

Kazimierz PODGÓRSKI

Józef ULIASZ

Jerzy BRODA

PODSTAWY TEORETYCZNE USTALANIA STANU NAPRĘŻEŃ W GÓROTWORZE
TRAKTOWANYM JAKO OŚRODEK IZOTROPOWY
W OPARCIU O WYNIKI POMIARÓW ZMIAN OTWORU WIERTNICZEGO

Streszczenie. W pracy wyprowadzono wzory pozwalające obliczyć pełny tensor naprężeń w górotworze dla różnych układów otworów wiertniczych z zabudowanymi czujnikami.

1. Wstęp

Określenie stanu naprężeń w górotworze na drodze eksperymentalnej realizowane jest głównie w oparciu o pomiary deformacji otworów wiertniczych. Pomiary takie prowadzone są czujnikami, z których jedne mierzą zmiany średnicy otworu, a drugie odkształcenie poboczniczy lub dna otworu. Obszar objęty pomiarami jest bardzo mały, można go sprowadzić do pomiaru punktowego. Pomiary takie realizowane są przede wszystkim za pomocą tensometrów przyklejanych do ścianki otworu lub jego dna oraz za pomocą czujników mierzących punktowo zmianę średnicy otworu.

Podane czujniki stosowane mogą być zarówno do określania wartości naprężeń absolutnych metodą całkowitego odprężenia jak też do określania przyrostów naprężeń. Pomiary takie rozwinięte zostały szczególnie szeroko w ZSRR oraz w USA. W Związku Radzieckim w kilku ośrodkach naukowych opracowana została aparatura pomiarowa oraz podstawy teoretyczne jej stosowania. Głównie znalazła zastosowanie metoda rdzeniowania odprężającego z pomiarem odkształceń poboczniczy otworu, odkształceń dna otworu lub zmiany średnic otworu.

Podane sposoby określania stanu naprężenia silnie uzależnione są od dokładności styku elementu mierzącego z powierzchnią otworu wykonanego w masywie skalnym. Wiarygodność wyników pomiarów uzależniona jest nie tylko od czułości czujnika, ale również od gładkości ściany otworu, orientacji czujnika w otworze i sposobu jego mocowania szczególnie w warunkach górotworu wilgotnego. Istnieje zatem potrzeba opracowania takiej metody określania stanu naprężeń masywu skalnego, która zmniejszałaby niedogodności punktowych pomiarów. Zagadnienie to rozpatrzono w dalszej części pracy.

Przewiduje się, że pomiar zmiany objętości i długości odcinka otworu dokonywany będzie za pomocą czujnika hydrauliczno-elektrycznego, którego konstrukcja podana zostaje w dalszej części pracy. Przy opracowaniu powyższego tematu pracy, przyjęto następujące założenia:

- Górotwór rozpatruje się w zakresie odkształceń sprężystych.
- Rozpatrywane odcinki górotworu znajdują się poza strefą spękań dyslokacji tektonicznych.
- Warstwy górotworu w procesie badania nie zmieniają swych własności, np. pod wpływem działania wody.
- W procesie pomiarów nie występują dynamiczne odkształcenia górotworu od wpływów tąpnięć i wstrząsów.
- W procesie pomiarów w otworach wiertniczych nie wytwarza się strefa odkształceń plastycznych.

2. Podstawy teoretyczne ustalenia wielkości naprężeń w górotworze na podstawie pomiarów odkształceń w otworach wiertniczych

Opracowany czujnik pozwala mierzyć zmiany objętości i długości rozpatrywanego odcinka otworu. Schemat pomiaru rozpatrywanego odcinka otworu przedstawia rys. 1, a stosowany układ współrzędnych w analizie naprężeń rys. 2.

Przestrzenny stan naprężeń w otoczeniu otworów znajdujących się w ośrodkach sprężystych opisują znane równania w postaci [1], [3]:

$$\sigma_r = \frac{\sigma_x^* + \sigma_y^*}{2} \left(1 - \frac{a^2}{r^2}\right) + \frac{\sigma_x^* - \sigma_y^*}{2} \left(1 + 3 \frac{a^4}{r^4} - 4 \frac{a^2}{r^2}\right) \cos 2\theta + \tau_{yz}^* \left(1 + 3 \frac{a^4}{r^4} - 4 \frac{a^2}{r^2}\right) \sin 2\theta$$

$$\sigma_\theta = \frac{\sigma_x^* + \sigma_y^*}{2} \left(1 + \frac{a^2}{r^2}\right) - \frac{\sigma_x^* - \sigma_y^*}{2} \left(1 + 3 \frac{a^4}{r^4}\right) \cos 2\theta - \tau_{yz}^* \left(1 + 3 \frac{a^4}{r^4}\right) \sin 2\theta$$

$$\sigma_x = \sigma_x^* - \nu \left[2(\sigma_y^* - \sigma_x^*) \frac{a^2}{r^2} \cos 2\theta + 4\tau_{yz}^* \frac{a^2}{r^2} \sin 2\theta \right]$$

$$\tau_r = \frac{\sigma_x^* - \sigma_y^*}{2} \left(1 - 3 \frac{a^4}{r^4} + 2 \frac{a^2}{r^2}\right) \sin 2\theta + \tau_{yz}^* \left(1 - 3 \frac{a^4}{r^4} + 2 \frac{a^2}{r^2}\right) \cos 2\theta$$

$$\tau_{\theta z} = (-\tau_{xy}^* \sin \theta + \tau_{zx}^* \cos \theta) \left(1 + \frac{a^2}{r^2}\right)$$

$$\tau_{rz} = (\tau_{xy}^* \cos \theta + \tau_{zx}^* \sin \theta) \left(1 - \frac{a^2}{r^2}\right)$$

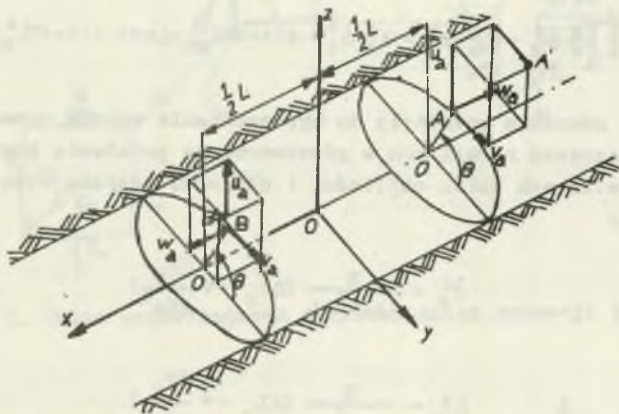
gdzie:

$\sigma_x^*, \sigma_y^*, \sigma_z^*, \tau_{yz}^*, \tau_{xy}^*, \tau_{zx}^*$ - składowe tensora naprężeń w górotworze przed wykonaniem otworu wiertniczego,

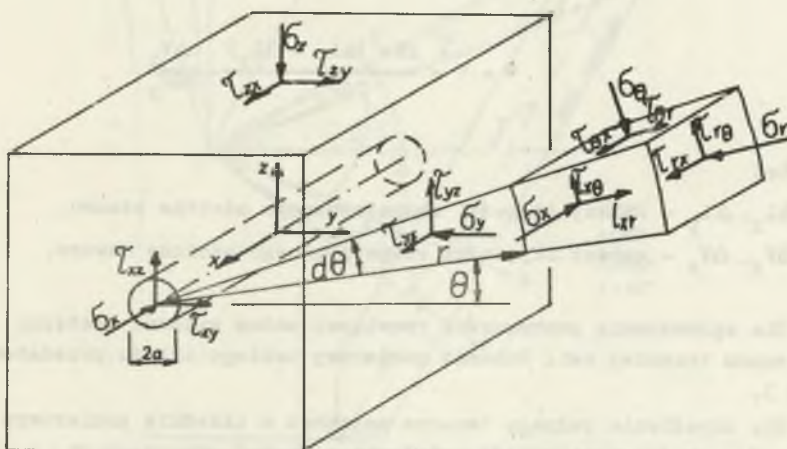
a - promień wykonanego otworu wiertniczego,

r - odległość rozpatrywanego punktu w górotworze w stosunku do osi otworu wiertniczego,

θ - kąt zawarty między r a kierunkiem osi y .



Rys. 1. Składowe deformacji rozpatrywanego odcinka otworu



Rys. 2. Układ współrzędnych stosowany w analizie naprężeń

Wykorzystując prawo Hooke oraz związki Cauchy'ego, po scałkowaniu równań i po wstawieniu do nich w miejsce r wielkości a otrzymuje się wartości przemieszczeń punktów poboczniczy otworu w postaci:

$$u_a = \frac{a}{E} \left[(\sigma_y^* + \sigma_z^*) - \nu \sigma_x^* + 2(1-\nu^2)(\sigma_y^* - \sigma_z^*) \cos 2\theta + 4(1-\nu^2)\tau_{yz}^* \sin 2\theta \right]$$

$$v_a = \frac{a}{E} \left[-2(1-\nu^2)(\sigma_y^* - \sigma_z^*) \sin 2\theta + 4(1-\nu^2)\tau_{yz}^* \cos 2\theta \right]$$

$$w_a = \frac{a}{E} \left[\frac{x}{a} \sigma_x^* - \nu \frac{x}{a} \sigma_y^* - \nu \frac{x}{a} \sigma_z^* + 4(1+\nu)\tau_{zx}^* \sin \theta + 4(1+\nu)\tau_{xy}^* \cos \theta \right]$$

Powyższe równania posłużyły do wyprowadzenia wzorów pozwalających obliczyć stan naprężeń normalnych w górotworze na podstawie pomiarów w dwu prostopadłych otworach zmian objętości i długości odcinka otworu. Wzory te mają postać:

$$\sigma_x^* = \frac{E}{(1-\nu^2)L} \left(\Delta L_x + \nu \frac{\Delta V_x}{2\pi a^2} \right)$$

$$\sigma_y^* = \frac{E}{(1-\nu^2)L} \left(\Delta L_y + \nu \frac{\Delta V_y}{2\pi a^2} \right)$$

$$\sigma_z^* = \frac{E}{(1-\nu^2)L} \left(\frac{\Delta V_x}{\pi 2a^2} - \nu \frac{\Delta V_y}{\pi 2a^2} + \nu \Delta L_x - \Delta L_y \right)$$

$$\nu = 1 - \frac{2\pi a^2(\Delta L_x - \Delta L_y)}{2\Delta V_y} - \frac{\Delta V_x}{2\Delta V_y}$$

gdzie:

$\Delta L_x, \Delta L_y$ - zmiany długości rozpatrywanego odcinka otworu,

$\Delta V_x, \Delta V_y$ - zmiany objętości rozpatrywanego odcinka otworu.

Dla sprawdzenia poprawności rozwiązań można wykonać następną otwór w kierunku trzeciej osi. Schemat pomiarowy takiego układu przedstawia rysunek 3.

Dla określenia pełnego tensora naprężeń w układzie pomiarowym jak ma rys. 3 zachodzi konieczność ustalenia naprężeń stycznych $\tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}$. W tym celu dokonano odpowiedniej transformacji układu (x, y, z) do $(\eta_1, \eta_2, \xi_1, \xi_2)$ oraz $(\eta_2, \eta_1, \xi_2, \xi_1)$, przy czym wszystkie układy zbieżne są w punkcie

początkowym. Mając na uwadze dogedność wykonania otworów z wyrobiska górniczego, opracowane schemat rozmieszczenia otworów i czujników pomiarowych; schemat ten podane na rys. 4.

Czujniki w otworach sąsiednich rozmieścić należy tak, aby najmniejsza odległość między nimi była większa od siedmiokrotnej średnicy otworu; wynika to z konieczności eliminowania wzajemnego oddziaływania otworów.

Zmiany objętości i długości odcinków otworów w poszczególnych otworach są podstawą do obliczenia pełnego tensora naprężeń. Wzory wiążące wyżej podane zmiany określone za pomocą czujników ze stanem naprężeń podane poniżej.

$$A_1 = \frac{\Delta V \eta_2 E}{2\pi a^2 L} = \frac{1}{8} [6 - \sqrt{3} - \nu(2 + \sqrt{3})] (\sigma_x^* + \sigma_y^*) + \frac{1}{4} [2 + \sqrt{3} - \nu(2 - \sqrt{3})] \sigma_z^* + \\ + \frac{1}{4} (2 + \sqrt{3}) (1 + \nu) \tau_{xy}^* + \frac{\sqrt{2}}{4} (1 + \nu) \tau_{yz}^* - \frac{\sqrt{2}}{4} (1 + \nu) \tau_{zx}^*$$

$$B_1 = \frac{\Delta L \eta_2 E}{L} = \frac{1}{8} [2 + \sqrt{3} - \nu(6 - \sqrt{3})] (\sigma_x^* + \sigma_y^*) - \frac{1}{4} [2 - \sqrt{3} - (2 + \sqrt{3})] \sigma_z^* + \\ - \frac{1}{4} (2 - \sqrt{3}) (1 + \nu) \tau_{xy}^* - \frac{\sqrt{2}}{4} (1 + \nu) \tau_{yz}^* + \frac{\sqrt{2}}{4} (1 + \nu) \tau_{zx}^*$$

$$A_4 = \frac{\Delta V \eta_2 E}{2\pi a^2 L} = \frac{1}{2} (1 - \nu) (\sigma_x^* + \sigma_y^*) + \sigma_z^* - (1 + \nu) \tau_{xy}^*$$

$$B_2 = \frac{\Delta L \eta_2 E}{L} = \frac{1}{2} (1 - \nu) (\sigma_x^* + \sigma_y^*) - \sigma_z^* + (1 + \nu) \tau_{xy}^*$$

$$A_3 = \frac{\Delta V \eta_1 E}{2\pi a^2 L} = \frac{1}{2} (1 - \nu) (\sigma_x^* + \sigma_y^*) + \sigma_z^* + (1 + \nu) \tau_{xy}^*$$

$$B_3 = \frac{\Delta L \eta_1 E}{L} = \frac{1}{2} (1 - \nu) (\sigma_x^* + \sigma_y^*) - \sigma_z^* - (1 - \nu) \tau_{xy}^*$$

$$A_4 = \frac{\Delta V \eta_1 E}{2\pi a^2 L} = \frac{1}{8} [2 - \sqrt{3} - \nu(2 + \sqrt{3})] (\sigma_x^* + \sigma_y^*) + \frac{1}{4} [2 + \sqrt{3} - \nu(2 - \sqrt{3})] \sigma_z^* + \\ - \frac{1}{4} (2 + \sqrt{3}) (1 + \nu) \tau_{xy}^* - \frac{\sqrt{2}}{4} (1 + \nu) \tau_{yz}^* - \frac{\sqrt{2}}{4} (1 + \nu) \tau_{zx}^*$$

$$B_4 = \frac{\Delta L_{\varphi_1} E}{L} = \frac{1}{8} [2 + \sqrt{3} - \nu(6 - \sqrt{3})] (\sigma_x^* + \sigma_y^*) + \frac{1}{4} [2 - \sqrt{3} - \nu(2 + \sqrt{3})] \sigma_z^* +$$

$$+ \frac{1}{4} (2 + \sqrt{3}) (1 + \nu) \tau_{xy}^* + \frac{\sqrt{2}}{4} (1 + \nu) \tau_{yz}^* + \frac{\sqrt{2}}{4} (1 + \nu) \tau_{zx}^*$$

$$A_5 = \frac{\Delta V_x E}{\pi a^2 L} = \sigma_y^* + \sigma_z^* - \nu \sigma_x^*$$

$$B_5 = \frac{\Delta L_x E}{L} = \sigma_x^* - \nu (\sigma_y^* + \sigma_z^*)$$

gdzie:

$\Delta V_x, \Delta V_{\eta_1}, \Delta V_{\varphi_1}, \Delta V_{\nu_2}, \Delta V_{\eta_2}$ - zmiany objętości rozpatrywanego odcinka otworu z czujnikiem pomiarowym wykonanego wzdłuż osi odpowiednio: $x, \eta_1, \nu_2, \varphi_1, \eta_2$.

$\Delta L_x, \Delta L_{\eta_1}, \Delta L_{\nu_2}, \Delta L_{\varphi_1}, \Delta L_{\eta_2}$ - zmiany długości odcinka otworu na długości zabudowanych czujników.

Z powyższych wzorów określono składowe tensora naprężeń. Ujmują je poniżej podane zależności.

$$\sigma_x^* = \frac{1}{1 - \nu^2} (B_5 + \nu A_5)$$

$$\sigma_y^* = \frac{B_5 + A_5 (2 - \nu)}{1 - \nu} - \frac{A_2 + A_3}{1 + \nu}$$

$$\sigma_z^* = \frac{A_3 + B_2}{1 + \nu}$$

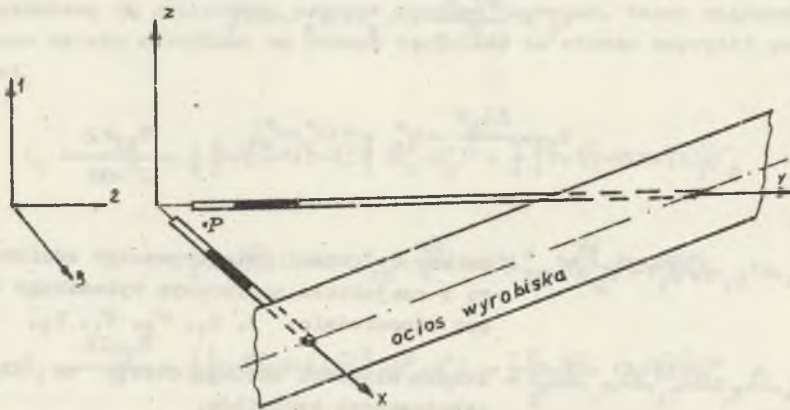
$$\tau_{xy}^* = \frac{A_3 - A_2}{2(1 + \nu)}$$

$$\tau_{yz}^* = \frac{\sqrt{2}}{1 + \nu} \left[A_1 - A_4 - \frac{2 + \sqrt{3}}{4} (A_3 - A_2) \right]$$

$$\tau_{zx}^* = \frac{\sqrt{2}}{1 + \nu} \left[\frac{2 + \sqrt{3}}{1 - \nu} (B_5 + A_5) - (\sqrt{3} + 2) (A_2 + A_3) - 4B_1 \right]$$

Z powyższych równań wynika, że dla jednoznacznego określenia siładowych stanu naprężenia w masywie skalnym istnieje konieczność przeprowadzenia pomiarów, tylko w pięciu odpowiednio zorientowanych otworach.

Zagadnienie określenia stanu naprężeń uproszcza się, jeżeli znany jest jeden lub trzy kierunki główne. Dla przypadku znanych trzech kierunków głównych wystarczające będzie dokonanie pomiarów w dwu otworach, jak to przedstawia rys. 5.



Rys. 5. Układ otworów pomiarowych wykonanych na kierunkach głównych w ośis wyrobiska korytarzowego

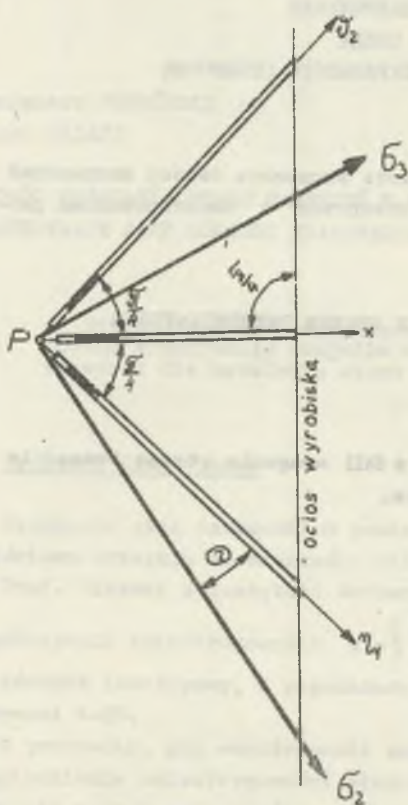
W oparciu o wyniki pomiarów w tych otworach oblicza się naprężenia ze wzorów

$$\sigma_1^* = \frac{E}{1(1-\nu^2)} \left(-\frac{\Delta V_x}{2\pi a^2} - \nu \frac{\Delta V_y}{2\pi a^2} + \nu \Delta L_x - \Delta L_y \right)$$

$$\sigma_2^* = \frac{E}{1(1-\nu^2)} \left(\Delta L_y + \nu \frac{\Delta V_x}{2\pi a^2} \right)$$

$$\sigma_3^* = \frac{E}{1(1-\nu^2)} \left(\Delta L_x + \nu \frac{\Delta V_y}{2\pi a^2} \right)$$

W praktyce znany jest w większości przypadków jeden, pionowy kierunek główny, wynikający z oddziaływania ciężaru warstw nadległych. Określenie wartości naprężenia pionowego oraz znalezienie kierunków i wartości pozo-



Rys. 6. Rozmieszczenie otworów pomiarowych w płaszczyźnie poziomej

stekłych naprężeń głównych wymaga wykonania w ociskie wyrobiska trzech otworów i pomierzenia w nich przyręstów objętości i długości rozpatrywanych odcinków (rys. 6).

$$\sigma_1^* = \frac{E}{(1-\nu^2)L} \left(\frac{\Delta V_{\eta_1}}{2\pi a^2} - \nu \frac{\Delta V_{\nu}}{2\pi a^2} + \nu \Delta L_{\eta_1} - \Delta L_{\nu} \right)$$

$$\sigma_2^* + \sigma_3^* = \sigma_{\eta_1} + \sigma_{\nu_2}$$

$$\sigma_2^* - \sigma_3^* = \sqrt{(\sigma_{\eta_1} - 2\sigma_x + \sigma_{\nu_2}^2)^2 + (\sigma_{\eta_1} + \sigma_{\nu_2}^2)^2}$$

$$\operatorname{tg} 2\theta = \frac{\sigma_{\eta_1} - 2\sigma_x - \sigma_{\nu_2}^2}{\sigma_{\eta_1} - \sigma_{\nu_2}^2}$$

gdzie:

$$\sigma_x = \frac{E}{(1-\nu^2)} \left(\frac{\nu \Delta V}{2\pi a^2} + \Delta L_x \right)$$

$$\sigma_{\eta_1} = \frac{E}{(1-\nu^2)L} \left(\frac{\nu \Delta V_{\eta_1}}{2\pi a^2} + \Delta L_{\eta_1} \right)$$

$$\sigma_{\nu_2} = \frac{E}{(1-\nu^2)L} \left(\frac{\nu \Delta V}{2\pi a^2} + \Delta L_{\nu_2} \right)$$

Podany tok obliczeń dotyczy górotworu zachowującego się jako ośrodek izotropowy; może być on również stosowany dla górotworu wykazującego słabą anizotropowość.

LITERATURA

- [1] Chuć M.: Mechanika górotworu, Skrypt nr 589/20 Wyd. Politechnika Śląska, Gliwice 1976.
- [2] Praca zbiorowa: Metody pomiarów odkształceń i naprężeń w materiałach i konstrukcjach budowlanych. PAN-Ossolineum, Warszawa-Wrocław-Kraków-Gdańsk, 1971.
- [3] Uliasz J.: Ustalenie stanu naprężenia skał in situ metodą pomiaru zmian objętości otworu wiertniczego. Praca doktorska Gliwice 1977, nie publikowana.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ СОСТОЯНИЯ НАПРЯЖЕНИЙ
В ГОРНОМ МАССИВЕ ОТНЕСЁННОМУ КАК ИЗОТОПОВАЯ СРЕДА
ОПИРАЯСЬ НА РЕЗУЛЬТАТЫ ИЗМЕРЕНИЙ ИЗМЕНЕНИЙ БУРИЛЬНОГО ОТВЕРСТИЯ

Р е з ю м е

В работе выведено формулы дающие возможность вычислить тензор напряжений в горном массиве для разных систем буровых отверстий с вмонтированными датчиками.

THEORETICAL PRINCIPLES FOR OROGEN ISOTROPIC STRESS DETERMINATIONS
BASED ON BORE HOLE CHANGE MEASUREMENTS

S u m m a r y

Formulas have been stated allowing for a full orogenic stress tensor in various bore holes with a number of sensors.