

$$\frac{d\bar{y}}{d\bar{x}} = tg\beta . \tag{11}$$

Rozwiązanie układu (9 ÷ 11) jest możliwe, jeżeli określić dokładnie funkcje: C_{D} , $\frac{dU}{dx}$, \overline{St} , tgor oraz funkcję $g/\rho_c = f(p)$. Aby model przepływu nie był zbyt skomplikowany i jednocześnie gwarantował uwzględnienie wpływu na rozpatrywane zjawisko wielu istotnych czynników, propomije się uściślić go przez następujące założenia:

 A. Linie prądu fazy gazowej są parabolami (dtgα = const), dx
 B. Funkcje f(Kn), φ (Re) oraz wartości n są określone następująco:

Re < 1;n = 24;
$$\psi$$
 (Re) = 1;1 < Re < 2;n = 28; ψ (Re) = 1;2 < Re < 4;n = 31,4; ψ (Re) = 1;4 < Re < Re
kr*n = 12,5; ψ = (Re)^{1/2};Re
kr*Re;n = 0,7; ψ = (Re/N)^{-0,4};Re < 4;f(Kn) = 1/(1+2,53Kn);

Re > 4:

Kn < 0,01; f(Kn) = 1

0.01 < Kn <0.18;
$$f(Kn) = \frac{(1+15 \text{ Kn})(1+4\text{Kn}) + (24/\text{x})\text{Kn}}{(1+15 \text{ Kn})(1+6\text{Xn})+(36/\text{x})\text{Kn}^2(4+18 \text{ Kn})}$$

$$Kn = \frac{1}{2r} = 10^{-7,36} p^{-0,88} (2r)^{-1}$$
 (12)

$$g/g_{o} = 10^{-3,21} p^{0,9564}$$
 (13)

$$) = \mu/g = 10^{-4,61} p^{-0,862}$$
 (14)

D. Rozkład ciśnienia wzdłuż kanału określony jest podobnie jak w [21]
E. Lokalną wartość osiowej składowej prędkości U określić należy z uwzględnieniem grubości żopatek (rys. 3).

Postać związków (12-14) otrzymano aproksymując funkcje Kn = $f_1(p,r)$, $g/g = f_2(p)$, $y=f_3(p)$ w przedziale p < 15 b.W tym przedziale błąd który otrzymuje się przy stosowaniu formuł (12-14) nie przekracza jednego procenta. Założenia (A-E) starano się określić tak, by układ (9-11) można stosować do określenia ruchu fazy ciekłej w kanałach dla szerokiego przedziału liczb Re cząstki.

Równania (9:11) wraz z założeniami (A:E) stanowią układ liniowych zwyczajnych równań różniczkowych ze współczynnikami funkcyjnymi. W ogólnym przypadku układu tego nie udaje się rozwiązać analitycznie (zamknięte rozwiązania mogą być uzyskane tylko w szczególnych przypadkach, wyłączających niektóre z założeń A=E). Z tych względów do rozwiązania systemu równań (9:11) należy wybrać jedną z przybliżonych metod rozwiązywania równań różniczkowych. Postać równań i rodzaj założeń nie sprawiają żadnych trudności w konstrukcji uniwersalnego programu obliczeń. W stosunkowo prosty sposób można mp. wykorzystać procedurę Runge-Merscha. Na rys. (4) i (5) podano rezultaty kilku mumerycznych rozwiązań rozpatrywanego układu równań. Do przykładu wybrano kanał uformowany przez profile Ca 9015 A [28] (rys. 3). Ciśnienie początkowe wynosiło $p_0 = 1$ b, stosunek p_1/p_0 był równy Q685. Pozostałe dane zamieszczono na rys. 3. Rozpatrzono przepływ cząstek fazy ciekłej o średnicach 10^{-6} m, 2 . 10^{-6} m i 2 . 10^{-5} m przy y_{xo} = = 1 oraz przepływ kropel o średnicach 2 . 10⁻⁶ m i 2 . 10⁻⁵ m dla)_{x0} = 1. W drugim przypadku przyjęto tgβ = -0,3332. Efekty se-

c.







Rys. 4. Tory cząstek w kanale międzyłopatkowym dla p_o = 1b, $p_1/p_0 = 0.634$, Uz_o = 80 m/s, Uz₁ = 90 m/s



Rys. 5b. Funkcje: Re = $\Psi_1(\bar{x})$, $\psi_x = \Psi_2(\bar{x})$ dla $p_0 = 1b$, $p_1/p_0 = 0.634$, $\psi_{x0} = 0.9$

pracji otrzymane z obliczeń dla rozpatrywanego przykładu porównano z danymi otrzymanymi za pomocą metody Gyarmathy'ego [21] i zamieszczono na rys. 6.



Rys. 6. Porównanie efektów seperacji wyznaczonych wg [21] i za pomocą układu równań (9÷11)

Przebieg krzywych wskazuje, że dla rozważanego przypadku rezultaty mało różnią się przy r $\langle 10^{-6}$ m. Dla wielkości kropel przekraczających tą wartość różnica między wynikami znacznie rośnie osiągając przy r = 10^{-5} m wartość przekraczającą 50%. Dla oceny wpływu na efekt seperacji różnych dla fazy gazowej i ciekżej warunków początkowych wyznaczono dodatkowo tory cząstek przy $\rangle_x = 0,9$ i tg $\beta_z = -0,3332$. Obliczenia przeprowadzono dla $r = 10^{-6}$ m i 10^{-5} m.

Z rys. 4 wynika, że dla r = 10⁻⁵. zmiana warunków początkowych spowodowała tylko bardzo nieznaczne odchylanie toru cząstki od toru

otrzymanego przy $\gamma_{xo} = 1$ i tg $\beta_{o} = 0$. W obu przypadkach wielkość ξ/t pozostaje w zasadzie ta sama. Dla $r = 10^{-5}$ m różnica między efektami seperacji jest bardzo istotna. Odnotujmy dodatkowo fakt, że wartość ξ/t obliczona przy różnych kierunkach fazy ciekżej i gazowej na wejściu w kanaż żopatkowy nie przekracza w tym przypadku znaczenia ξ/t otrzymanego według [21] przy $\gamma_{xo} = 1$ i tg $\beta_0 = 0$.

Różnice między podanymi na rys. 6 wynikami łatwo wytłumaczyć, jeżeli wziąć pod uwagę dane przedstawione na rys. 5. Ilustrują one przebieg wzdłuż kanału kopatkowego wielkości liczb Reynoldsa Re i współczynników poślizgu) . Dane te pozwalają ocenić dla poszczególnych wartości promienia kropli słuszność założeń wprowadzonych w [21] przy konstrukcji metody określenia ilości fazy ciekłej transportowanej na powierzchnię kopatki. Okazuje się, że tylko dla najmniejszej rozpatrywanej wielkości cząstki założenie dotyczące V (d) i wielkości Re (e) może zostać uznane za słuszne, niezależnie od faktu bardzo istotnej zmiany ze współrzędną x wartości U. Dla pozostałych wielkości kropel, zwłaszcza dla $r = 10^{5}$ m, odchylenie V od jedności jest już znaczne. Przebieg wzdłuż kanału liczby Re zarówno dla r = 10⁻⁶, jak i 10⁻⁵ ma skomplikowany charakter. W pierwszym przypadku Re przekracza wartość Re = 3, w drugim osiąga wartość Re = 170. Potwierdza to konieczność uwzględnienia w trakcie obliczeń różnych rodzajów formuł określających współczymik oporu aerodynamicznego. Dla warunków początkowych fazy ciekżej $\gamma_{ro} = 0,9$ i tg $\beta_{ro} = -0,3332$ przebieg funkcji) = f(x) i Re = $\psi(x)$ jest bardziej złożony (rys. 5a).

Rezultaty podane na rys. 6 otrzymano bez uwzględnienia osadzenia cząstek na czołowej powierzchni łopatek. Do określenia tej wielkości można wykorzystać rezultaty zamieszczone na rys. 2.

Korzystanie z układu równań (9#11) do określenia pola prędkości i torów cząstek w kanale międzyłopatkowym wymaga stosowania mmerycznej techniki obliczeniowej. W przypadkach braku możliwości stosowania maszyn cyfrowych zachowanie się cząstek fazy ciekłej w kanale można określić wykorzystując drogę podaną w załączniku I. Metoda jest słuszna dla podobnych założeń, które sformułowano dla układu (9#11). Sposób postępowania oparto o dokładne rozwiązanie równania (9) dla stałego gradientu ______ Jeżeli więc dane zagadnienie można sprowadzić do dx takiego modelu przepływu, w którym w określonym przedziale 🛆 x, prędkość U__ można aproksymować liniową funkcją x, to stosowanie metody gwarantuje dostateczną dokładność obliczeń.

2.2. Ruch czastki w hydraulicznej warstwie przyściemej

Przy omawianiu procesu osadzania się cząstek fazy ciekłej na powierzchni kopatki nie można pominąć analizy ruchu cząstek w warstwie przyściennej. Problem ten w odniesieniu do zagadnienia seperacji nie został dotąd w literaturze dostatecznie rozwinięty. Do ciekawszych prac dotyczących ruchu cząstek w warstwie przyściennej w ogólniejszym aspekcie można zaliczyć pozycje: [8, 30, 31, 32, 33, 34].

Dokładne rozwiązanie ruchu cząstki w polu prędkości charakterystycznym dla laminarnej lub burzliwej warstwy przyściennej na powierzchni żopatki jest zadaniem niezwykle skomplikowanym i pracochżonnym. Z tych względów w pracy przeanalizowano niektóre interesujące procesy w warstwie przyściennej formułującej się na powierzchni płaskiej płyty. Pozwoliżo to przeanalizować większą ilość wariantów koniecznych do ogólniejszej oceny rozpatrywanych zjawisk.

W płaszczyźnie zy równania ruchu cząstki z uwzględnieniem sił oporu aerodynamicznego i siły Magnusa mają postać:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -6 r_{\mu} (1 + 3/8 \text{ Re}) (\frac{dx}{dt} - U_x) - \Im r^3 g_a \omega (U_y - \frac{dy}{dt})$$
(15)

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} = 6 I r_{\mu} (1 + 3/8 \text{ Re}) (\frac{dy}{dt} - U_y) - I r_g^3 \omega (\frac{dx}{dt} - U_x)$$
(16)

$$I\frac{d\omega}{dI} = 8I\mu r^{3}(\omega - \omega_{0}), \qquad (17)$$

gdzie

$$\omega_{0} = 1/2 \left(\frac{\partial U}{\partial x} - \frac{\partial U}{\partial y} \right)$$

I moment bezwładności cząstki.

$$I = 2/5 mr^2$$
. (18)

Równania (15+16) otrzymuje się z równania wektorowego (1), jeżeli siżę oporu aerodynamicznego określić formułą Oseena, a siłę będącą miarą efektu Magnusa opisać związkiem (6). Taki wybór sił jest uwarunkowany charakterem pola prędkości fazy gazowej w warstwie przyściennej. Równanie (17) zamyka układ (15), (16) i określa prędkość kątową cząstki w zależności od prędkości kątowej fazy razowej. Układ równań (15 – 17) został w pierwszej kolejności rozwiązany dla pola prędkości fazy gazowej w laminarnej warstwie przyściennej. Dla U_x i V wybrano formuły przybliżone, dostatecznie jednak zbliżone do rozwiązania dokładnego. Przyjęto [35]:

$$\frac{\mathbf{x}}{\mathbf{y}_{\infty}} = \sin(\mathbf{x}/2)$$
 (19)

$$\frac{\nabla_{\mathbf{x}}}{U_{\infty}} = \frac{U_{\infty}}{2} \sqrt{\frac{\partial U_{\infty}}{\mathbf{x}}} \left[\frac{1}{2} \frac{\partial U_{\infty}}{\partial \mathbf{x}} \right] \left[\frac{1}{2}$$

gdzie

$$v = y/\delta(x), \delta(x) = 4.81 \sqrt{\frac{\lambda x}{U_{cc}}}$$

Numeryczne rozwiązania równań (15÷17) z założeniami (19) i (20) dla $r = 10^{-6}$ m, p = 1b, U = 100 m/s oraz dla kilku wartosci U i V podano na rys. 7. Z zamieszczonych danych wynika, że w zakresie rozpatrywanych parametrów wpływ na ruch cząstki efektu Magnusa dla V = 0 jest znikomy (maksymalna prędkość V w przedziale x <90 mm wynosi V_y = -0,0013 m/s - V = 80 m/s i V = -0,001314 m/s - V = 100m/s). Jest interesującym, że prędkość V dla obu wariantów (V_x = 80 m/s i 100 m/s) różni się w zasadzie tylko na początkowym odcinku przepływu. A więc również wpływ początkowych wartości V_{x0} w naszym przypadku nie wpływa w zasadzie na charakterystyki ruchu cząstki w war-



Rys. 7. Tory i pole prędkości cząstek w laminarnej warstwie przyścien nej dla p = 1b i różnych v oraz v ro

stwie. Obok rozwiązań dla $V_{yo} = 0$ na rys. 7 podano rozwiązanie dla $V_{yo} = -5$ m/s. Widać, że droga niemal całkowitego wyhamowania prędkości V_{y} w warstwie w kierunku współrzędnej x nie przekracza 5 mm. Droga, którą przebyła cząstka w kierunku prostopadłym do ściany wynosi 0,08 mm. Zestawiając te dane z grubością laminarnej warstwy przyściennej można wnioskować, że cząstka o promieniu $r = 10^{-6}$ m nawet dla stosunkowo dużych prędkości V_{yo} nie dosięgnie powierzchni ścianki.

Szczególnie ważne znaczenie dla analizy poszczególnych elementów procesu transportu fazy ciekłej na powierzchnię układu żopatkowego turbin ma prześledzenie ruchu cząstki w podwarstewce laminarnej burzliwej warstwy przyściennej. Jest to zagadnienie ważne głównie zdwóch względów:

- pozwala ocenić graniczną dla danych parametrów wartość prostopadlej do powierzchni składowej prędkości cząstki, przy której dotrze ona jeszcze na omywaną ścianę;
- pozwala dla określonych warunków brzegowych określić prędkość dyskretnej fazy równoległą do rozpatrywanej powierzchni. Fakt ten może mieć istotne znaczenie przy analizie zachowania się cząstek za omywaną powierzchnią, za krawędzią spływu kopatek. Przedyskutujmy to zagadnienie wykorzystując rozwiązania układu (15-17) dla pola prędkości fazy gazowej w podwarstewce laminarnej się na ściance płaskiej.

Z literatury dotyczącej zagadnienia warstwy przyściennej [35] wiadomo, że profil prędkości w podwarstewce laminarnej przepływu określa związek

$$\frac{dU_x}{dy} = \frac{U_\infty^2 C_y}{y^2}$$
(21)

gdzie

$$C_{f} = 0.074 (Re_{L})^{-1/5}$$

Grubość podwarstewki oraz prędkosc na jej zewnętrznej granicy są odpowiednio równel

$$y_{0} = \frac{5}{\left[1/2 \ u^{2} \ c_{f}\right]^{1/2}}$$
(22)

$$U_{0} = 5 U_{00} (C_{1}/2)^{1/2}$$
 (23)

Jeżeli założyć, że współczynnik C_D można określić formułą Stokesa oraz że na granicy burzliwej i laminarnej części warstwy cząstka zdążyła osiągnąć prędkość kątowącyto po wykorzystaniu (21) układ równań (15÷17) sprowadza się do dwu równań o postaci:

$$\frac{d^2x}{d\tau^2} = a(ky - \frac{dx}{d\tau}) - b \frac{dy}{d\tau}$$
(24)

$$\frac{d^2 y}{dt^2} = -a \frac{dy}{dt} + b(ky - \frac{dx}{dt}),$$

gdzie oznaczono:

$$a = 9/2 \frac{J^{\mu}}{S_{0}} r^{-2}, \quad b = 3/4 \frac{g}{g} \frac{g}{c} \omega_{0}$$
$$\omega_{0} = -1/2 \frac{dU}{dy}, \quad k = \frac{dU}{dy} = 1/2 \frac{U_{\infty}^{2}}{J} C_{1}.$$

Tak znaleziony układ równań ma rozwiązanie zamknięte. Sposób rozwiązanie podano w załączniku II.

Niektóre wybrane rezultaty rozwiązań ilustrują rys. 8-11. Załączone dane otrzymano dla $v_0 = \frac{x_0}{U_0} = 0.8$. Zasadniczym wnioskiem wynikającym z załączonych rezultatów jest stwierdzenie istotnego wpływu na trajektorię cząstki wielkości jej promienia. Cząstki o promieniu r = = 10 m przenikają do ścianki dla wszystkich rozpatrywanych wielkości ReL: p i dla wszystkich rozpatrywanych prędkości Vyo-Charakterystycznym jest przy tym stromy tor cząstek w ostatniej fazie przepływu. Dla Re_L = 0,5 . 10⁵ i Re_L = 10^5 cząstka o promieniu 10^{-6} m osadza się na powierzchni tylko dla prędkości V = 5 m/s. Dla p = = 0,1 b i $\text{Re}_{I} = 0,5 \cdot 10^5$ wartość $V_{yo} = 5 \text{ m/s można uważać za gra$ niczną. Dla pozostałych wartości V i rozpatrywanych Re równych 0,5 . 10⁵ i 10⁵ cząstka przenika tylko na miewielką głębokość warstwy, a następnie jej tor staje się równoległy do ścianki. Droga wyhamowywania tych cząstek jest różna dla różnych wartości V ciśnienia p i liczby Re_L. Dla tej samej liczby Re_L i V strefa hamowania jest większa dla mniejszej wartości ciśnienia. Przy tych samych wartościach p i V głębokość wnikania cząstki wzrasta z liczba Re.

Wzrost Re_L przy p = 1 b powoduje zmianę obrazu przepływu. Dla wszystkich rozpatrywanych V_{yo} w tym przypadku cząstka o promieniu 10^{-6} m przechodzi całą grubość warstwy. Czas przebywania cząstki w warstwie przy V_{yo} = 5 m/s nie przekracza 3.10⁻⁶ s.

29

(25)



Rys. 8. Tory cząstek w podwarstewce laminarnej dla $y_{xo} = 0,8 (y_{xo} = \frac{v_{xo}}{u_0})$



Rys. 9. Tory cząstek w podwarstewce laminarnej dla $\frac{1}{x_0} = 0.8$



Rys. 10. Tory cząstek w podwarstewce laminarnej dla 🕴 👞 = 0.8



W całym zakresie rozpatrywanych parametrów przepływu cząstki o promieniu $r = 10^{-7}$ m przenikają tylko na niewielką głębokość warstwy. Z tym, że dla Re_L = 0,5 . 10⁵ i Re_L = 10⁵ wpływ prędkości Vyo na ich zachowanie się jest stosunkowo niewielki. Przy Re_L = 5 . 10⁵ obserwujemy bardziej istotne przesunięcie cząstki startującej z prędkością V_{yo} = 5 m/s.

Podobną analizę można przeprowadzić w oparciu o rozwiązania układu (24-25) (p. załącznik II) dla imnych wartości Re_L, p, r i imnych warunków brzegowych. Przedstawione rozwiązania jakościowo odpowiadają doświadczalnym obserwacjom podanym w pracy [36]. Pozwala to sądzić, że stosunkowo proste, zamknięte rozwiązania (II.8-II.11) mogą być wykorzystane do oceny zdolności przenikania przez podwarstewkę laminarną cząstek dyskretnej fazy dla różnych parametrów określających stan fazy gazowej czymika.

W świetle przytoczonej analizy i podanych rezultatów nasuwa się kilka uwag, które sformułujemy na zakończenie tego punktu w postaci wniosków:

- 1. Porównamie obliczeń podaną w pracy metodą oraz metodą opracowaną w [21] dowodzi, że dla rozpatrywanego kanału tylko dla stosunkowo małych wielkości kropel wyniki są porównywalne. Otrzymane dla większych cząstek rezultaty są zupełnie różne. Powodem tych różnic jest poważna niezgodność założeń podanych w [21] z realnymi warunkami przepływu (rys. 5).
- Na podstawie rozwiązań równania cząstki dla pola prędkości fazy gazowej w laminarnej warstwie przyściennej wydaje się prawdopodobnym że:
 - na ruch cząstki o promieniu rzędu 10⁻⁶ m wpływ początkowej wartości współczymnika poślizgu) jest niewielki,
 - nawet dla stosunkowo dużych wartości V cząstka o promieniu 10⁻⁶ m będzie miała trudności w dotarciu do ścianki. Wyciągnięcie bardziej ogólnych wniosków w tym przypadku wymaga przeliczenia szeregu dodatkowych wariantów.

- 3. Otrzymane w postaci analitycznej rozwiązania układu równań (24-25) pozwalają w szerokim zakresie parametrów określających ruch cząstki wyznaczyć konieczne przy analizie transportu fazy ciekłej na powierzchnie żopatki wielkości:
 - czasu przebywania cząstki w warstwie,
 - granicznej prędkości V_{yo}, przy której cząstka dotrze jeszcze do ścianki.

Otrzymane rezultaty mogą również służyć jako materiał przy określaniu prędkości z jaką cząstka uderza o powierzchnię kopatki (ocenić możliwość odbicia danej cząstki i powrotu jej do strumienia).

3. RUCH CZĄSTEK FAZY CIEKŁEJ W SZCZELINIE MIĘDZYWIEŃCOWEJ STOPNIA TUREINY

Znalezienie wszystkich charakterystyk ruchu kropel w szczelinie międzywieńcowej stopnia turbiny pracującego z parą wilgotną, jako czynnikiem roboczym, ma podstawowe znaczenia dla określenia stopnia intensywności erozji i warunków granicznych, od których zależy efekt seperacji w wieńcu roboczym. Zagadnienie to, będące przedmiotem wielu prac np.[12, 37, 38, 39], sprowadza się do rozwiązania ruchu kropel dla danej aproksymacji prędkości fazy podstawowej (gazowej). za krawędzią spływu łopatki. Główną przy tym uwagę w literaturze skupia się na analizie ruchu cząstek w śladzie aerodynamicznym. W zasadzie we wszystkich dostępnych pracach równanie ruchu formułuje się przy założeniu, że wszystkie charakterystyczne dla ruchu cząstki w śladzie rodzaje sił poza siżą oporu aerodynamicznego można pominąć.

Pole prędkości fazy gazowej w śladzie aerodynamicznym charakteryzuje się dużym poprzecznym gradientem osiowej prędkości U_x na początkowym odcinku przepływu. Sugeruje to, że w tej fazie przepływu duży wpływ na zachowanie się cząstki w polu prędkości śladu może mieć siła spowodowana efektem Magnusa. Dyskusję tego problemu zawiera nimiejszy rozdział pracy. Ponadto niżej przeprowadzono badania wpływu na ruch cząstki wartości początkowych prędkości V_x . Miało to na celu okre-

ślenie znaczenia tego czynnika dla optymalnej ze względu na efekty erozji organizacji przepływu fazy ciekłej w stopniu.

3.1. Sformukowanie zagadnienia

Jeżeli wybrać układ współrzędnych jak na rys. 14 oraz założyć, że uwzględniać będziemy siłę oporu aerodynamicznego i siłę Magnusa to rozpisując równanie (1) otrzymujemy system równań:

$$m \frac{d\mathbf{v}_{\mathbf{x}}}{d\tilde{\tau}} = 9/2 \tilde{\pi} \mathbf{r}^{2} \mathbf{c}_{\mathrm{D}} (\mathbf{u}_{\mathbf{x}} - \mathbf{v}_{\mathbf{x}}) \left\{ (\mathbf{u}_{\mathbf{x}} - \mathbf{v}_{\mathbf{x}})^{2} + (\mathbf{u}_{\mathbf{y}} - \mathbf{v}_{\mathbf{y}})^{2} \right\}^{1/2} + F_{\mathrm{M}\mathbf{x}} (26)$$

$$m \frac{d\mathbf{v}_{\mathbf{y}}}{d\tilde{\tau}} = 9/2 \tilde{\pi} \mathbf{r}^{2} \mathbf{c}_{\mathrm{D}} (\mathbf{u}_{\mathbf{y}} - \mathbf{v}_{\mathbf{y}}) \left\{ (\mathbf{u}_{\mathbf{x}} - \mathbf{v}_{\mathbf{x}})^{2} + (\mathbf{u}_{\mathbf{y}} - \mathbf{v}_{\mathbf{y}})^{2} \right\}^{1/2} + F_{\mathrm{M}\mathbf{y}} (27)$$

Z badań doświadczalnych [40] wynika, że faza ciekła za aparatem kierowniczym może występować w postaci:

- stabilnych cząstek o kulistym kształcie,
- cząstek niestabilnych ulegających w strumieniu fazy gazowej rozpadowi na elementy kuliste,
- niestabilnych elementów niekulistych o stosunkowo dużych wymiarach.

W pierwszym przypadku można zakożyć, że promień kropli jest niezmienny i do określenia ruchu cząstki w śladzie przyjąć układ (26), (27) dla r = const.

Dla pozostałych przypadków do określenia zmian wielkości cząstek w procesie przepływu należy znać kryterium stabilności kropel. Problemowi temu poświęcono wiele teoretycznych i eksperymentalnych badań [42], [43, 44] i [45]. Istniejące obecnie w literaturze dane doświadczalne pozwalają wprawdzie określić zależność kryterialną liczby Webera We kr od liczby Laplace'a Lp dla pojedynczej cząstki (rys. 12), ale korzystanie z tej zależności w obliczeniach jest utrudnione. Z tych względów dla określenia wartości krytycznej średnicy cząstki wygodniej jest skorzystać z zależności:

Wekr = const

(28)


Rys. 12. Zależność We_{kr} = f(Lp) wg [41, 42, 44]

$$(We Re)_{lor} = const$$
(29)

Równanie (28) lub (29) pozwala wyeliminować z systemu (26-27) wielkość promienia r.

Zapisując C formułą

$$C_{\rm D} = \frac{24}{\rm Re} \, \mathbf{f}(\rm Re, N) \, \boldsymbol{\psi}(\rm Kn) \tag{30}$$

uraz wykorzystując dla siły Magnusa wyrażenie (6), układ równań (26), (27) można ostatecznie zapisać w postaci:

a) r = const

$$\frac{d\mathbf{v}_{\mathbf{x}}}{d\hat{\mathbf{z}}} = 9/2(\varrho/\varrho_c) \mathcal{Y} \mathbf{f}(\mathrm{Re}, \mathbb{N}) \mathcal{Y}(\mathrm{Kn}) \mathbf{r}^{-2} (\mathbf{u}_{\mathbf{x}} - \mathbf{v}_{\mathbf{x}}) + 3/4(\varrho/\varrho_c) (\mathbf{u}_{\mathbf{y}} - \mathbf{v}_{\mathbf{y}}) \boldsymbol{\omega} \quad (31)$$

$$\frac{dv_{x}}{dt} = 9/2(g/g_{c}))f(Re,N)\varphi(Kn)R^{-2}(v_{y}-v_{y}) + 3/4(g/g_{c})(v_{x}-v_{x})\omega \quad (32)$$

b) We = const

$$\frac{dv_{x}}{dt} = 18(g/g_{c})^{1/2} \left(\frac{g}{6We}\right)^{2} f_{1}(Re,N) \varphi_{1}(Kn)(U_{x}-V_{x}) \left\{ (U_{x}-V_{x})^{2} + (U_{y}-V_{y})^{2} \right\}^{2} + 3/4(g/g_{c})\omega(U_{y}-V_{y})$$
(33)

$$\frac{dv_{y}}{d\tilde{x}} = 18(g/g_{c}) \sqrt{(\frac{p}{We})^{2} r_{1}(Re,N)} r_{1}(Kn) (U_{y} - V_{y}) \left\{ (U_{x} - V_{x})^{2} + (U_{y} - V_{y})^{2} \right\}^{2} + 3/4(g/g_{c}) \omega (U_{x} - V_{x}), \qquad (34)$$

gdzie

$$f_{1}(\text{Re}, N) \varphi_{1}(\text{Kn}) = f(\text{Re}, N) \varphi(\text{Kn}) = \frac{1}{2g|\overline{u} - \overline{v}|^{2}}$$

lub

Równania (31-32) i (33-34) nie tworzą zamkniętego układu. Należy je uzupełnić równaniem opisującym prędkość kątową cząstki. Równanie to dla dwu rozważanych przypadków ma odpowiednią postać:

$$\frac{d\omega}{dt} = -15(g/g_0) \gamma r^{-2}(\omega - \omega_0)$$
(35)

$$\frac{d\omega}{dt} = -60(g/g_{o}) \cdot (\frac{g}{6W_{0}})^{2} \left\{ (\mathbf{u}_{\mathbf{x}} - \mathbf{v}_{\mathbf{x}})^{2} + (\mathbf{u}_{\mathbf{y}} - \mathbf{v}_{\mathbf{y}})^{2} \right\}^{2} (\omega - \omega_{o}).$$
(36)

Podobnie można zapisać układ równań (26-27) dla formuły (29).

3.2. Rezultaty obliczeń

Szczegółowych rozwiązań równań (31), (32), (35) oraz (33),(34),(36) dokonano przyjmując pole prędkości fazy gazowej w śladzie w postaci [45]:

$$\frac{U}{\frac{x}{U_{\infty}}} = 1 - 0,313^{-1/2} (x/c)^{-1/2} (\xi^{3/2} - 1)^2$$

$$\frac{V}{\frac{x}{U_{\infty}}} = -0,28 (x/c)^{-1} \xi (\xi^{3/2} - 1),$$
(37)

gdzie

$$z = 0,56 d^{-1/2} (xo)^{-1/2} y$$

c i d - stałe (c = 0,73 - 1,11 m, d = 0,19 - 0,3). Funkcje f(Re, N) określono według pracy [8]. Niektóre rezultaty roz wiązań rozpatrywanych układów równań dla różnych warunków początkowych przedstawiono na rys. 13-17.

Rysunki 13, 14 ilustrują pole prędkości cząstek w śladzie dla r = 10^{-4} m (p = 0,05, p = 1, p = 10 b) i We = 15 (p = 0,05 b). Obliczenia przeprowadzono dla różnych wartości prędkości ∇_{y0} . Celem obliczeń z prędkościami ∇_{y0} różnymi od zera było dokonanie oceny ich wpływu na pole prędkości, tory cząstek w śladzie oraz na kąt \mathcal{G}_{w} (rys. 15:17).



Rys. 14. Punkoje: $V_x = \varphi_1(x)$, $V_y = \varphi_2(x)$ oraz $y = \varphi_3(x)$ dla We = = 15 i p = 0.05 b.

Przebieg krzywych na rys. 13 ilustruje różny wpływ prędkości początkowej i siły Magnusa na prędkość i tory cząstek przy różnych ciśnieniach. Analiza przebiegu funkcji Vy(x) dla przypadku V = 1 m/s dowodzi, że przy p = 0,05 b bezwzględna wartość pierwszego członu prawej strony równania (32) (siła aerodynamicznego oporu) nieznacznie przewyższa wartość drugiego członu tego równania (składowej siły Manusa). Dla ciśnienia p = 10 b do wartości x = 25 mm wartość siły Magnusa przewyższa siłę oporu aerodynamicznego. Mimo, że w całym przedziale x wartość składowej V dla p = 10 b przewyższa V przy yp = 0,05 b, wartość współrzędnej y dla p = 0,05 b znacznie przewyższa y dla p = 10 b. Decyduje o tym znacznie dłuższy okres czasu przebywania cząstki w śladzie aerodynamicznym w przypadku pierwszym. Odchylenie toru cząstki od linii y = 0 powoduje zwiększenie prędkości cząstki tym większe, im większa jest wartość odchylenia. Dla p = = 0,05 b, V_{y0} = 1 m/s prędkość V_x przy x = 150 mm jest większa o około 20% od prędkości V dla V = 0.

Na rys. 13 naniesiono również zależność $V_y = f_1(x)$ i $V_z = f_2(x)$ dla $V_{y0} = 4 \text{ m/s}$ i p = 10 b. Dla p = 0,05 b i $V_y = 4 \text{ m/s}$ cząstka zostaje odrzucona poza ślad przy x = 5,6 mm. Jej dalszy tor określają równania (32, 33) dla U_z = const, $V_y = 0$.

Rozwiązanie równań (33, 34) i (36) dla We = 15 i p = 0,05 przedstawia rys. 14. Okazuje się, że różnica rozwiązania dla $V_{yo} = 0$ i V = 1 m/s jest dla tego przypadku niewielka. Dotyczy to wszystkich poszukiwanych wielkości. Ważnym wnioskiem wynikających z rys. 14 jest stwierdzenie stosunkowo dużego przesunięcia cząstki od osi śladu. Przy x = 250 mm wynosi ono około 12 mm. Rezultat ten może mieć duże znaczenie przy teoretycznej ocenie rozkładu masy cząstek wzdłuż podziałki oraz przy ocenie kąta wyjścia fazy ciekłej z kanału kopatkowego. Siła Magnusa dla rozpatrywanego przypadku wpływa na przepływ cząstki znacznie silniej niż dla przepływu cząstki o $r = 10^{-1}$ m. Jej wpływ uwidacznia się szczególnie w pierwszej fazie przepływu.

Na podstawie rezultatów podanych na rys. 13-14 i niektórych innych danych skonstruowano zależności $\beta_{W} = f(\mathbf{x})$ dla różnych p. V i różnych prędkości obwodowych u (rys. 15-17). Dane te mają podstawowe znaczenie przy ocenie normalnej składowej prędkości z jaką dana oząst-





Rys. 16. Zależność $\beta_{1W} = f(x)$ dla p = 1 b oraz różnych u i r cząstki.

ka uderza o powierzchnię żopatki, a więc w konsekwencji mają podstawowe znaczenie przy ocenie erozyjnego oddziażywania cząstek.

Załączone obliczenia dowodzą, że oprócz takich czynników jak: wielkość cząstki, szerokość szczeliny, poważnie na wielkość θ_{1w} mogą wpływać wartości prędkości obwodowej oraz wartości V_{yo} . Przeanalizujmy szczegóżowiej dane przedstawione na rys. 17, ważne dla We = 15 i p = = 0,05 b. W tym przypadku jak i w pozostałych rozpatrywanych można wyróżnić określone fazy zmiany kąta θ_{1w} wzdłuż współrzędnej X.

Przedziały ws óźrzędnej x, w których obserwuje się najbardziej intensywną zmianę \mathfrak{F}_{1w} (największa wartość dla mniejszych wartości u obejmują wartości x < 90 mm. Dla]większych wartości u przedział maksymalnych dla przesuwa się w stronę większych x.Wpływ prędkości V_{yo} zaznacza się przede wszystkim dla mniejszych wartości u. Zrealizowanie dla t = 0 warunku V_{yo} \neq 0 pozwala osiągnąć tę samą wartość kąta na znacznie mniejszej szerokości śladu. Sumując można na podstawie analizowanych danych stwierdzić, że optymalny dobor szerokości szczeliny winien zostać ustalony w oparciu o analizę wartości $\mathfrak{g}=\mathfrak{f}(x)$.

Na rys. 16 porównano funkcję $\beta_{1w}(x,u)$ dla różnych wartości wielkości cząstki przy p = 1 b. Z przebiegu krzywych wynika, że dla r = = 10^{-6} m (u = 100 i 200 m/s) oraz dla r = 10^{-5} m (u = 100 m/s)zasadnicza zmiana kąta zachodzi przy x ≤ 60 mm. Dalsze zwiększenie x przynosi minimalne efekty.

Interesujących obserwacji można dokonać analizując ruch cząstki fazy ciekłej w szczelinie o ruchomym układzie współrzędnych (rys. 18):

$$\xi = \mathbf{x} \cos(\theta_{i1} - \alpha_{i}) + \mathbf{y} \sin(\theta_{i1} - \alpha_{i}) - \mathbf{u} \cos\theta_{i1} - \mathbf{d} \sin\theta_{i1}$$
(38)
$$\eta = \mathbf{y} \cos(\theta_{i1} - \alpha_{i}) - \mathbf{x} \sin(\theta_{i1} - \alpha_{i}) + \mathbf{u} \sin\theta_{i1} - \mathbf{d} \cos\theta_{i1}$$

Z rys. 18 ilustrującego rezultaty obliczeń dla p = 1 b i $r = 10^{-6}$, 10^{-5} oraz 10^{-4} m wynika, że obszar erozji jest uzależniony w znacznej mierze od prędkości obwodowej i wielkości promienia cząstki. Analiza ruchu kropel w układzie (38) mogłaby być efektywna przy ocenie wpływu niestacjonarności na zjawiska formowania się i ruchu filmu wod-



Rys. 17. Zależność $\beta_{1w} = f(x)$ dla $r = 10^{-4}$ miWe = 15 przy p = 0,05b



Rys. 18. Tory cząstek w szczelinie międzywieńcowej (szerokość szczeliny d = 0,04 m)



Rys. 16. Zależność $\beta_{1w} = f(x)$ dla p = 1b oraz różnych u i r cząstki

nego po powierzchni układu kopatkowego. Uwzględnienie bowiem funkcji $\xi = f_1(T,u)$, $g = f_2(T,u)$ pozwala na dokładniejszą ocenę warunków początkowych, a więc w konsekwencji na dokładniejsze określenie rozwiązania ważnego w praktyce problemu ruchu filmu po powierzchni kopatki.

Przy wyznaczaniu pola prędkości za krawędzią kopatki pewne znaczenie może mieć określenie warunków przechodzenia cząstki przez ślad aerodynamiczny. Przykład rozwiązania tego problemu ilustruje rys. 19.

Załączone w tym rozdziale materiały pozwalają ocenić wpływ prędkości V_{yo} ciśmienia p i efektu Magnusa na zachowanie się cząstek w śladzie aerodynamicznym. Stwierdzono, że nawet stosunkowo małe wartości V_{yo} mogą mieć wpływ na wektory prędkości i tory cząstek za krawędzią spływu łopatki. Istotną jest przy tym wyraźna zależność funkcji \bigcirc_{1w} od wartości V_{yo} zwłaszcza dla małych prędkości obwodowych u. Obliczenia wskazują, że dokładne określenie charakterystyk fazyciekłej w szczelinie międzywieńcowej wymaga uwzględnienia siły Magnusa. Jej wpływ jest szczególnie widoczny dla przepływu z założeniem We = = const.

4. STRATY ENERGII NA ROZPĘDZENIE CZĄSTEK FAZY CIEKŁEJ

Jak juž wcześniej podkreślano, literatura traktująca o zjawiskach powstałych przy wzajemnym oddziaływaniu cząstek fazy ciekłej i fazy gazowej czymnika roboczego jest bardzo bogata. Mimo tego istnieje w tym przedmiocie szereg niejasności i problemów nierozwiązanych. Dalszych prac i uściślenia wymaga mp. problem określenia możliwie dokładnej metodyki obliczeń stopnia. Wiąże się z tym konieczność klasyfikacji i dokładnego określenia strat wynikłych z obecności cząstek fazy ciekłej w czynniku roboczym.

W literaturze rozróżnia się w zasadzie dwie ogólne grupy strat: straty o charakterze termodynamicznym i kinematycznym [21, 5]. W drugiej grupie jako główne wydziela się straty energii na rozpędzemie cząstek fazy ciekłej (pośrednie straty hamowania) i bezpośrednie straty hamowania np. [5, 46]. Ta ostatnia grupa oharakteryzuje stratę energii powstałą w stopniu wskutek hamowania wieńca roboczego przepływającymi dużymi cząstkami fazy ciekłej.

Niniejsza praca zawiera niektóre rezultaty awalizy strat energii na rozpędzenie cząstek fazy ciekłej w strumieniu pary. Ponieważ problem określenia tych strat jest nie tylko istotny dla ostatnich stopni turbin kondensacyjnych pracujących w układach konwencjonalnych (para na wejściu do turbiny jest wysoko przegrzana), lecz również dla turbin pracujących w bardzo małym przegrzewem pary (turbiny w elektrowniach jądrowych) analizę przeprowadzono dla stosunkowo dużego zakresu ciśnień.

4.1. Równania określające wielkość dysypacji energii

Straty energii (dysypację energii) na rozpędzenie cząstek fazy ciekłej w strumieniu pary wilgotnej określimy jako różnicę ilości energii fazy gazowej traconej na rozpędzenie cząstek

$$al_{p} = \sum_{n=1}^{k} \frac{y_{1}}{1-y_{1}} \vec{v} \frac{d\vec{v}_{1}}{d\vec{\tau}} d\vec{\tau}$$
(39)

i ilości energii kinetycznej

$$a_{k} = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{k} \frac{y_{1}}{1 - y_{1}} \vec{v}_{1} \vec{v}_{1} a$$
 (40)

przez cząstki przyjętej w okresie czasu dł.

Dla przypadku quasistacjonarnego przepływu ze związków (39) i (40) po wykorzystaniu równania ruchu cząstki o promieniu r_i w postaci:

$$\vec{v}_{i} \frac{d\vec{v}_{i}}{ds} = 3/8 \ c_{D_{i}}(g/g_{c})r_{i}^{-1} |\vec{v} - \vec{v}_{i}| \quad (ds = |\vec{v}| \ d\tau)$$
(41)

wyprowadza się dla określenia dysypacji energii równanie różniczkowe:

$$\frac{dh}{ds} = \frac{3}{8} \sum_{n=1}^{k} \frac{y_{i}}{1 - y_{i}} \frac{c_{D_{i}}}{r_{i}} (g/g_{o}) \left| \overline{u} - \overline{v_{i}} \right|^{3}$$
(42)

Układ równań (41) i (42) uzupełniony danymi warunkami jednoznaczności stanowi podstawę do określenia wielkości energii dysypacji h. W większości konkretnych przypadków przepływu w stopniu turbiny równania (41) i (42) są nieliniowe i rozwiązań rozpatrywanego układu poszukiwać należy numerycznie.

4.2. <u>Dvsvpacja energii przv przepływie w kanale międzyłopatkowym czą-</u> stek. dla których Re < 1

Jako pierwszy przykład rozwiązania układu (41-42) rozpatrzymy przypadek przepływu fazy ciekłej w kanale międzyłopatkowym przy Re mniejszej od jedności. Założenie Re < określa siłę oporu aerodynamicznego jako liniową funkcję prędkości względnej (prędkości poślizgu) U - V.

Rozwiązanie numeryczne układu (41-42) dla tych warunków uzyskano przy założeniu, że tory cząstek fazy podstawowej mają w kanale kształt paraboli oraz że gradient osiowej prędkości U przyjmuje stałą wartość wzdłuż współrzędnej x.

Niektóre rezultaty rozwiązań przy początkowej prędkości poślizgu U - V = 0 w postaci krzywych

$$\psi = \left(\frac{2h}{U_{x_1}^2}\right) \left\{ 2 \text{ Sto} \right\}^{-1}, \text{ Sto} = \text{Sto}(1 + 2,53 \text{ Kn})$$
 (43)

przedstawia rys. 20.

Jest charakterystycznym, że dla wszystkich rozpatrywanych wielkodu w przedziale St $_{o}^{\circ}$ < 2 . 10⁻², wielkość dysypacji dz h (odniesioną na jeden stopień wilgotności pary)można z dużą dokładnością rozpatrywać jako liniową funkcję St $_{o}^{\circ}$.

Równanie (41) po wykorzystaniu (42) można przedstawić w postaci:

$$\frac{2\bar{h}}{\overline{v}_{\text{ox}}^2} \int_{x} s_{t_0} \overline{v}_{x} \left\{ \left(\frac{d\bar{v}_{x}}{x}\right)^2 + \left(\frac{d\bar{v}_{x}}{dx}\right)^2 \right\} d\bar{x}$$

Dla niewielkich różnic między gradientami wektora prędkości fazy ciekłej i gazowej powyższy związek można zastąpić przez przybliżoną formułę:

$$\frac{2\bar{h}}{U_{\text{ox}}^{2}} \int_{\bar{x}}^{\bar{x}} \operatorname{St}_{0} \tilde{U}_{x} \left[\left(\frac{d\tilde{U}_{x}}{d\bar{x}} \right)^{2} + \left(\frac{d\tilde{U}_{y}}{d\bar{x}} \right)^{2} \right] d\bar{x}$$
(44)

Rozwiązanie (44) dla założenia, że linie prądu fazy gazowej są określone równaniem

$$y = Ax^2 + Bx + C$$

można zapisać w postaci:

$$\frac{2\bar{h}}{v_{ox}^2} = 2 \operatorname{St}_{o}^{\prime} \psi^{\prime}, \qquad (45)$$

gdzie:

$$\psi' = a^{3} \left\{ a_{2}^{2} (4 + 16/3 a_{1}) + 8/3 a_{1}a_{2} + 1/2 a_{1}^{2} + 1/2 \right\} + a^{2} \left\{ 32/3 a_{2}^{2} + 6 a_{1}a_{2} + 16/3 a_{2}^{2}a_{1} + a_{1}^{2} + 1 \right\} + a \left\{ 10 a_{2}^{2} + 4 a_{1}a_{2} \right\} + 4 a_{2}^{2}$$
(46)

$$a = \frac{dU}{dx}, a_1 = tga_0, a_2 = 1/2(tga_1 - tga_0).$$

Dane otrzymane z (46) dla a = 0 naniesiono na rys. 20.



Rys. 20. Funkcje: $\psi'(a)$, $\psi = f(a, St'_{a})$

Otrzymane rozwiązania pozwalają określić przedziały wielkości St'i $\frac{d\overline{U}}{d\overline{x}}$, w których obliczenia przybliżone według związków (45) i (46) mażo różnią się od wartości obliczeń dokładnych. Z porównania wynika że dla małych gradientów prędkości pary ($\frac{d\overline{U}}{d\overline{x}} \leq 0,1$) przy St' < 10⁻² można do obliczeń h z dużą dokładnością wykorzystywać związki (45) i (46). Dla innych wartości $\frac{d\overline{U}}{d\overline{x}}$ dokładność się zmniejsza. Np. dla $\frac{d\overline{U}}{d\overline{x}} = 0,3$ i St' = 10⁻² dokładna wartość $\frac{2\overline{h}}{U_{0x}^2}$ wynosi 0,7%, a znadz czenie przybliżone 0,8% ($\alpha_1 = 13^\circ$).

Biorąc pod uwagę fakt, że bezwymiarowa liczba St^o jest funkcją ciśnienia i wielkości kropel przedstawione dane mogą być podstawą do oceny wielkości h (przy Re <1) w różnych punktach ekspansji pary wilgotnej w turbinie i przy różnych wymiarach cząstek.

4.3. <u>Wielkość energii h dla przepływu cząstek za krawędzią spływu</u> <u>łopatki</u>

Do analizy ruchu cząstek w śladzie aerodynamicznym kopatki dla pola prędkości fazy gazowej wzdłuż wspókrzędnej x przyjmiemy w pierwszej kolejności zależność [27]:

$$\mathbf{U}_{\mathbf{x}} = \mathbf{U}_{\infty} \left\{ 1 - \left[1 + 9,23 \frac{\mathbf{x}}{\delta} \right]^{-1/2} \right\}$$
(47)

Numerycznych rozwiązań układu (41-42) dla prędkości pary określone formułą (47) poszukiwano dla dwóch założeń:

- 1. Promień cząstki jest stały w czasie przepływu.
- 2. Promień kropli jest zmienny i określony formułą $We = A_m (A_m sta$ ła).

Dla pierwszego założenia równania (41-42) można sprowadzić do postaci:

$$\frac{dy_{i}}{d\bar{z}} = L_{i} \frac{(1-y_{i})^{3/2}}{y_{i}} (\bar{v}_{x})^{-1/2}, \qquad (48)$$

$$\frac{dh}{d\bar{z}} = 1/2 \ U_{\infty}^2 \sum_{i=1}^k \frac{2y_i}{1-y_i} \ L_i \frac{(1-y_i)^{5/2}}{y_i} (\overline{v}_x)^{3/2}, \qquad (49)$$

gdzie

$$L_{1} = \frac{37.5}{312} (g/g_{c}) y^{1/2} \frac{d}{\sin \alpha_{1}} U_{\infty}^{-1/2} r_{1}^{-3/2} r_{1} = \frac{x \sin \alpha_{1}}{d}$$

Dla drugiego założenia otrzymujemy układ równań:

$$\frac{dv_{m}}{d\bar{z}} = K_{m} \frac{(1-v_{m})^{9/2}}{v_{m}} (\bar{v}_{x})^{5/2}, \qquad (50)$$

$$\frac{dh}{d\bar{z}} = 1/2 \ U_{\infty}^2 \sum_{m=1}^{k} \frac{2y_m}{1-y_m} \ K_m \frac{(1-y_m)^{11/2}}{y_m} (\bar{U}_x)^{9/2}, \qquad (51)$$

gdzie

$$K_{m} = \frac{37.5}{4} (9/9_{c}) 9 \mu^{1/2} (W_{e}G)^{-3/2} U_{\infty}^{5/2} \frac{d}{\sin n_{1}}$$

Dla obu przypadków przyjęto:

$$C_{\rm D} = 12,5 ({\rm Re})^{-1/2}$$

Rezultaty przedstawiono w postaci zależności wielkości h od L i K oraz bezwymiarowej współrzędnej x/o na rys. 21. Wielkości L i K są funkcjami ciśnienia p, prędkości w jądrze strumienia U , wielkości <u>d</u> wreszcie promienia cząstki albo krytyczne wartości liczby Webera We_{kr}. Ich wartości dla wybranych r i We podano na rys. 21b. Krzywe te orientują o wielkości kropel krytycznych w różnych zakresach ciśnień. Pozwalają więc dla danego ciśnienia i ustalonych <u>d</u> oraz U wybrać do analizy energii dysypacji h albo układ (48:49), albo (50:51). Dane podane na rys. 21 pozwalają ocenić wpływ ciśnienia, promienia cząstki i drogi przepływu na wielkość energii dysypacji h. Dla jasności należy stwierdzić, że dokładność tej oceny zależy głćwnie od dokładności aproksymacji pola prędkości pary w sładzie formułą (47) oraz o dokładności określenia krytycznej wielkości kropel w różnych przedziałach ciśnień zależnością We_{kr} = const.

Istotnym wnioskiem wynikającym z rys. 21 jest stwierdzenie, że dla różnych wartości L_i lub K_m wielkości h przy miektórych znacze-



Rys. 21 a) Zależność $\frac{2h}{U_{\infty}^2} = \varphi(\mathbf{x}/\delta)$, b) Funkcje: L = f(p), K = f(p) dla $\frac{d}{\sin\alpha} = 0$, 1, $U_{\infty} = 300 \text{ m/s}$

niach x/δ są jednakowe. Tak więc mp. dla x/δ 63 wielkość dysypacji dla L = 10 przekracza znaczenie h dla L = 0,1. Przy x/δ >63 sytuacja jest odwrotna.

Dla określenia ekstremum funkcji \bar{h} od liczb L_i i K na rys. 22÷23 przedstawiono rezultaty rozwiązań równań (48÷51) w formie zależności dysypacji energii od L lub K z x/ δ jako parametrem. Z przebiegu krzywych na rys. 22 widać, że funkcja \bar{h} dla o kreślonego ma w przedziale rozpatrywanych wartości liczby L maksimum. Dla więk-



szych wartości x/δ funkcja h osiąga maksimum przy mniejszych L. Dla mniejszych x/δ jest odwrotnie. Nieco zmieniony kształt mają krzywe ilustrujące zależność $\frac{21}{U_{co}}$ od współczynnika K (rys. 23). Dla większych wartości x/δ rejestrujemy w rozpatrywanym przedziale K maksimum przesuwające się dla mniejszych x/δ w kierunku większych K. Ponadto okazuje się, że dla mniejszych wartości x/δ obok maksimum może wystąpić minimum wartości funkcji h.

Analizowane dane mają duże znaczenie przede wszystkim z tych względów, że dla danej odległości od krawędzi spływu dostarczają informacji dla jakich wartości K lub L rozpatrywane straty są maksymalne. Ponieważ z kolei liczby K i L zależą od ciśnienia, prędkości U (spadku entalpii i reakcyjności), wielkość cząstek lub liczby Webera dane te mogą służyć analizie optymalizacyjnej kanałów ze względu na wielkość ^{2h}.

Praktyczne korzystanie z przedstawionych rezultatów jest uzależnione od znajomości grubości warstwy przyściennej na krawędzi wylotowej hupatki. Dokładne określenie tej wielkości, zwłaszcza dla przepływu ściśliwego, jest skomplikowane i pracochłonne. W obliczeniach bez dużych błędów można wykorzystać formułę [35]

$$\delta = 0.37 \left(\frac{\gamma}{U_{\infty}}\right)^{1/5} 1^{4/5}, \qquad (52)$$

gdzie 1 oznacza współrzędną wzdłuż profilu.

Przedstawione dotąd rezultaty zostały otrzymane dla prędkości fazy gazowejckreślonej formułą (47). Obecnie wykorzystamy pole prędkości opisane związkami (37).

Z równań (39) i (40) otrzymujemy związek dla wielkości h w postaci:

$$\frac{d\mathbf{h}}{dt} = \frac{3}{4} \sum_{l=1}^{k} \frac{\mathbf{y}_{l}}{1 - \mathbf{y}_{l}} (\mathbf{g}/\mathbf{g}_{c}) \mathbf{c}_{\mathbf{D}_{l}} \mathbf{r}^{-1} | \vec{\mathbf{v}} - \vec{\mathbf{v}}_{l} |^{3}.$$
(53)





Pole prędkości fazy ciekżej określimy w tym przypadku przez układy równań (31, 32, 35) lub (33, 34, 36). W efekcie rozwiązania tak sformukowanego zagadnienia otrzymujemy wartość dysypacji energii z uwzględnieniem wpływu na ruch cząstki efektu Magnusa. Kilka rozwiązań tego problemu dla zakożeń r = const i We = const zamieszczono na rys. 24-25. Z rysunku 24, który ilustruje dane dla założenia r = const, można wnioskować o dużym wpływie na wielkość h ciśnienia i wielkości cząstek. Dla tej samej wielkości cząstki r = 10⁻⁴ m ze wzrostem ciśnienia rośnie wielkość h. Dla jednakowej wartości ciśnienia wielkość dysypacji energii dla cząstki $r = 10^{-6}$ m ustala się na odcinku około 30 mm. Dla r = 10⁻⁵, 10⁻⁴ m na badanym odcinku 160 mm nie nastąpiło ustalenie. Jest interesującym, że na tym odcinku strata energii h dla cząstki o promieniu $r = 10^{-5}$ m ma wartość największą. Ciekawych obserwacji można dokonać przy interpretacji danych otrzymanych dla różnej od zera prędkości V . Okazuje się, że straty energii przy przepływie z prędkością V = 1 m/s mogą znacznie przekroczyć wartość tych strat dla przepływu z V = 0. Różnica między wartościami strat staje się mniejsza ze wzrostem ciśnienia. Założenie prędkości V = 4 m/s powoduje bardzo intensywny wzrost strat. Z porównania danych przedstawionych na rys. 24 i 25 wynika, że dla przypadku We = 15 wielkość strat znacznie przekracza ich wartość dla r = 10⁻⁴ m przy tym samym ciśnieniu, chociaż pola prędkości V niewiele różnią się między sobą (patrz rys. 13 i 14). Tak wielka różnica wynika prawdopodobnie ze znacznie intensywniejszego dla We = 15 wpływu na tor cząstki w pierwszej fazie przepływu efektu Magnusa. Dane te potwierdzają konieczność uwzględnienia wpływu siły Magnusa również przy obliczeniach strat w śladzie (przede wszystkim dla We = const).

4.4. Analiza przybliżona wielkości strat energii

Podane w tym rozdziale rezultaty uzyskano drogą mmerycznych rozwiązań układów (48-49) i (50-51). W literaturze zwykle do analizy ruchu cząstek fazy ciekłej w szczelinie między aparatem kierowniczym a kołem roboczym analizuje się rozwiązanie równania ruchu (42) dla stałej prędkości pary w śladzie mp. 7, 21, 47. Uważa się przy tym, że błędy wynikłe z takiego założenia są niewiel-

Przeanalizujmy ten problem w odniesieniu do zagadnienia wielkości dysypacji energii h w śladzie aerodynamicznym żopatki turbiny paro-

W tabeli I przedstawiono rozwiązanie równania (42) przy założeniu (54) dla czterech wariantów:

A. $C_D = 12.5 \cdot (Re)^{-1/2}$, r = const;B. $C_D = 12.5 \cdot (Re)^{-1/2}$, We = const;C. $C_D = const$, r = const;D. $C_D = const$, We = const.

Rozwiązania równania (41) przy stałej prędkości fazy gazowej w śladzie dla wszystkich wariantów ma postać:

$$\frac{2\bar{h}}{u^2} = 2g^2 y^* (1 - 1/2); y^* = \frac{V}{g^{U_{co}}}.$$
 (55)

Wielkość $2h/U_{\infty}^2$ określoną formułą (55) z wykorzystaniem rozwiązan A, B dla $\overline{z} = 1$ (tabela I) przedstawiono na rys. 26. Ponadto na rysunku zaznaczono wyniki otrzymane z obliczeń dokładnych dla $\overline{z} = 1$ (przy $\frac{d}{\sin 1} = 0.1$). Celem porównania jest ustalenie takiej wartości g , dla której różnica między wynikami dokładnymi a przybliżonymi, byłaby nie wielka. Mimo stosunkowo niewielu naniesionych rezultatów dokładnych można sformułować tezę o znacznym rozrzucie wartości g spełniających to założenie. Interesujące nas wartości są nie tylko uzależnione od wielkości cząstek, lecz również znacznie (zwłaszcza dla wariantu B) od wielkości ciśnienia.

Załączone dane ilustrują, że dla $r = 10^{-6}$ i 10^{-5} m obliczenia przybliżone odbiegają tylko nieznacznie od dokładnych, gdy przyjąć s = 0,7. Dla $r = 10^{-4}$ m winno być nieco większe choć znacznie mniejsze od przyjmowanej najczęściej w literaturze wartości s = 0,8. Z da-



= 0,1, $U_{00} = 300 \text{ m/s}$.

Tabela I

Lp.	Założenia	Postać rozwiązania
Wariant A	$C_{\rm D} = 12,5 ({\rm Re})^{-1/2}$ r = const, U = $U_{\rm co}$	$\vec{z} = \varphi - L^{-1} y^{1/2} [(2 - y^*)(1 - y^*)^{-1/2}], \qquad y = \text{stake}$ Dla $y = 0$ przy $\vec{z} = 0$: $\vec{z} = L^{-1} y^{1/2} [-2 + (2 - y^*)(1 - y^*)^{-1/2}]$
Warriant B	$C_{D} = 12,5 (Re)^{-1/2}$ We = const, U = $g_{M_{00}}$	$\overline{z} = \left[-\frac{2}{5}(1-y^*)^{-5/2} + \frac{2}{7}(1-y^*)^{-1/2} \right] K^{-1} y^{-5/2} + \psi + \psi + \psi - \text{stata}$ Dla $y = 0$ przy $\overline{z} = 0$: $K^{5/2} \overline{z} = \frac{4}{35} + (1-y^*)^{-7/2} \left\{ \frac{2}{5}y^* - \frac{4}{35} \right\}$
Wardant C	$v_{\rm D} = {\rm const}, r = {\rm const}$ $v = v_{\rm oo}$	$\bar{z} = \ln(1-)^*) + (1-)^{*}^{-1} + N$; N - stała, $\chi = 3/8 C_D(g/g_C)(d/sin_1)r^{-1}$; Dla = 0 przy \bar{z} 0 N = -1
Wariant D	C _D ≈ const, We ≈ const U ≈ 8 U _{co}	$E\bar{z} = (1-y^*)^{-2} \{ 1/3(1-y^*)^{-1} - 1/2 \} + M; M = \text{stake}$ $E = 3/4 C_D(g/g_C)^2 U^2(d/\text{sing}_1) (WeG)^{-1}$ Dla $y^* = 0 \text{ przy} \bar{z} = 0 M = 1/6$

nych dotyczących drugiego wariantu wynika, że wartość ∦ maleje ze wzrostem ciśnienia. Jeżeli dla niskich ciśnień y = 0,9, to dla ciśnień rzędu 10 b 🛠 osiąga wartość 0,6.

Rozwiązania załączone w tabeli I jako warianty C i D charakteryzują się w stosunku do wariantów A i B dalszymi uproszczeniami. Zakożono bowiem w obu przypadkach stałość współczymników oporu C_{D} . Rys. 27 pozwala ocenić stopień wpływu tego zakożenia na stosunek) = V/U przy różnych wartościach r i We oraz przy zakożeniu $\frac{1}{\sin 1}$ = 0.1.

Różnica między wariantami A i C w istotny sposób zależy od stosunku)* = $\frac{V}{U}$, dla którego określono C_D oraz od wielkości cząstek Wpływ ciśnienia jest niewielki. Dane dotyczące wariantów B i D wskazują na mały wpływ założenia C_D = const na wielkość)*, jeżeli C_D traktować jako współczynnik oporu określony dla $\bar{z} = 0$.

Za pomocą danych przedstawionych na rys. 26 i 27 można określic wartość y przy) = 0, dla których h będzie bliskie rezultatom otrzymanym z obliczeń numerycznych. Dla wariantu D obliczenia dają podobne rezultaty jak dla wariantu B. Natomiast dla wariantu C otrzymujemy y większe niż dla wariantu A. Dla $r = 10^{-5}$ wartość wynosi $g^{4} = 0.8$, natomiast dla $r = 10^{-4}$ m $g^{4} = 0.82$. Wynika stąd, że w przypadku stosowania modelu przepływu ze stałym promieniem cząstki dla założeń upraszczających: $g^{4} = const$, $C_{\rm D} = C_{\rm D}(z = 0) = const jest uza$ $sadnionym przyjmować w obliczeniach h dla w wartość <math>g^{4} = 0.8$. Teza ta wymaga jednak przeprowadzenia i porównania ze znacznie większą ilością rozwiązań dokładnych.

5. UWAGI KONCOWE

W pracy zawarto szereg materiałów uzupełniających i rozszerzających wiedzę o zachowaniu się fazy ciekłej w stopniu turbiny w trzech głównych dziedzinach: warunków osadzania się cząstek na powierzchmi łupatki, ich ruchu w szczelinie międzywieńcowej oraz analizy niektórych rodzajów strat energii spowodowanych obecnością w strumieniu pary dyskretnej fazy ciekłej. W każdym rozdziale przedyskutowano otrzymane rozwiązamia analityczne lub mumeryczne. Niektóre interesujące wnioski wynikające z tej dyskusji zestawiono poniżej:

- stwierdzono znaczne różnice między obliczeniami wielkości transportu fazy ciekłej na powierzchnię układu kopatkowego przy wykorzystaniu metody załączonej w [21] i zaproponowanego w pracy sposobu. Źródłem tej różnicy jest niezgodność założeń sformukowanych w [21] z realnymi warunkami przepływu w kanale;
- wpływ hydraulicznej warstwy przyściennej na tory cząstek jest znaczny i przy określaniu efektu seperacji nie można go pominąć. Rezultaty ilościowe otrzymane w pracy pozwalają ocenić wielkości: czasu przebywania cząstki w warstwie, granicznej prędkości ^v_{yo}, przy której cząstka dotrze jeszcze do ścianki. Otrzymane dane mogą również służyć jako materiał do oceny prędkości uderzenia cząstki o powierzchnię łopatki, a w konsekwencji do oceny możliwości odbicia się danej cząstki i powrotu jej do strumienia;
- wpływ efektu Magnusa na tor cząstki i pole prędkości w aerodynamicznym śladzie kupatki jest uzależnione od wielkości ciśnienia, wielkości kropel oraz przyjętego modelu przepływu. Stwierdzono, że siła uwarunkowana efektem Magnusa może mieć poważny wpływ na tor i prędkość cząstki dla dużych wartości ciśnień oraz dla przepływu z założeniem We = const;
- przy pewnych założeniach (tory fazy gazowej w kanale międzyłopatkowym są parabolami, gradient prędkości osiowej jest stały na całej długości kanału) z numerycznych rozwiązań równań (41-42) dla Re < 1określono dysypację energii h. Z obliczeń wynika, że jej wielkość dla kryterium St $< 1 \cdot 10^{-2}$ można uważać za liniową funkcję tego kryterium. Otrzymane rozwiązanie przybliżone w zakresie niskich wartości $\frac{X}{4}$ daje wartości bardzo zbliżone do rozwiązań dokładnych. Podane rezultaty wskazują, że formułę (45) można stosować z dostateczną dokładnością dla St $< 10^{-2}$;
- wyniki numerycznego rozwiązania równań ruchu cząstki dla śladu aerodynamicznego wskazują na wyraźną zależność dysypacji energii h od ciśnienia i wielkości kropel albo wartości kryterium Webera. Różny

stopień monotoniczności krzywych dla różnych K i L powoduje, że wpływ ciśnienia na wielkość h jest wyraźnie uzależniony od drogi przepływu. Stwierdzono, że funkcja h w rozpatrywanym przedziale zmienności L i K posiada ekstremum;

- przeprowadzona w oparciu o rozwiązania dokładna próba o kreślenia y wskazuje, że dla większości wypadków y zmienia się w znacznych przedziałach. Warunek stałej wartości y stosunkowo najlepiej spełnia wariant C dla $y_0^* = 0$.

ZAŁĄCZNIK Nr I

Układ równań (1) z uwzględnieniem wpływu na ruch cząstki gradientu ciśnienia pary można zapisać w postaci:

$$\frac{d\bar{v}_{x}}{d\bar{x}} = \frac{\bar{v}_{x} - \bar{v}_{x}}{\bar{v}_{x} \bar{s}t^{*}} + (g/g_{c}) \frac{\bar{v}_{x}}{\bar{v}_{x}} \frac{d\bar{v}_{x}}{d\bar{x}}$$
(I.1)

$$\frac{d\overline{v}_{y}}{d\overline{y}} = \frac{\overline{v}_{y} - \overline{v}_{y}}{\overline{v}_{y} \overline{st}^{*}} + (0/0_{\circ}) \frac{\overline{v}_{y}}{\overline{v}_{y}} \frac{d\overline{v}_{y}}{d\overline{y}}$$
(1.2)

gdzie

$$\overline{U} = \frac{U}{U_{x_1}}, \quad \overline{V} = \frac{V}{U_{x_1}}, \quad \overline{x} = \frac{x}{\Delta x}, \quad \overline{y} = \frac{Y}{\Delta x},$$

$$St_o^* = 2/9 \frac{y_o^2 U_{x_1}}{\mu \Delta x}, \quad \overline{St}^* = St_o^* f(\text{Re}, \text{Kn}).$$

Funkcję f(Re, Kn) podobnie jak w pkt. 2 przyjmujemy w postaci:

Re <1	f = 1 + 2,53 Kn,
1 < Re < 2	f = (6/7)(1 + 2,53 Kn),
2 < Re < 4	$f = \frac{24}{31,5} (1 + 2,53 \text{ Kn}),$
Re > 4	$f = \frac{24}{\Psi^{*}(\text{Re}, \text{N})\Psi^{*}(\text{Kn})},$

gdzie

4
$$\langle \text{Re} \langle 4,55 \text{ N}^{0,21} \rangle$$

 $\text{Re} \rangle 4,55 \text{ N}^{0,21} \rangle$
 $\text{Kn} \rangle 0,01 \rangle$
 $\psi' = 0,7 (\text{Re/N})^{0,4} \rangle$
 $\psi' = 1 (1+15\text{Kn})(1+4\text{Kn}) + (24/\pi)\text{K}_n^2 \rangle$
 $\psi' = \frac{(1+15\text{Kn})(1+4\text{Kn}) + (24/\pi)\text{K}_n^2}{(1+15\text{Kn})(1+6\text{Kn})+(36/\pi)\text{K}_n^2(4+18\text{Kn})}$

Równania (I.1) i (I.2) można sprowadzić do układu prostszego:

$$\frac{dv_k}{dv_k} = \frac{(v_k - \alpha_{k1})(\alpha_{k2} - v_k)}{v_k}, \quad (1.3)$$

k = 1,2 (k = 1 odpowiada współrzędnej x, k = 2 współrzędnej y).Przy wyprowadzeniu (I.3) użyto oznaczeń:

$$\varphi_{k} = \ln U_{k} (\varphi_{x} = \ln U_{x}, \varphi_{y} = \ln U_{y}),$$

$$\varphi_{k} = V_{k} / U_{k}, \alpha_{k1} = -\frac{1 + \lambda_{k}}{2St_{k}}, \alpha_{k2} = \frac{\lambda_{k} - 1}{2St_{k}},$$

$$\lambda_{k} = St_{k}^{-1} \left\{ 1 + 4 St_{k} \left[1 + (\varrho/\varrho_{e})St_{k} \right]^{1/2} \right\}$$

$$St_{k} = \overline{St}^{*} U_{k} d\varphi_{k}.$$

Zakładając dalej, że w rozpatrywanym przedziale Δx funkcję f można zastąpić pewną średnią wartością, a wartość $\frac{dU_k}{dx_k}$ z dostatecznym przybliżeniem uważać za stałą, to rozwiązanie układu (I.3) daje uzyskać się w postaci zamkniętej. Niżej podano rozwiązania dla różnych wartości wyróżnika

$$\Delta = 1 + 4 \operatorname{St}_{k}(1 + g/g_{c} \operatorname{St}_{k})$$

a)
$$\frac{dU_k}{dx_k} \neq 0$$

$$\frac{U_{k}}{U_{k0}} = \left(\frac{y_{k0} - \alpha_{k1}}{y_{k} - \alpha_{k1}}\right)^{\alpha_{k1} - \alpha_{k2}} \left(\frac{y_{k0} - \alpha_{k2}}{y_{k} - \alpha_{k2}}\right)^{\alpha_{k2} - \alpha_{k1}}$$
(I.4)

 y_{ko} , U_{ko} - wartości współczynników poślizgu i prędkości pary dla początkowych wartości współrzędnych x = xo.

b)
$$\frac{dU_k}{dx_k} = 0$$

 $x_k - x_{ko} = St'_k \left[v_{ko} - v_k + \ln(\frac{v_{ko} - 1}{v_k - 1}) \right].$ (I.5)
 $St_k = St U_{k^0}$

$$\frac{B. \Delta \langle 0}{\ln \frac{U_{k0}}{U_k}} = \ln \frac{\gamma_k + st_k^{-1} \gamma_k - \left[(g/g_c) + st_k^{-1} \right]}{\gamma_{k0} + st_k^{-1} \gamma_{k0} - \left[(g/g_c) + st_k^{-1} \right]} + \frac{2}{\sqrt{\Delta}} \operatorname{artg} \frac{2 \operatorname{St}_k \gamma_k + 1}{\sqrt{-\Delta}} - \operatorname{artg} \frac{2 \operatorname{St}_k \gamma_{k0} + 1}{\sqrt{-\Delta}}$$
(1.6)

$$C_{-} \Delta = 0$$

$$\frac{U_{k}}{U_{k0}} = \frac{\gamma_{k0} - 1/2 \text{ st}_{k}^{-1}}{\gamma_{k} - 1/2 \text{ st}_{k}^{-1}} \exp\left\{\frac{\gamma_{k0} - \gamma_{k}}{\left[\gamma_{k0} + 1/2 \text{ st}_{k}^{-1}\right]\left[\gamma_{k} + 1/2 \text{ st}_{k}^{-1}\right]}\right\} (1.7)$$

Przedstawione związki (I.4-I.7) pozwalają określić składowe prędkości dyskretnej fazy V_x i V_y , jeżeli tylko dysponuje się danymi dla określenia wartości St_k lub St_k. Ogólnie mówiąc są to funkcje ciśnie-

nia czynnika roboczego, niektórych charakterystyk kinematycznych fazy gazowej oraz wielkości promienia cząstek fazy dyskretnej. Problem znalezienia rozkładu prędkości w danym punkcie rozpatrywanego kanału wymaga więc wcześniejszego określenia w kanale rozkładu ciśnienia i prędkości. Zagadnienie to można rozwiązać podobnie jak w pkt. 2.

Do oceny efektu seperacji konieczna jest znajomość toru cząstki. Dla parabolicznych linii prądu fazy gazowej i zakożeń, dla których znaleziono rozwiązania (I.4.1.7) rozwiązanie równania

$$\frac{d\bar{y}}{d\bar{x}} = \frac{v_{y}}{v_{x}} \frac{v_{x}}{v_{y}}$$
(1.8)

jest zamknięte choć jego postać jest bardzo skomplikowana. Z tych względów wydaje się słuszniejszym (kosztem pewnego zmniejszenia dokładności) graficzne poszukiwanie całki równania (I.8).

Drogę postępowania przy określaniu pola prędkości i torów cząstek fazy ciekłej w wybranym kanale można w sposób bardze ogólny naszkicować następująco. Wychodząc z danych określających geometrię kanału i termodynamiczne parametry przepływu fazy gazowej, w pierwszej kolejności wyznaczamy przebieg ciśnienia p oraz prędkości U i U wzdłuż współrzędnej x. Następnie dzielimy rozpatrywany kanał na odcinki dla których prędkość U można aproksymować liniową funkcją zmiennej x. Dla poszczególnych przedziałów Δx_i wykorzystując równania (I.4 -I.7) (w zależności od znaku wyróżnika 🛆) znajdujemy wartości 💙 Czymność ta sprawia pewne trudności ze względu na złożoną postać formuł (I.4-I.7). Najprostszą drogą postępowania jest stosowanie metody kolejnych przybliżeń. Stosowanie formuł (I.4-I.7) wymaga znajomości St, i stosunku g/g. Zmienne wzdłuż przedziału z wartości St_{ki} i g/g najwygodniej zastąpić ich średnimi wartościami w danym przedziale x. Dyspomując rozwiązaniami dla) _{ki} można, posługując się (I.8), znaleźć drogą wykreślnego całkowania tor danej cząstki w kanale. Następnie znająo geometrię kanału żatwo określić efekt seperacji.

ZAŁĄCZNIK Nr II

Celem rozwiązania układu równań (24-25)

$$\frac{d^2 x}{d\tau^2} = a(ky - \frac{dx}{d\tau}) - b \frac{dy}{d\tau}$$
(II.1)

$$\frac{d^2 y}{dt^2} = \frac{dy}{dt} + b(ky - \frac{dx}{dt})$$
(II.2)

wprowadzamy oznaczenie pomocnicze

$$W = ky - \frac{dx}{dT}$$
(II.3)

Różniczkując (II.3) otrzymujemy:

$$\frac{dw}{dt} = \frac{dy}{dt} - \frac{d^2x}{dt^2}$$

Stąd po wykorzystaniu (II.3) i równania (II.1) wyprowadzamy równość

$$\frac{dy}{dT} = \frac{1}{k+b} (nT + \frac{dW}{dT}). \qquad (II.4)$$

Po obustronnym zróżniczkowaniu (II.4) uzyskujemy:

$$\frac{d^2 y}{d\tau^2} = \frac{1}{k+b} \left(a \frac{dw}{d\tau} + \frac{d^2 w}{d\tau^2} \right). \qquad (II_{\bullet}5)$$

Porówmując (II.2) i (II.5) znajdujemy równanie różniczkowe określające funkcję w

$$\frac{d^2 w}{d\tau^2} + 2a \frac{dw}{d\tau} + w \left[a^2 + b(k+b)\right] = 0.$$
 (II.6)

Rówmanie (II.6) jest liniowym równaniem różniczkowym o stałych współczynnikach. Jego rozwiązanie ma postać:

$$W = C_1 \exp\left\{\left[-a - \sqrt{b(b+k)} \right] + C_2 \exp\left\{\left[-a + \sqrt{b(k+b)}\right] \right\}\right\}$$
(II.7)

Równość (II.7) stanowi podstawę do określenia poszukiwanych przez nas , wielkości $V_x = \frac{dx}{d\hat{t}}, V_y = \frac{dy}{d\hat{t}}$ oraz x i y.

Po prostych przekształceniach z II.4 po wykorzystaniu II.7 otrzy-mujemy formułę dla V $_{\rm v}$

$$V_{y} = \frac{dy}{dt} = -C_{1} \frac{b(k+b)}{k+b} \exp\left\{\left[-a - \sqrt{b(k+b)}\right]t\right\} + C_{2} \frac{b(k+b)}{k+b} \exp\left\{\left[-a + \sqrt{b(k+b)}\right]t\right\}.$$
 (II.8)

Całka równania (II.8) określa bezpośrednio współrzędną toru y

$$y = C_{1} \frac{\sqrt{b(k+b)}}{(k+b)[a + \sqrt{b(k+b)}]} \exp\left\{\left[-a - \sqrt{b(k+b)}\right]\right\} + C_{2} \frac{\sqrt{b(k+b)}}{(k+b)[b(k+b)-a]} \exp\left\{\left[-a + \sqrt{b(k+b)}\right]\right\} + C_{3}. \quad (II.9)$$

z (II.3) i (II.7) znajdujemy prędkość V

$$V_{x} = \frac{dx}{dt} = C_{1} \left\{ \frac{k \left[b(k+b) \right]}{(k+b) \left[a \left[b(k+b) \right]} - 1 \right] \left[exp \left[-a - \sqrt{b(k+b)} \right] t \right] + C_{2} \left\{ \frac{k \left[b(k+b) \right]}{(k+b) \left[\sqrt{b(k+b)} - a \right]} - 1 \right\} exp \left\{ \left[-a + \sqrt{b(k+b)} \right] t \right] + k C_{3}^{2} (11.10)$$

a z (II.10) współrzędną toru x.

$$x = -C_{1} \left\{ \frac{k b (k+b)}{(k+b) [a+b+k]b} - 1 \left\{ \frac{1}{a+b(k+b)} exp \left\{ \left[-a - b(k+b) \right] t \right] + C_{2} \left[\frac{k b (k+b)}{(k+b) [b(k+b)-a]} - 1 \right] \left[\frac{1}{b(k+b) - a} exp \right] \left[-a + b(k+b)] t \right] + k C_{3} t + C_{4}$$
(II.11)

Stale C_1, C_2, C_3, C_4 znajdujemy z następujących warunków: a) $\tilde{\iota} = 0; \quad W = ky_0 - y_0 U_0, \quad (y_0' = \frac{U_x}{U_0})$ $C_1 + C_2 = ky_0 - y_0' U_0, \quad (II.12)$

b) T = 0; y = y

$$y_{0} = C_{1} \frac{1}{(k+b)[a+b(k+b)]} + C_{2} \frac{b(k+b)}{k+b} + C_{3}$$
 [II.13]

c)
$$\tilde{l} = 0; \quad \nabla_{y} = \nabla_{0}$$

= $C_{1} \frac{\sqrt{b(k+b)}}{k+b} + C_{2} \frac{\sqrt{b(k+b)}}{k+b}$ (II.14)

d)
$$\tilde{l} = 0; \quad \mathbf{x} = \mathbf{a}$$

 $C_4 = C_1 \left\{ \frac{\mathbf{k} \mathbf{b} (\mathbf{k} + \mathbf{b})^2}{(\mathbf{k} + \mathbf{b}) \mathbf{a} + \mathbf{b} (\mathbf{k} + \mathbf{b})} - 1 \right\} \frac{1}{\mathbf{a} + \mathbf{b} (\mathbf{k} + \mathbf{b})^2} +$
 $- C_2 \left\{ \frac{\mathbf{k} \mathbf{b} (\mathbf{k} + \mathbf{b})}{(\mathbf{k} + \mathbf{b}) \mathbf{b} (\mathbf{k} + \mathbf{b}) \mathbf{a}} - 1 \right\} \frac{1}{\mathbf{a} + \mathbf{b} (\mathbf{k} + \mathbf{b})^2}$ (II.15)

z (II.12-14) otrzymujemy ostatecznie dla C_i związki:

$$C_1 = \frac{ky_0 - y_0^* U_0 - V_0 / A}{2}$$
 (II.16)

$$_{2} = \frac{k v_{0} - v_{0}^{*} u_{0} + v_{0}^{*} / \Lambda}{2}$$
(II.17)

$$C_{3} = \frac{k A y_{0} - A y_{0} - V_{0}}{2} (B + C) + C V_{0} - y_{0} (II.18)$$

C₄ znajdujeny wprost z (II.15). W (II.16;II.18) wprowadzono oznaczenia:

C,

$$A = \frac{\sqrt{b(k+b)}}{k+b}, \quad B = \frac{1}{a+\sqrt{b(k+b)}}, \quad C = \frac{1}{\sqrt{b(k+b)}-a}$$

Związki (II.8*II.11) wraz z (II.15*II.18) stanowią poszukiwane rozwiązania problemu ruchu cząstki w podwarstewce laminarnej dla warunków brzegowych (II.12*II.15).

LITERATURA CYTOWANA W TEKSCIE

- 1. A. STODOLA: Dampf und Gasturbinen, Berlin, 1922.
- 2. J. FREUDENREICH: Einfluss der Dampfnasse auf Dampfturbinen, Zeit. V.D.I., Bd. 71, 20, 1927.
- 3. F. FLATT: Untersuchungen uber Wasserasscheidung bei Dampfturbinen Escher Wyss-Mitt. Bd. 12, 1-2, 1939.
- 4. M.E. DEJCZ, G.A. FILIPPOW: Gazodynamika dwuchfaznych sried. Izd. Energia, Moskwa 1968.
- 5. I.I. KIRIŁŁOW, R.M. JABŁONNIK: Osnowy teorii włażnoparowych turbin. Izd. Maszinostrojenije, Leningrad 1968.
- 6. D.J. RYLEY: The Present Status of Erosion Studies in the Wet Steam Turbine, Prace I.M.P. z. 42-44, W-wa - Poznań 1969.
- 7. J. KRZYŻANOWSKI: Wybrane zagadnienia ruchu fazy ciekłej w stopniu turbiny kondensacyjnej, PWN, W-wa - Poznań, 1969.
- 8. S. SOU: Gidrodinamika mnogofaznych sistiem, Izd. Mir, Moskwa 1971.
- 9. A.S. ŁYSZEWSKIJ: Dwiżenije żidkich kapiel w gazowom potokie, Izw. Wuzow, Energietika, 7, 1963.
- 10. C.T. CROWE: Drag Coefficient of Particles in a Rocket Nozzle, AIAA Journal, vol. 5, N. 5, 1967.

- 11. F.T. BUCKEY: Drag Measurements on Particles in Compressible Flow by a Ligh Extimation Technique, AIAA Journal, vol. 8, N. 6, 1970.
- 12. J. WAŁGA: Tieczenije żidkoj fazy w posliednich stupieniach kondensacjonnoj parowoj turbiny. Prace I.M.P., z. 42-44, 1969.
- 13. A.T. IITWINOW: Ob otnositielnom dwiżeni czasticy w skorostnom gazowom potokie. Tiepłoenergietika 5, 1964.
- 14. A.I. JOHNSON, L. BRAIDA: The Velocity of Fall of Circulating and Oscillating Liquid Drops Through Quiescent Liquid Phases, The Canadian J. of Chem. Eng. 12, 1957.
- 15. P. ROSENBLATT, V.K. LAMER: Motion of a Particle in a Temperature Gradient; Thermal Repulsion as a Radiometer Phenomenon, Physical Review, vol. 70, N. 5, 6, 1946.
- 16. P.G. SAFFMAN: The Lift on a Small Sphere in a slow Shear Flow, J. of Fluid Mech. T. 22, 2, 1965.
- 17. S.I. RUHINOW, J.B. KELLER: The Transverse Forse on a Spinning Sphere Moving in a Viscous Fluid, J. of Fluid Mech. 11, 1961.
- 18. R. EICHORN, S. SMALL: Experiments on the Lift and Drag of Spheres Suspended in a Poiseulle Flow, J. of Fluid Mech. 20, 3, 1964.
- 19. R.S. JEFFREY, J.R.A. PEARSON: Particle Mition in Laminar Vertical Tube Flow, J. of Fluid Mech., vol. 22, 4, 1965.
- 20. G.C. GARINER: Events Leading to Erosion in Steam .Turbin, Proced. of Instit. of Mech. Eng., vol. 178, Pt 1, N 23, 1963.
- 21. G. GYARMANTHY: Grundlagen einer Theorie der Nassdampfturbine, Juris-Verlag, Zurich 1960.
- J. KRZYŻANOWSKI: Warunki transportu fazy ciekżej do filmu wodnego na łopatkach stopni turbin kondensacyjnych, Prace IMP, z. 29-31, W-wa - Poznań, 1966.
- 23. J. WAŁGA: Tieczenije dwuchfaznych sried w priamych kopatocznych reszotkach, Prace IMP z. 29-31, W-wa - Poznań, 1966.
- D.L. MARTLEN: The Distribution of Impact Particles of Various Sizes on the Blade of a Turbine Cascade, Conf. on Aerod. Capture of Particles, Perg. Press, 1966.
- 25. D. PEARSON: Komunikat do 22.
- 26. H.H. ZIEGLER: Sieperacja włagi w łopatocznym kanale parowoj turbiny. Energomaszinostrojenije, 4, 1967.
- 27. I.I. KIRIHHOW, A.J. NOSOWICKIJ, G.G. SZPENZER: Wlijanije sziriny naprawljajuszcziewo aparata na sieparirujuszczuju sposobnost reszietki, Izw. W.U.Z., Energietika, 11, 1971.
- 28. M.E. DEJCZ i inni: Atlas Profiliew Rieszetok, Moskwa 1965.
- 29. J. CHOMIAK: Odbiór prôbek przepływającego czynnika dwufazowego, Prace IMP z. 29-31, W-wa - Poznań, 1966.

- 30. S.L. SOO: Fluid Dynamics of Multiphase System, Paper N 36 E, A.I. Ch.E. Conference, Dallas, 1966.
- 31. S.L. SOO: Leminar and Seperated Flow of a Particulate Suspension, Astronautica Acta, 6, 1965.
- 32. E.B. DUSSAN, SHAO-LIN LEE: Behavior of Spherical Solid Particles Released in a Laminar Boundary Layer along a Flat Plate, Appl. Sci Res., 20, 6, 1969.
- 33. N.H. KEMP, J. WALLACE: Distribution of a Trace Element in a Boundary Layer with Mass Transfer, A.I.A.A., 1, 1970.
- 34. M.E. DEJCZ, L.A. IGNATIEWSKAJA: Osobiennosti dwiżenija kapli w dwuchfaznom pogranicznom słoje na płaskoj płastinie, Tiepł. Wys. Tem., 2, 1971.
- 35. H. SCHLICHTING: Grenzschicht-Theorie, G. Braun Verlag, Karlsruhe, 1965.
- 36. L.B. COUSIN, G.F. HEWITT: Liquid Phase Mass Transfer in Annular Two-Phase Flow: Droplet Deposition and Liquid Entrimment AERE-R5657, 1968. U.K.A.E.A. Harwell.
- 37. J. KRZYŻANOWSKI: Eine Analyse der Kollisioneffekte der Wassertrop fen mit Laufschaufeln von Dampfturbinen und einige Versuchergebnisse, Prace IMP, z. 42-44, 1969.
- 38. I.P. FADDJEJEW: Erozionnyj iznos żapatok osiewych włażnoparowych turbinnych stupieniej, Prace IMP z. 57, 1971.
- 39. I.I. KIRIŁŁOW, I.P. FADDJEJEW: Erozionnyj iznos łopatok turbin ra botajuszczich na włażnom parie, Tiepłoenergetika 9, 1971.
- 40. D.G. CHRISTE i inni: The Formation of Water DRops which Cause Turbine Blade Erosion, Proc. Instit. Mech. Eng., vol. 180, Pt 30, N 4. 1965-66.
- 41. M.S. WOŁYNSKIJ: O drobljeniju kapiel w potokie wozducha, Dokłady AN CCCR, T. 62, N 3, 1948.
- 42. A.R. HANSON i inmi: Schock Tube Investigation of the Breakup of Drops by Air Blats, The Physik of Fluids, vol. 6, N 8, 1963.
- 43. J. VALHA: Liquid Film Desintegration on the Trailing Edges of Swept Bodies, Strojnicky Casopis, T. 21, 3, 1970.
- 44. Ł.Ł. WITMAN i inni: Raspyliwanije wjazkoj źidkosti, 1962.
- 45. E.W. SOLOCHINA: Isljedowanije paramietrow potoka w osiewom zazorie gazowoj turbiny, Trudy M.A.I., wyp. 68, 1956.
- 46. W. TRAUPEL: Termische Turbomaschinen, Springer. Verlag, 1958.
- 47. I.I. KIRIHAOW i inni: Droblienie plienok włagi na schodie s kromok sopłowych kopatok parowych turbin, I.F.Ż., T. 15, 1, 1968.
ANALIZA NIEKTŐRYCH ZJAWISK CHARAKTERYSTYCZNYCH DLA STOPNIA TURBINY PRACUJĄCEJ W OBSZARZE PARY WILGOTNEJ

Streszczenie

W pracy przeanalizowano trzy ważne zagadnienia dla teorii ruchu fazy ciekłej w turbinie:

- 1) warunki osadzania się kropel na powierzchni układu łopatkowego,
- ruch cząstek w śladzie aerodynamicznym z uwzględnieniem siły Magnusa.
- 3) straty energii na rozpędzenie cząstek fazy ciekłej w strumieniu czynnika roboczego.

Do określenia efektu seperacji w ruchu krzywoliniowym (rozdział 2) wyprowadzono układ zwyczajnych równań różniczkowych (9-11). Układ równań uzupełniono założeniami dobranymi w ten sposób, by model przepływu cząstki w kanale międzyłopatkowym możliwie dokładnie ujmował wpływ na ruch cząstki szeregu realnych czynników.

W tym samym rozdziale przeprowadzono analizę ruchu cząstek fazy dyskretnej w warstwie przyściennej. Przedyskutowano numeryczne rozwiązania ważne dla laminarnej warstwy przyściennej oraz rozwiązania analityczne dla laminarnej podwarstewki dla hydraulicznej burzliwej warstwy przyściennej. W analizie uwzględniono efekt Magnusa. W rozdziale 3 skupiono uwagę na ruchu cząstki fazy ciekłej w szczeli-

w rozdziale 5 skupiono uwagę na ruchu cząstki iazy cienzej w 5262elinie międzywieńcowej. Wyprowadzono układy równań ważne dla dwu założeń:

- 1. r = const. w czasie przepływu,
- 2. We = const. w czasie przepływu.

W modelu matematycznym ruchu cząstki uwzględniono siłę spowodowaną efektem Magnusa. Pole prędkości fazy podstawowej (gazowej)określono wg badań i rozwiązań podanych w opracowaniu [45]. Podstawowe rezultaty zamieszczono na rys. (13-17).

Obliczenia wskazują, że dokładne określenie kinematycznych charakterystyk fazy ciekłej w szczelinie międzywieńcowej wymaga uwzględnienia siły Magnusa. Jej wpływ jest szczególnie widoczny dla przepływu z zełożeniem We = const.

W rozdziale 4 dotyczącym strat emergii mechanicznej na rozpędzenie cząstek fazy ciekłej podano wyprowadzenie układu równań podstawowych (39-42) oraz zamieszczono szereg obliczeń.

Rezultaty numeryczne uzyskano w pierwszej kolejności dla przepływu cząstek w kanale międzyłopatkowym przy Re < 1.

W dalszej kolejności przedstawiono analizę strat w śladzie aerodynamicznym łupatki. Wyprowadzone równania (48-51) rozwiązano dla dwu przypadków:

- 1. r = const. wzdłuż drogi przepływu,
- promień cząstki jest zmienny w czasie przepływu, i określony formułą We = const.

Podstawowe rezultaty przedstawiono na rys. (22÷24): Analizowane dane mają duże znaczenie przede wszystkim z tych względów, że dla danej odległości od krawędzi spływu dostarczają informacji dla jakich wartości charakterystycznych współczynników k lub L rozpatrywane straty są maksymalne.

Na koniec w tym rozdziale przeprowadzono przybliżoną analizę strat Jako podstawowe założenia przyjęto, że prędkość fazy podstawowej można uważać za stałą w śladzie.

АНАЛЬЗ НЕКОТОРЫХ ИНЛЕНЬИ ХАРАКТЕРНЫХ ДЛИ СТУПЕНЕМ ВЛАЕНОПАРОВЫХ ТУРЕМН

Резрие

В работе рассмотрено три проблемы из теории течения жидкой фазы и проточной части турбины:

- 1) условия сеперации влаги на поверхность допаток,
- 2) движение капель в вэродинамическом следе с учетом эффекта магнуса.
- 3) затраты энергии на разгон частиц в потоке рабочей среды.

Для определения траектории капель в решетках (глава 2) выведено систему обыкновенных уравнений (9-II). Результаты учисленных решений системы с использованием допушений (А-Е) представлено на рис. 4-6. В этой главе проанализировано тоже течение частиц жидкой фавы в пограничном слое. Рассмотрено численное решение важное для ламинарного пограничного слоя и аналитическое решение важное для течения частиц в ламинарном подслое турбулентного слоя. В анализе учтено эффект Магнуса.

В главе 3 приведено анализ двихения капель в постранстве между направлящим аппаратом и рабочим колесом. Выведено системы уравнений для допущений: постоянного радиуса капли и постоянного во время течения числа Вебера. В моделе движения унтено силу Магнуса. Поле скоростей паровой фазы определено на основе расчетов работы [45]. Некоторые результаты приведено на рис. 13-17.

В главе "4 рассмотрено численное решение уравнений (39-42) описурана затраты механической энергии на разгон капли. Численные данные получено для течения мелкодисперсной влаги в мехлопаточным канале и для случая разгона капли в аэродинамическом следе. Основные результаты приведено на рис. 21-24. В конце главы рассмотрено результаты приблизительного аналива ватрат энергии на разгон частиц.

ANALYSIS OF SOME CHARACTERISTICAL PROBLEMS OF THE WORK OF TUREINES STAGES IN THE WET REGION

Summary

In this paper three problems of the theory of the motion of liquid phase in of turbine stages are analysed:

1. The problem of the transport of particles of liquid phase to the surfaces of turbine blades,

2. The motion of drops in the gap. In the model of mition of particles the influence of Magnus force are discussed,

3. The problem of the indirect braking loss.

To find the seperation effects (Chapter 2) the ordinary differential equations $(9\div11)$ with assumptions $(A\divE)$ are applied. The numerical so-

lutions of equations (9÷11) for some values of diameters of drops are quoted on Figs. (4:6). In the same Chapter the analysis of the problem of water drops motion in a boundary layer has been done. The mumerical and the analytic results are presented in the form of a trajectory and time history of the particle in the laminar boundary layer and in the laminar sublayer. In Chapter 3 the problem of motion of particles in the gap is presented. The discussion of the motion of drops has been based on equations (31, 32, 35) and (33, 34, 36). The results are presented on Figs. (13:17). It is shown that for the exact definition of the kinematic behaviour of liquid phase in the gap the Magnus force cannot be neglected. The study of energy loss is the subject of Chapter 4. The problem is defined by the ordinary differential equations (39:42). The results for the motion of primary drops (Re < 1) in a blade passage are quoted on Fig. 20. Numerical results for the motion of water drops in the gap with the assumptions: r = const, We = const are presented on Figs. (21+24). The simplified ana lysis of energy losses has been given at the end.

ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ ukazują się w następujących seriach:

- Α. Αυτοματγκα
- B. BUDOWNICTWO
- Ch. CHEMIA
- E. ELEKTRYKA
- En. ENERGETYKA
- G. GÓRNICTWO
- H. HUTNICTWO
- IS. INŻYNIERIA SANITARNA
- JO. JĘZYKI OBCE
- MF. MATEMATYKA-FIZYKA
 - M. MECHANIKA
- NS. NAUKI SPOŁECZNE

Dotychczas ukazały się następujące zeszyty

z serii En.:

Energetyka	z.	1,	19 56	r.,	s.	174,	zł	26,—	Energetyka	z.	22.	1966	r.,	s.	111,	zł	6,—
Energetyka	z.	2,	1957	r.,	s.	118,	zł	24,—	Energetyka	z.	23,	1966	r.,	s.	64,	zł	5,—
Energetyka	z.	3,	1959	r.,	s.	62,	zł	7,—	Energetyka	z.	24,	1967	r.,	s.	100,	zł	5,—
Energetyka	z.	4,	1960	r.,	s.	113,	zł	22,80	Energetyka	z.	25,	1967	r.,	s.	176,	zł	10,—
Energetyka	z.	5,	1961	r.,	s.	103,	zł	16,25	Energetyka	z.	26,	1967	r.,	s.	106,	zł	6,—
Energetyka	z.	6,	1961	r.,	s.	55.	zl	4,15	Energetyka	z.	27,	1967	r.,	s.	132,	zł	8,—
Energetyka	z.	-7,	1961	r.,	s.	60,	zł	5.50	Energetyka	z.	28,	1968	r.,	s.	239,	zł	13,—
Energetyka	z.	8,	1961	r.,	s.	50,	zł	3,70	Energetyka	z.	29,	1968	r.,	s.	191,	zł	10,—
Energetyka	z.	9,	1962	r.,	s.	127,	zł	9,55	Energetyka	z.	30,	1969	r.,	s.	129,	zł	7,—
Energetyka	z.	10,	1962	r.,	s.	73,	zł	5,50	Energetyka	z.	31,	1969	r.,	S.	171,	zł	8,50
Energetyka	z.	11,	1963	r.,	s.	178,	zł	9,30	Energetyka	z.	32,	1969	r.,	s.	90,	zł	4,50
Energetyka	z.	12,	1964	r.,	s.	89,	zł	4,65	Energetyka	z.	33,	1969	r.,	s.	97,	zł	5,50
Energetyka	z.	13,	1964	r.,	s.	109,	zł	8,10	Energetyka	z.	34,	1970	r.,	s.	354,	zł	14,50
Energetyka	z.	14,	1964	r.,	s.	104,	zł	8,15	Energetyka	z.	35,	1970	r.,	s.	169,	zł	10,50
Energetyka	z.	15,	1964	r.,	s.	69,	zł	4,65	Energetyka	z.	36,	1970	r.,	s,	134,	zł	8,—
Energetyka	z.	16,	1964	r.,	s.	149,	zł	7,50	Energetyka	z.	37,	1970	г.,	s.	107,	zł	6,—
Energetyka	z.	17,	1964	r.,	s.	152,	zł	7,10	Energetyka	z.	38,	1971	r.,	s.	102,	zł	7,—
Energetyka	z.	18,	1965	r.,	s.	128,	zł	6,40	Energetyka	z.	39,	1971	r.,	s.,	122	zł	8,—
Energetyka	z.	19,	1965	r.,	s.	92,	zł	6,	Energetyka	z.	40,	1971	r.,	s.,	118	zł	8,—
Energetyka	z.	20,	1965	r.,	s.	90,	zł	4,70	Energetyka	z.	41,	1972	r.,	s.	46	zł	4,—
Energetyka	z.	21.	1966	r.,	s.	120,	zł	8,—	Energetyka	z.	42,	1972	r.,	s.	70	zł	4,—

