ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1978

Seria: GÓRNICTWO z. 84 Nr kol. 554

Jerzy CHOWANIEC

METODA OPTYMALNEGO ROZDZIAŁU PLANOWYCH ZADAŃ PRODUKCYJNYCH DLA WYDOBYWCZYCH JEDNOSTEK GOSPODARCZYCH

Streszczenie. W artykule posługując się metodą programowania dynamicznego oraz grupowej oceny ekspertów opracowano metodę wielokryterialnego optymalnego rozdziału zadań produkcyjnych. Otrzymane wielokryterialne rozwiązania sprowadzono do metakryterium optymalizacji.

Zagadnienie optymalizacji i podejmowania decyzji na szczeblu planowania operacyjnego i taktycznego nastręcza wiele kłopotów w kopalniach węgla kamiennego, ze względu na specyfikę warunków otaczających proces produkcyjny - czyniąc go złożonym i probabilistycznym. Jedną z podstawowych decyzji w ramach planowania taktycznego jest rozdział zadań produkcyjnych. W tak złożonej sytuacji decyzyjnej w praktyce posługujemy się (wobec braku innych) metodami intuicyjnymi opartymi w wielu przypadkach na doświadczeniu i praktyce decydenta. Jest to przyczyną w wielu przypadkach, weryfikacji już raz podjętych decyzji, ich modyfikacji, co ze względu na małą adaptacyjność kopalni podziemnej, prowadzi często do nieprzewidzianych strat.

Treścią artykułu jest koncepcja budowy modelu matematycznego pozwalającego dokonać rozdziału planowych zadań wydobywczych określonej grupy kopalń. Wykorzystując ten model można dokonać tego rozdziału stosując wiele kryteriów optymalizacji dla przyjętej grupy kopalń. Analogiczny model może być również wykorzystany dla rozdziału zadań na poszczególne oddziały produkcyjne w skali jednej kopalni, jeżeli możliwe jest wyodrębnienie danych dotyczących przyjętych kryteriów optymalizacji tych oddziałów.

Przy planowanym wydobyciu W dla określonej grupy N kopalń w okresie T należy wyznaczyć wielkość wydobycia dla każdej kopalni wynoszące W_1, $W_2, W_3, \dots, W_N$, w ten sposób ażeby wartości przyjętych kryteriów optymalizacji w skali zjednoczenia (grupy kopalń) przyjmowały wielkości minimalne lub maksymalne. Ponieważ przyjęte kryteria dla każdej kopalni nie posiadają wielkości stałych lecz zmieniają się, wobec tego funkcja kryterium

$$K(W) = F\left[K_1(W_1),\ K_2(W_2), \dots, K_N(W_N),\ W\right]. \tag{1}$$

$$K(W) = \sum_{k=1}^{N} p_k\, K_k(W_k), \tag{1a}$$

gdzie:

$$p_k = \frac{W_k}{W} \quad \text{spełniają reakcję} \quad \sum_{k=1}^{N} p_k = 1,$$

gdzie:

$K_k(W_k)$ - funkcje przyjętych kryteriów i-tej kopalni $k = 1,2,\ldots,N$

jest zmienną i należy ją podać optymalizacji.

Wyznaczone wielkości wydobycia muszę spełniać warunek

$$W_1 + W_2 + \ldots + W_N = W$$

$$W_k \geqslant 0$$

Ponadto możliwości wydobywcze każdej z kopalń mogę być ograniczone następującym układem nierówności:

$$D_k \leqslant W_k \leqslant G_k; \qquad k = 1,2,\ldots,N,$$

a plan wydobywczy zjednoczenia ograniczony nierównością

$$D \leqslant W \leqslant G,$$

gdzie:

- D - ekonomicznie uzasadniona dopuszczalna minimalna ilość wydobycia w planowanym okresie dla zjednoczenia,
- D_k - ekonomicznie uzasadniona dopuszczalna minimalna ilość wydobycia dla k-tej kopalni w planowanym okresie,
- G - maksymalne możliwości wydobywcze (podyktowane warunkami organizacyjno-technicznymi) w planowanym okresie w skali zjednoczenia,
- G_k - maksymalne możliwości wydobywcze (podyktowane warunkami organizacyjno-technicznymi) w planowanym okresie dla k-tej kopalni.

1. Model matematyczny

Należy wyznaczyć

$$F(W) = \min_{D_k \leqslant W_k \leqslant G_k} \sum_{k=1}^{N} p_k\, K_k(W_k) \tag{2}$$

lub

$$F(W) = \max_{D_k \leq W_k \leq G_k} \sum_{k=1}^{N} p_k K_k(W_k). \tag{3}$$

przy ograniczeniach

$$0 < D_k < W_k < G_k \quad \text{oraz} \quad \sum_{k=1}^{N} W_k = W.$$

Znając przebieg funkcji $K_k(W_k)$ w postaci analitycznej lub stablicowanej można problem optymalizacji funkcji kryterium rozwiązać w sposób rekurencyjny metodami programowania dynamicznego.

Przed przystąpieniem do rozwiązywania zadania (2) lub (3) za pomocą metod programowania dynamicznego, należy określić funkcje $K_k(W_k)$ dla każdej z kopalń czyli podać wartości funkcji $K_k(W_k)$ w analizowanym okresie czasu.

Ponieważ każda zmiana zadań wydobywczych o wielkość A w przedziale $(D_k \div G_k)$ powoduje istotną zmianę wartości przyjętego kryterium K_k należy na początku ustalić tabelę zmienności kryterium w tym przedziale dla każdej kopalni i przygotować ją do wprowadzenia do pamięci maszyny cyfrowej.

Wielkość A należy ustalić jako krok optymalizacji dla wszystkich kopalń jednakowo, dzieląc wielkość wydobycia kopalni na R_k kroków optymalizacji, przy których występują istotne zmiany wartości przyjętego kryterium.

2. Równania funkcyjne

Procesowi rozdziału zadań wydobywczych, który wydaje się być statyczny, nadajemy sztucznie własność pozornie czasową, żądając by rozdział zadań dokonywany był pojedynczo.

Najpierw dokonujemy przydziału zadania dla pierwszej kopalni potem dla drugiej itd. Tak postawione zadanie ma dynamiczny charakter.

Wobec tego, że optimum funkcji

$$K(W) = F\left[K_1(W_1), K_2(W_2), \dots, K_N(W_N), W\right]$$

zależy od W i N, formujemy tę zależność wprowadzając ciąg funkcji $f_k(W)$ zdefiniowany dla $k = 1,2,\dots,N$

$$
\left.
\begin{aligned}
f_1(W) &= K_1(W) \\
f_2(W) &= \min_{D_2 \leqslant W_2 \leqslant G_2} \left[K_2(W_2) + f_1(W-W_2) \right] \\
&\vdots \\
f_k(W) &= \min_{D_k \leqslant W_k \leqslant G_k} \left[K_k(W_k) + f_{k-1}(W-W_k) \right] \\
&\vdots \\
f_N(W) &= \min_{D_N \leqslant W_N \leqslant G_n} \left[K_N(W_N) + f_{N-1}(W-W_N) \right]
\end{aligned}
\right\} \tag{4}
$$

lub

$$
\left.
\begin{aligned}
f_1(W) &= K_1(W) \\
f_2(W) &= \max_{D_2 \leqslant W_2 \leqslant G_2} \left[K_2(W_2) + f_1(W-W_2) \right] \\
&\vdots \\
f_k(W) &= \max_{D_k \leqslant W_k \leqslant G_k} \left[K_k(W_k) + f_{k-1}(W-W_k) \right] \\
&\vdots \\
f_N(W) &= \max_{D_N \leqslant W_N \leqslant G_N} \left[K_N(W_N) + f_{N-1}(W-W_N) \right]
\end{aligned}
\right\} \tag{5}
$$

Aby przedstawić cały zbiór możliwych wartości funkcji $f_k(W)$ wykorzystujemy wartości funkcji dla skończonego zbioru

$$
W = D_k,\; D_k + A,\; D_k + 2A,\; \dots\; D_k + R_k A = G, \tag{6}
$$

gdzie:

A - krok optymalizacji,

R_k - ilość kroków optymalizacji.

Każdy element ciągu $f_k(W)$ zostanie obliczony i stablicowany dla kolejnych punktów kroków optymalizacji. Ze względu na układ ograniczeń $W_k \leqslant G_k$ w tabeli wartości ciągu funkcji w kolumnach, gdy $W > G_k$ w wierszu odpowiadającemu $f_k(W)$ umieszczamy dowolnie duże liczby M mieszczące się w pamięci maszyny cyfrowej, przy których wartość funkcji $f_k(W)$ nie wejdzie do zbioru rozwiązań dopuszczalnych. Dokonując obliczeń na maszynie cyfrowej można ustalić dowolnie krok optymalizacji A i w związku z tym ilość wartości funkcji $K_k(W)$ i $f_k(W)$.

Optymalnym wyborem W_N jest taki, który optymalizuje funkcję

$$K_N(W_N) + f_{N-1}(W-W_N) \tag{7}$$

3. Metoda grupowej oceny ekspertów do wyznaczania metakryterium w procesie optymalizacji

Po uzyskaniu wyników rozdziału wydobycia w analizowanej grupie kopalń według kryteriów optymalizacji, konieczny jest wybór najważniejszego kryterium lub określenie metakryterium optymalizacji. W celu uniknięcia błędów przy prognozowaniach indywidualnych stosuje się różne metody zestawiania i uzgadniania poglądów wielu ekspertów - specjalistów. Do przedmiotowego zagadnienia wykorzystano metodę grupowej oceny ekspertów przyjętych kryteriów optymalizacji.

4. Współczynnik konkordacji

Załóżmy, że mamy n kryteriów ponumerowanych liczbami od 1 do n. Grupa m ekspertów nadaje rangi tym obiektom według pewnej cechy x.

Otrzymano w ten sposób macierz rang

Kryteria / eksperci	1	2	...	i	...	n
1	x_{11}	x_{12}	...	x_{1i}	...	x_{1n}
2	x_{21}	x_{22}	...	x_{2i}	...	x_{2n}
	...	...	...	...	...	...
j	x_{j1}	x_{j2}	...	x_{ji}	...	x_{jn}
	...	...	...	...	...	...
m	x_{m1}	x_{m2}	...	x_{mi}	...	x_{mn}

Miernikiem zgodności sądu grupy ekspertów jest współczynnik konkordacji Z określony wzorem:

$$Z = \frac{S(d^2)}{S_m(d^2)} = \frac{12\ S(d^2)}{m^2(n^3-n)}, \tag{8}$$

gdzie:

$$S(d^2) = \sum_{i=1}^{n}\left[\sum_{j=1}^{m} x_{ij} - \frac{1}{2} m(n+1)\right]^2$$

m - liczba ekspertów,

n - liczba kryteriów optymalizacji,

$$S_m(d^2) = \frac{1}{12} m^2(n^3-n)$$

Współczynnik konkordacji Z może zmieniać się w zakresie od 0 do 1. Jeśli stanowiska grupy ekspertów są całkowicie zgodne, to współczynnik konkordacji przyjmuje wartość 1. Przy całkowicie niezgodnym stanowisku ekspertów, wartość Z będzie równa zeru. Dla rang "połączonych" współczynnik konkordacji Z ustala się ze wzoru

$$Z = \frac{S(d^2)}{\frac{1}{12} m^2(n^3-n) - m \sum_{j=1}^{m} T_j} \tag{9}$$

w którym

$$T_j = \frac{1}{12} \sum_{t_j=1}^{i} (t_j^3 - t_j),$$ t_j-j-ta liczba

jednakowych rang w i-tym szeregowaniu (rangowaniu).

5. Weryfikacja istotności współczynnika konkordacji

Istotność współczynnika konkordacji dla $n > 6$ weryfikuje się przy pomocy statystyki χ^2

$$\chi^2 = \frac{S(d^2)}{\frac{1}{12} m\, n(n+1)} \tag{10}$$

Ta zmienna losowa podlega rozkładowi χ^2 o liczbie stopni swobody $f = n - 1$. Jeśli pewne rangi powtarzają się to istotność współczynnika konkordacji weryfikuje się przy pomocy testu

$$\chi^2 = \frac{S(d^2)}{\frac{1}{12} mn(n+1) - \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^{m} T_j} \tag{11}$$

Jeśli obliczona wartość testu χ^2 dla zadanego poziomu istotności spełnia relację $\chi^2 > \chi^2\ (\alpha,\ f)$ to przyjmuje się hipotezę o zgodności grupy ekspertów.

6. Eliminacja przeciwstawnych opinii ekspertów

Dla zbadania zgodności stanowisk dwóch ekspertów posłużono się współczynnikiem korelacji rang wyrażonym przy pomocy wzoru:

$$\varrho_i = \frac{\frac{1}{6}(n^3-n)-S-M-L}{\sqrt{\left[\frac{1}{6}(n^3-n)-M\right]\left[\frac{1}{6}(n^3-n)-L\right]}} \tag{12}$$

gdzie:

$$S = \sum_{i=1}^{n} (x_{ij} - x_{i\mu})^2; \qquad M = \sum_{T_j} T_j(T_j - 1); \qquad L = \sum_{l_j} l_j(l_j - 1),$$

l_j - liczba powtórzeń każdej rangi w ocenach jednego spośród dwóch ekspertów.

Współczynnik ten zezwala na wyodrębnienie grupy ekspertów o jednakowych i zbliżonych opiniach. W przypadku, gdy opinie i-tego eksperta są sprzeczne z opiniami pozostałych członków grupy ekspertów wówczas współczynnik $\varrho_i < 0$. Oceny takiego eksperta należy wyeliminować z macierzy ocen i ponownie obliczyć współczynnik konkordacji Z. Wzrasta wówczas stopień zgodności pozostałej grupy ekspertów. W rezultacie wybiera się taki wariant rozdziału wydobycia dla którego - przy wysokim stopniu zgodności sądów grupy ekspertów - występuje najmniejsza sumaryczna ranga.

7. Wyznaczenie wartości wag przyjętych kryteriów optymalizacji

Oceny grupy ekspertów mogą być użyte do wyznaczenia wag poszczególnych funkcji kryterium według następujących wzorów

$$\alpha_n = \frac{x_{nm}}{\sum_{1}^{n} x_{nm}}$$

$$\alpha_{nm} = \frac{\sum_{1}^{m}{}_{nm}}{\sum_{1}^{n}\sum_{1}^{m} x_{nm}} \tag{13}$$

α_n - waga n-tego kryterium optymalizacji wyznaczona na podstawie oceny m-tego eksperta,

x_{nm} - ocena n-tego kryterium optymalizacji nadana przez m-tego eksperta.

Otrzymane wartości wag wykorzystano do wyznaczenia ważonej sumy przyjętych kryteriów optymalizacji. Wyznaczone metakryterium jest jedynym "kryterium" optymalizacji i ma postać następującej funkcji:

$$W_k = \sum_{1}^{n} \alpha_n \cdot w_n^k; \qquad k = 1,2,\ldots,10, \tag{14}$$

gdzie:

W_k - średnia ważona wartość wydobycia k-tej kopalni dla przyjętego zbioru kryteriów optymalizacji,

α_n - waga n-tego kryterium optymalizacji,

w_n^k - optymalna wartość wydobycia według n-tego kryterium dla k-tej kopalni.

LITERATURA

[1] Bellman R.: Dynamic Programing, Princeton University Press, Priuceton. New Jersej, 1957.

[2] Bellman R., Dreyfus S.: Programowanie dynamiczne (zastosowanie), PWE, Warszawa 1967.

[3] Bogatyrew A.: Primienienije metodow dynamiczieskogo programirowanija pri pianirowani dobyczi ugla. Gornyj żurnal. 6, 1972.

[4] Chowaniec J.: Optymalizacja rozdziału planowanego wydobycia z minimalizacją kosztów. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej. Seria Organizacja Nr 7 (w druku).

[5] Djakova N.S., Krug G.K.: Rangowaja korelacija, OKBA Maszinproma 1966 wyp. 3.

[6] Najtingełt: Formalnoje opredelenije cennosti priznakow. Statistika 1972.

МЕТОД ОПТИМАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПЛАНОВЫХ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ЗАДАЧ ДЛЯ ДОБЫЧНОГО ШАХТНОГО ХОЗЯЙСТВА

Р е з ю м е

На основе метода динамического программирования, а также групповой оценки экспертов, разработано метод многокритериального оптимального распределения производственных задач.

Полученные многокритериальные решения доведено до метакритерии оптимализации.

OPTIMUM DISTRIBUTION OF PRODUCTION GOALS PLANNED FOR MINES

S u m m a r y

A multi-criterion optimum goals method has been elaborated basing on dynamic programming and expert teams assessment. Solutions obtained allowed to reach a metacriterion for optimalisation.