

Gerard KROCZEK

Marian KOZDRÓJ

EMPIRYCZNA PRÓBA DOBORU OSÓB DOZORU W KOPALNI
PRZY POMOCY PROGRAMOWANIA DYNAMICZNEGO

Streszczenie. W artykule pokazano próbę dokonania doboru osób dozoru w kopalni przy zastosowaniu metod matematycznych na podstawie badań testowych dla kandydatów i wykorzystania w tym celu metod programowania dynamicznego.

Jednym z najistotniejszych czynników warunkujących dobre wyniki w organizacji i zarządzaniu procesem produkcyjnym w PW jest odpowiedni dobór osób dozoru. Zmieniające się bowiem obecnie, w niespotykanym dotychczas tempie warunki techniczne i organizacyjne eksploatacji węgla wymagają od dozoru nie tylko wysokich kwalifikacji, ale także innych niezbędnych cech osobowości. W szczególności chodzi głównie o zdolność szybkiej adaptacji do zmieniających się warunków pracy oraz o gotowość i inklinację do permanentnego dokształcania się.

Doświadczenie wykazało, że dla ujawnienia pożądaných charakterystycznych cech osobowości kandydata dozoru, konieczne jest prowadzenie systematycznych obserwacji oraz badań za pomocą współczesnych modeli matematycznych.

W nauce i praktyce górnictwa stosowane były dotychczas modele analityczne, oparte na prawach matematyki klasycznej, wykorzystywane zresztą we wszystkich gałęziach badań operacyjnych. Obecnie do badań różnych zależności w procesie produkcyjnym są wprowadzane coraz szerzej, z dobrymi wynikami, modele programowania liniowego, nieliniowego i dynamicznego.

W niniejszym artykule, który stanowi pierwszą empiryczną próbę rozwiązania bardzo ważnego dla kierownictwa kopalń problemu, jakim jest dobór osób dozoru, opieramy się właśnie na programowaniu dynamicznym. Badania nasze, które przeprowadziliśmy nad grupą nowo przyjętych do PW absolwentów wyższych szkół górniczych, stanowiącą dla nas populację były dwuetapowe.

W pierwszym etapie prowadziliśmy dokładnie i systematycznie wypełnianą kartoteczkę z obserwacjami pracy i oceną cech osobowości młodych kandydatów dozoru. Wyniki tych obserwacji stanowiły podstawę do dokonania selekcji i wybrania z tej populacji pewnej grupy osób dozoru, które uzyskały w czasie obserwacji pozytywną ocenę.

W drugim etapie z tą wybraną grupą przeprowadziliśmy w okresie czasu $t = 20$ miesięcy badania testowe. Wszystkie wyprowadzone w tym badaniu, z rozważań i analizy, wnioski odnoszą się wyłącznie do badanej w wyżej wymienionym okresie czasu grupy dozoru, mogą natomiast nie dotyczyć innych, gdyż badana grupa została przez eksperymentatora wybrana, a nie wylosowana.

W tym etapie badania oparliśmy się na założeniu, że dla właściwego zarządzania personelem dozoru bezspornie najistotniejszą sprawą jest możliwość wskazania momentu czasu, o którego początkująca osoba dozoru staje się przydatna w produkcji w sensie przysparzania określonych korzyści dla zakładu pracy. Oczywiście jest, że im krótszy będzie czas adaptacji i praktycznego oraz teoretycznego dokształcania kandydatów na przewidywane stanowisko, tym wcześniej jego wkład będzie ewidentny.

Wyniki badań przedstawia tabela 1.

Tabela 1

Liczba pozytywnych odpowiedzi
w podejmowaniu prawidłowej decyzji na koniec miesiąca $y(t_i)$

Czas (miesiąc) t_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Liczba pozytywnych odpowiedzi w podejmowaniu prawidłowej decyzji na koniec miesiąca $y(t_i)$	25	37	46	62	82	104	141	180	228	286
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
340	422	496	571	642	708	770	814	855	890	

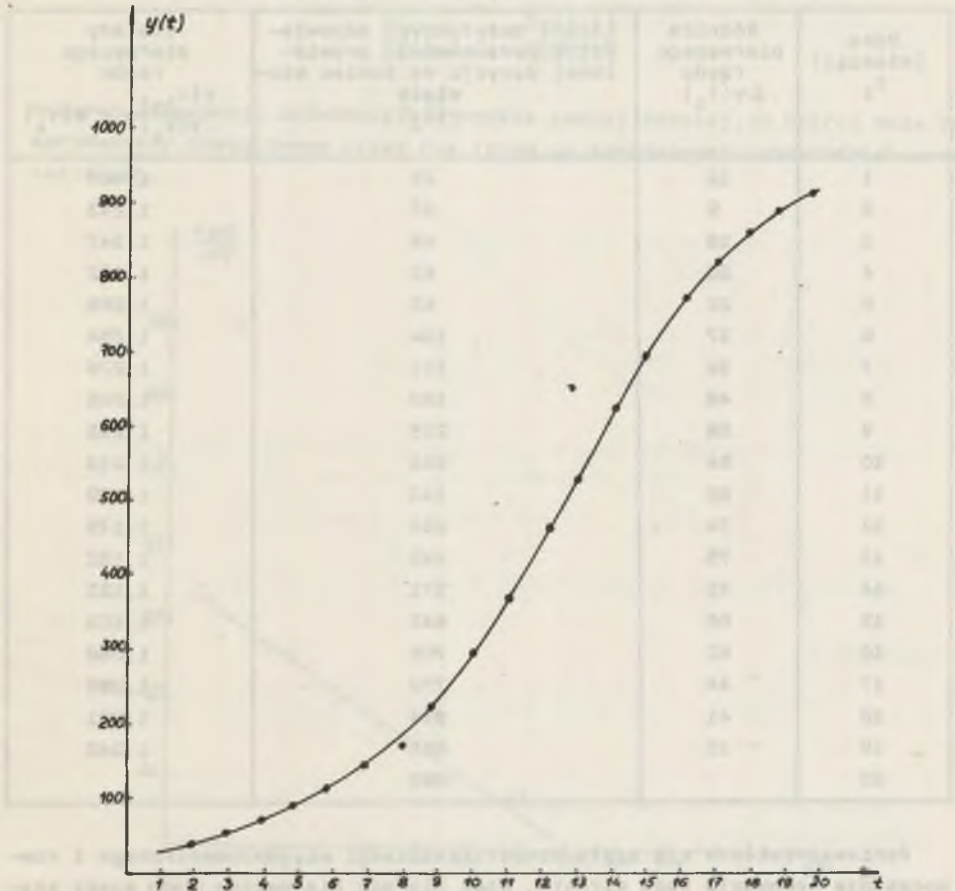
Liczby pozytywnych odpowiedzi $y(t_i)$, nazywać będziemy realizacjami ciągu dynamicznego. Przez różnicę pierwszego rzędu rozumiemy tutaj różnicę

$$y(t_{i+1}) - y(t_i) = \Delta y(t_i) \quad (i = 1, 2, \dots, 19)$$

wyrazów realizacji ciągu dynamicznego, zaś przez iloraz pierwszego rzędu rozumiemy liczbę

$$k(t_i) = \frac{y(t_{i+1})}{y(t_i)} \quad (i = 1, 2, \dots, 19)$$

Wielkości $\Delta y(t_i)$ oraz $k(t_i)$ podane są w tabeli 2 i przedstawione rysunkiem 1.



Rys. 1. Wykres wzrostu w czasie potencjału kierowniczego badanej grupy dozorcu górnictwa

Zbiór punktów empirycznych ciągu dynamicznego $\{t_i, y(t_i)\}$ (por. tabela 1) można aproksymować różnymi funkcjami i w związku z tym pojawia się pytanie, jaka krzywa najlepiej nadaje się do scharakteryzowania i opisu badanego problemu, którym jest dobór kierowniczego doзору. Zadanie sprowadza się do wyznaczenia na podstawie realizacji ciągu dynamicznego $\{t_i, y(t_i)\}$ równania trendu o najodpowiedniejszym kształcie przy założonym warunku. Założonym warunkiem potencjału kierowniczego wybranej grupy doзору jest jej wzrost (rozwój), zatem krzywa będąca obrazem ciągu dynamicznego musi być w podanym przedziale rosnąca, równocześnie musi istnieć pewien czynnik hamujący szybkość wzrostu badanego procesu.

Tabela 2

Różnica i ilorazy pierwszego rzędu

Czas (miesiąc) t_1	Różnice pierwszego rzędu $\Delta y(t_1)$	Liczba pozytywnych odpowie- dzi w podsumowaniu prawid- łowej decyzji na koniec mie- siąca $y(t_1)$	Ilorazy pierwszego rzędu $\frac{y(t_{i+1})}{y(t_i)} = k(t_i)$
1	12	25	1,480
2	9	37	1,243
3	16	46	1,347
4	20	62	1,322
5	22	82	1,268
6	37	104	1,354
7	39	141	1,276
8	48	180	1,266
9	58	228	1,253
10	54	286	1,210
11	82	340	1,189
12	74	422	1,175
13	75	496	1,152
14	71	571	1,123
15	66	642	1,103
16	62	708	1,088
17	44	770	1,059
18	41	814	1,051
19	35	855	1,042
20		890	

Ponieważ zakłada się stały wzrost realizacji ciągu dynamicznego i równocześnie hamowanie tego wzrostu, więc ilorazy pierwszego rzędu muszą stale spełniać nierówność

$$\frac{y(t_{i+1})}{y(t_i)} > 1.$$

ale od pewnego momentu przejawiać winny tendencje malejące. Rozumowania powyższe mają charakter pomocniczy, ich celem jest zmniejszenie ryzyka doboru analitycznej postaci trendu. Należy je uzupełnić badaniem liniowości związku między przerostami względnymi

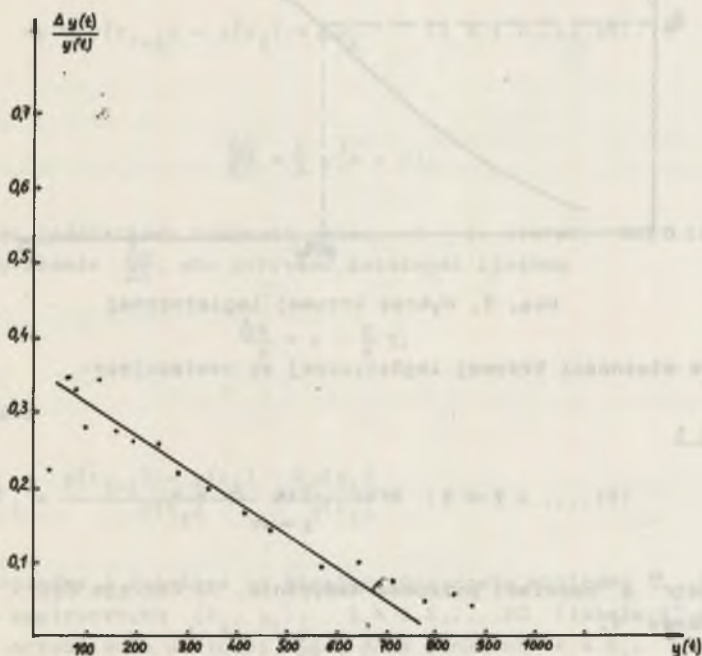
$$\frac{\Delta y(t_1)}{y(t_1)},$$

a zmienną $y(t_1)$.

Istotnie, przedstawione na rys. 2 punkty empiryczne o współrzędnych

$$\left\{ y(t_1), \frac{\Delta y(t_1)}{y(t_1)} \right\}$$

wskazują tendencję układania się wzdłuż pewnej prostej, do której może być sprowadzony poszukiwany przez nas trend po zastosowaniu odpowiednich przekształceń.



Rys. 2. Zależność przyrostów $\frac{\Delta y(t)}{y(t)}$ od $y(t)$

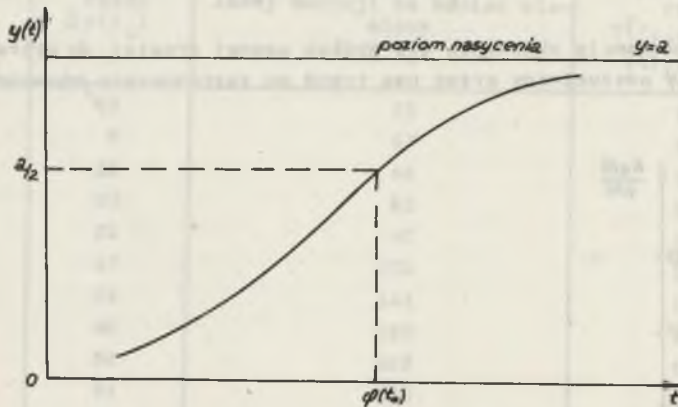
1. Krzywa logistyczna

Po dokładnej analizie natury zagadnienia oraz warunków możemy zauważyć, że krzywa logistyczna (rys. 3) o równaniu

$$y = \frac{a}{1 + b \cdot e^{-ct}}$$

(gdzie stałe a , b i c są liczbami dodatnimi) jest odpowiednia do opisu badanego problemu. Z jej własności bowiem wynika, że:

- 1) różnice pierwszego rzędu szeregu dynamicznego osiągają maksimum, po czym maleją i stale są dodatnie.
- 2) jednocześnie maleją ilorazy pierwszego rzędu.



Rys. 3. Wykres krzywej logistycznej

Dalsze własności krzywej logistycznej są następujące:

Własność 1

$$y < a \quad \text{oraz} \quad \lim_{t \rightarrow \infty} y = a, \quad (1)$$

Parametr a nazwiemy poziomem nasylenia, do którego dąży y w miarę upływu czasu t .

Własność 2

$$\frac{dy}{dt} = \frac{c}{a} y (a - y) > 0 \quad (\text{dla } t < \infty) \quad (2)$$

$\frac{dy}{dt}$ nazywać będziemy stopą wzrostu. Z własności 2 wynika, że stopa wzrostu y nie jest stałą w czasie, jest zawsze dodatnia, ale maleje do zera ze wzrostem y .

Własność 3

Druga pochodna y względem t

$$\frac{d^2y}{dt^2} = \frac{c}{a} y' (a - 2y) \quad (3)$$

przyjmuje w punkcie $t_0 = \frac{\ln b}{c}$ wartość równą zero, a w otoczeniu tego punktu zmienia znak z dodatniego na ujemny. Z własności 3 wynika więc, że istnieje taki punkt krytyczny $P(t_0)$, że dla $t < t_0$ wielkość $\frac{dy}{dt}$ (czyli szybkość wzrostu wielkości y) rośnie, natomiast dla $t > t_0$ maleje. W punkcie $t = t_0$ wielkość $\frac{dy}{dt}$ przyjmuje maksimum.

Celem wyznaczenia wartości parametrów a , b i c przyjmujemy założenia, że różniczka funkcji jest w przybliżeniu równa przyrostowi funkcji, tzn.

$$dy \approx y(t_{i+1}) - y(t_i) = \Delta y_i \quad (i = 1, 2, \dots, 19),$$

czyli

$$\frac{\Delta y}{\Delta t} = \frac{c}{a} y(a - y). \quad (a)$$

Przyjmując jednostkowy przyrost czasu, $t = 1$, staramy się tak przekształcić wyrażenie $\frac{\Delta y}{\Delta t}$, aby otrzymać zależność liniową

$$\frac{\Delta y}{y} = c - \frac{c}{a} y. \quad (b)$$

Oznaczmy przez

$$\varphi_i = \frac{y(t_{i+1}) - y(t_i)}{y(t_i)} = \frac{\Delta y(t_i)}{y(t_i)} \quad (i = 1, 2, \dots, 19) \quad (c)$$

przyrosty względne z miesiąca na miesiąc. Przyrosty względne φ_i obliczamy z danych empirycznych (t_i, y_i) , $i = 1, 2, \dots, 20$ (tabela 1) przyjmując je jako przybliżone wartości $\frac{dy}{dt} \cdot \frac{1}{y}$ w punktach $t = t_i$.

Z kolei stosujemy pomocnicze podstawienia

$$a_0 = c \quad \text{oraz} \quad a_1 = -\frac{c}{a}$$

i otrzymujemy prostą postać równania (b)

$$\frac{\Delta y}{y} = a_0 + a_1 y.$$

Parametry a_0 i a_1 możemy wyznaczyć metodą najmniejszych kwadratów zakładając, że dla danych otrzymanych z badań y_i wyrażnie

$$S = \sum_{i=1}^n (\varphi_i - a_0 - a_1 y_i)^2,$$

osiąga najmniejszą wartość. Następnie korzystamy z warunków koniecznego i dostatecznego dla istnienia minimum funkcji dwu zmiennych. Obliczamy zatem

$$\frac{\partial S}{\partial a} = -2 \sum_{i=1}^n (\varphi_1 - a_0 - a_1 y_1),$$

$$\frac{\partial S}{\partial a_1} = -2 y_1 \sum_{i=1}^n (\varphi_1 - a_0 - a_1 y_1)$$

i przyrównujemy obie pochodne cząstkowe do zera.

Po pewnych prostych przekształceniach otrzymujemy układ równań:

$$n a_0 + a_1 \sum_{i=1}^n y_1 = \sum_{i=1}^n \varphi_1,$$

$$a_0 \sum_{i=1}^n y_1 + a_1 \sum_{i=1}^n y_1^2 = \sum_{i=1}^n \varphi_1 y_1.$$

Z tego układu równań metodą wyznaczników obliczamy parametry a_0 i a_1 . Obliczone wartości a_0 i a_1 powinny spełniać dodatkowy warunek $w(a_0, a_1) > 0$,

gdzie:

$$w(a_0, a_1) = \begin{vmatrix} \frac{\partial^2 S}{\partial a_0^2} & \frac{\partial^2 S}{\partial a_0 \partial a_1} \\ \frac{\partial^2 S}{\partial y_0 \partial a_1} & \frac{\partial^2 S}{\partial a_1^2} \end{vmatrix}$$

Dla danych tabeli 1 parametry a_0 i a_1 przyjmują wartości

$$c = a_0 = 0,3 \quad a_1 = -0,00033.$$

Wielkość parametru b wyznaczamy z warunku, że wyrażenie

$$\sum_{i=1}^n \left[\frac{a - y}{y} e^{ct} - \frac{a - y(t_1)}{y(t_1)} e^{ct} \right]^2$$

przyjmuje wartość minimalną. Korzystając z warunków dla istnienia ekstremum, postępujemy podobnie jak w obliczeniach (d) i otrzymujemy

$$b = \frac{1}{20} \sum_{i=1}^{20} \frac{a - y(t_i)}{y(t_i)} e^{ct_i}.$$

Dla danych empirycznych tabeli 1

$$b = 52,0.$$

Równanie krzywej logistycznej, obrazującej przebieg wzrostu potencjału kierowniczego badanej grupy dozoru górniczego przyjmuje postać

$$y = \frac{909,1}{1 + 52 e^{-0,3t}}.$$

2. Testowanie liniowego kształtu trendu

Liniowość otrzymanego trendu należy zweryfikować, gdyż podane kryterium jest spełnione w sposób przybliżony. W tym celu rozpatrzmy tożsamość

$$\eta_i - \bar{\eta} = (y_i - \bar{\eta}) + (\eta_i - y_i),$$

która stanowi podstawę analizy regresji liniowej

$$Y = a_0 + a_1 y$$

względem y .

Jeżeli obie strony tożsamości (4) podniesiemy do kwadratu i zsumujemy, to otrzymamy:

$$\sum_{i=1}^{n_1} (\eta_i - \bar{\eta})^2 = \sum_{i=1}^{n_1} (y_i - \bar{\eta})^2 + \sum_{i=1}^{n_1} (\eta_i - y_i)^2 \quad (n_1 = 1, 2, \dots, 19) \quad (5)$$

Można bowiem łatwo wykazać, że pominięty składnik

$$\sum_{i=1}^{n_1} (y_i - \bar{\eta})(\eta_i - y_i)$$

jest równy zeru.

Oznaczmy przez

$$\begin{aligned} n_1 s_1^2 &= \sum_{i=1}^{n_1} (\eta_i - \bar{\eta})^2, \\ n_1 s_2^2 &= \sum_{i=1}^{n_1} (y_i - \bar{\eta})^2 = \sum_{i=1}^{n_1} (a_0 + a_1 y_i - a_0 - a_1 \bar{y})^2 = \\ &= a_1^2 \sum_{i=1}^{n_1} (y_i - \bar{y})^2, \\ n_1 s_3^2 &= \sum_{i=1}^{n_1} (\eta_i - y_i)^2. \end{aligned}$$

Przy tych oznaczeniach tożsamość (5) przyjmuje postać

$$n_1 s_1^2 = n_1 s_2^2 + n_1 s_3^2. \quad (6)$$

Zauważmy obecnie, że zmienna losowa $Y = a_0 + a_1 y$ ma rozkład normalny o wariancji σ^2 , a zmienne losowe s_2^2 i s_3^2 są niezależne i mają rozkład $N(0,1)$. Obie strony nierówności (6) dzielimy przez σ^2

$$\frac{n_1 s_1^2}{\sigma^2} = \frac{n_1 s_2^2}{\sigma^2} + \frac{n_1 s_3^2}{\sigma^2}.$$

Zmienna losowa $\frac{n_1 s_1^2}{\sigma^2}$ podlega rozkładowi χ^2 o jednym stopniu swobody, zaś $\frac{n_1 s_3^2}{\sigma^2}$ o $n_1 - 2$ stopniach swobody.

Zatem zmienna losowa $\frac{n_1 s_2^2}{\sigma^2}$ ma rozkład χ^2 o $n_1 - 1$ stopniach swobody.

Zmienna losowa $F = \frac{s_2^2}{s_3^2} = \frac{(n_1 - 2) s_2^2}{s_3^2}$ ma rozkład Fishera o 1 i $n_1 - 2$ stopniach swobody.

Weryfikację hipotezy, że przyrost potencjału kierowniczego wybranej grupy dozoru górniczego jest funkcją liniowo malejącą opieramy więc na statystyce

$$F = \frac{a_1^2 \sum_{i=1}^{n_1} (y_i - \bar{y})^2}{\frac{1}{n_1 - 2} \sum_{i=1}^{n_1} (\eta_i - y_i)^2}$$

gdzie:

$$\eta_i = \frac{\Delta y(t_i)}{y(t_i)}$$

Licznik sprawdzianu F jest miarą rozproszenia wszystkich wyników eksperymentu, natomiast mianownik jest miarą zmienności przypadkowej.

Warunkiem liniowości trendu

$$Y = a_0 + a_1 Y$$

jest

$$F < F_{\alpha}$$

F_{α} jest wartością krytyczną rozkładu F Fishera, odczytaną z tabel dla 1, $n-2$ stopni swobody i obranego prawdopodobieństwa.

Dla obliczonych w oparciu o tabelę 2 wartości:

$$s_2^2 = a_1^2 \sum_{i=1}^{19} (y_i - \bar{y})^2 = 0,169,$$

$$s_3^2 = \sum_{i=1}^{19} (\eta_i - y_i)^2 = 0,765,$$

otrzymujemy

$$F = \frac{s_2^2}{\frac{1}{n_1 - 2} s_3^2} = \frac{17 \cdot 0,196}{0,765} = 4,355.$$

Z tabeli rozkładu F Fishera dla $\alpha = 0,01$ oraz dla $n = 1$ i $n = 17$ stopni swobody odczytujemy wartość krytyczną

$$F_{\alpha} = 4,3689$$

Ponieważ z porównania F i F_{α} wynika, że

$$F = 4,355 < 4,3689 = F_{\alpha}$$

nie ma więc podstawy do odrzucania hipotezy, że stopa wzrostu potencjału kierowniczego wybranej grupy dozoru górniczego jest funkcją liniową malejącą.

3. Wnioski

Zebrałe doświadczenia w zakresie techniczno-ekonomicznym potwierdzają fakt, że w procesie produkcji górniczej dla uzyskania lepszych wskaźników ekonomicznych, decydujące znaczenie ma właściwy dobór osób dozoru.

Dobór osób dozoru, oparty dotychczas prawie wyłącznie na intuicji i doświadczeniu kierownictwa, można dokonać na podstawie obliczeń matematycznych, stosując badania testowe oraz modele programowania dynamicznego. W artykule wykazano bowiem, że do charakterystyki przydatności poszczególnych osób dozoru nadaje się w zupełności krzywa logistyczna.

Dla osób dozoru, wykazujących tendencję szybszego rozwoju, tzn. których charakteryzujące zależności przyrostów względnych (por. rys. 2) leżą ponad poziomem nasycenia krzywej $y = \frac{a}{1 + b \cdot e^{-ct}}$, można wyznaczyć tę samą drogą dodatkowy trend logistyczny.

ЭМПИРИЧЕСКИЕ ПОПЫТКИ ПОДБОРА ЛИЦ ДОЗОРА НА ШАХТЕ ПРИ ПОМОЩИ ДИНАМИЧЕСКОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Резюме

В статье приводится попытку совершения подбора лиц дозора на шахте, применяя математические методы на основе тестовых испытаний для кандидатов и использование в этой цели метода динамического программирования.

EMPIRICAL SELECTION OF MINING SUPERVISION PERSONNEL BY DYNAMIC PROGRAMMING

Summary

An attempt to obtain supervisory personnel selecting methods utilising a mathematical approach has been presented. Tests and dynamic programming have been employed to obtain the results.