

Tadeusz PIĘCUCH

RACHUNEK OPTIMALIZACYJNY WYDAJNOŚCI  
PROCESU FILTRACJI PRÓŻNIOWEJ MULÓW WĘGLOWYCH

**Streszczenie.** Przeprowadzono dyskusję modelowego analityczno-empirycznego równania wydajności filtracji próżniowej zawiesin mulów węglowych w świetle możliwości osiągnięcia wartości ekstremalnych w określonych warunkach techniczno-technologicznymi przedziałach zmian czynników zmiennych niezależnych. Podano nowe analityczno-empiryczne równanie na określenie wartości zagęszczenia nadawy, przy której wydajność procesu jest minimalna.

1. Wstęp

W Instytucie Przeróbki Kopalni Politechniki Śląskiej od wielu lat prowadzone są intensywne badania procesu filtracji zawiesin, głównie filtracji próżniowej zawiesin mulów węglowych [1,2,3,4,6,7]. Prace te pozwoliły ustalić zasadnicze kryteria doboru i kontroli parametrów zmiennych niezależnych procesu zarówno technologicznych jak i technicznych w aspekcie prawidłowego prowadzenia jego technologii.

Proces ten można rozpatrywać zasadniczo w dwu kierunkach, tzn. w odniesieniu do wydajności lub w odniesieniu do jakości procesu, przy czym obydwie te parametry wynikowe są ze sobą skorelowane i nie mogą być w sposób jednoznaczny rozpatrywane w oderwaniu od siebie.

W niniejszej pracy rozpatrywany będzie problem wydajności procesu filtracji próżniowej mulów węglowych w sposób nietypowy. Nie będzie bowiem analizowana oddzielnie wydajność osadu lub filtratu - a więc produktów procesu - lecz wydajność filtracji zawiesiny mulowej w odniesieniu do ilości dopływającej do filtra próżniowego nadawy.

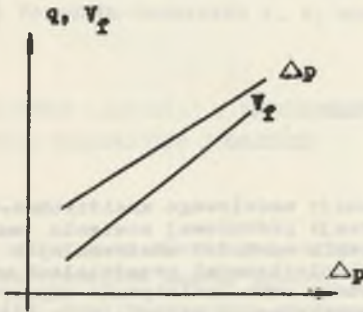
Analiza szczegółowa przebiegów funkcyjnych wydajności osadu i filtratu na podstawie uprzednio publikowanych prac wskazuje, że obydwie te zmienne wynikowe zwiększają swoją wartość ze wzrostem:

- różnicy ciśnień w układzie,
- liczby obrotów bębna (tarcz) filtra,

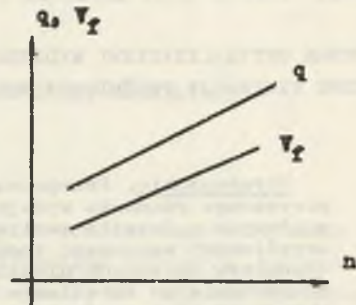
zaś zmniejszają z pogorszeniem się jakości mułu, a więc ze wzrostem wartości tzw. wskaźnika Dahlstroma, czyli ze wzrostem wartości:

- ilości ziarn poniżej 70 mikronów w nadawie,
- zapozielenia ziarn poniżej 70 mikronów w nadawie, a więc przebiegi funkcyjne są rosnące lub malejące w badanych typowych dla praktyki zakresach

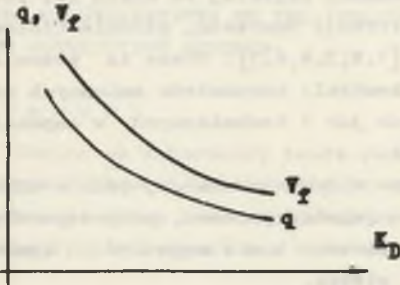
zmian parametrów przebiegu procesu - co zilustrowano zbiorem wykresów poglądowych na rys. 1 do 3.



Rys. 1. Wpływ zmian wartości różnicy ciśnień na wydajność osadu  $q$  oraz filtratu  $V_f$



Rys. 2. Wpływ zmian wartości liczby obrotów na wydajność osadu  $q$  oraz filtratu  $V_f$



Rys. 3. Wpływ zmian wartości wskaźnika Dahlstroma na wydajność osadu  $q$  oraz filtratu  $V_f$

Studium prac, głównie własnych [1,2,3,4] wykazało, że jedynym wyjątkiem w tym względzie jest, spośród badanych czynników, zagęszczenie części stałych w zawiesinie  $\beta_n$ .

Ze wzrostem wartości tego parametru

- rośnie wydajność osadu filtracyjnego,
- maleje natomiast wydajność filtratu.

Wynika stąd, że istnieje najprawdopodobniej taka wartość czynnika  $\beta_n$  w badanych przedziałach zmian, dla której suma wydajności osadu i filtratu osiąga ekstremum - maksimum lub minimum.

Powyższe spostrzeżenie określa więc cel tego opracowania, zmierzającego do ustalenia w oparciu o znaną zależność analityczno-empiryczną, charakteryzującą przebieg procesu oraz w oparciu o stosowne obliczenia, równania empirycznego, stanowiącego kryterium ekstremalnego zagęszczenia nadawcy mułu węglowego, przy którym ilość objętościowa nadawy doprowadzona do filtra jest maksymalna lub minimalna.

Zaznacza się, że wartość ekstremalnego  $\beta_n$  nie musi pokrywać się z ekstremum jakości odwadniania danego osadu odfiltrowanego w danych warunkach.

2. Budowa empirycznego kryterium ekstremalnego zaęszczenia nadawy

Objętość zawiesziny dopływająca do filtra próżniowego można opisać znanym równaniem empirycznym [4] o postaci ogólnej:

$$\dot{V}_n = \frac{\beta_n \Delta p \left( 0,4 n + \frac{60}{A_r \sqrt{i}} \right)}{\delta_s} + 5 \cdot 10^4 \frac{\Delta p}{\beta_n A_r \sqrt{i}} (n) +$$

$$+ \frac{250 \left( \frac{1,5}{n} + \frac{A_r i}{20} + 15 \right) \left( 0,4 + \frac{60}{A_r i} \right)}{100 - \frac{250}{\Delta p \cdot \beta_n} \left( \frac{1,5}{n} + \frac{A_r \sqrt{i}}{20} + 15 \right)} \quad (1)$$

Jeżeli przyjmiemy w oparciu o przeprowadzoną powyżej dyskusję przebiegów (rys. 1 do 3), że czynnikiem zmiennym niezależnym w tej analizie będzie  $\beta_n$ , zaś pozostałe parametry  $n, \Delta p, A_r, i$  - stanowią pewne stałe procesu, to równanie postaci (1) można zapisać w formie uproszczonej

$$\dot{V}_n = A_1 \beta_n + \frac{A_2}{\beta_n} + \frac{A_{31}}{A_{32} - \frac{A_{33}}{\beta_n}} \quad (2)$$

gdzie:  $A_1, A_2, A_{31}, A_{32}, A_{33}$  - stałe zastępcze określone poniższymi równaniami

$$A_1 = \frac{\Delta p \left( 0,4 n + \frac{60}{A_r \sqrt{i}} \right)}{\delta_{sp1}} \quad (3)$$

$$A_2 = 5 \cdot 10^4 \cdot \Delta p \left( \frac{650}{A_r \sqrt{i}} + n \right) \quad (4)$$

$$A_{31} = 250 \left( \frac{1,5}{n} + \frac{A_r \sqrt{i}}{20} + 15 \right) \left( 0,4 + \frac{60}{A_r \sqrt{i}} \right) \quad (5)$$

$$A_{32} = 100 \quad (6)$$

$$A_{33} = \frac{250}{\Delta p} \left( \frac{1,5}{n} + \frac{A_r \sqrt{i}}{20} + 15 \right) \quad (7)$$



Obliczając pierwszą pochodną funkcji wg równania (2), otrzymamy zależność

$$\dot{V}_n = A_1 - A_2 \beta_n^{-2} + \frac{\beta_n^4 A_{31} A_{32} + A_{31} A_{32} \beta_n - A_{31} A_{33}}{A_{32} \beta_n^2 - 2 A_{32} A_{33} \beta_n + A_{33}^2} \quad (8)$$

a następnie przyrównując wartość pochodnej do zera celem określenia ekstremum funkcji -2 i po stosownych wymażaniach i uproszczeniach otrzymamy równanie

$$\beta_n^4 A_{32}^2 A_1 - \beta_n^3 2 A_{32} A_{33} A_1 + \beta_n^2 (A_{33}^2 A_1 - A_2 A_{32}^2 - A_{33} A_{31}) + \beta_n 2 A_2 A_{32} A_{33} - A_2 A_{33}^2 = 0 \quad (9)$$

Znalezienie pierwiastka równania (9) bez pomocy maszyny matematycznej, metodą tradycyjną, np. metodą Cardana [5], zważywszy, że jest ono wielomianem n-tego stopnia, jest czasochłonne, tym bardziej, że stałe  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_{31}$ ,  $A_{32}$ ,  $A_{33}$  określone są kolejnymi wzorami (3-7). Rozwiązanie równania (8) jest jednak pełną odpowiedzią, określającą wartość zagęszczenia ekstremalnego, gdzie  $\dot{V}_n$  osiąga maksimum lub minimum.

Jeżeli przeanalizujemy dokładniej postać równania (1), to można stwierdzić, że składa się ono z trzech członów odpowiadających za:

- objętość wody w osadzie,  $V_{w.pl} = f(W)$ ,
- objętość osadu (suchego),  $V_{spl}$ ,
- objętość filtratu,  $V_f = V_{sf} + V_{wf}$ .

W oparciu o znajomość przebiegu procesu filtracji próżniowej mułów węglowych można zauważyć, że zawartość wilgoci stanowi najczęściej liczbę od 20 do 30%, a odnosząc tę wartość do objętości osadu oraz objętości filtratu jest to szacunkowo około 8 do 10% ilości objętościowej nadawy. Taki też błąd popełnimy, opuszczając w równaniu (1) zapisany ogólnie

$$\dot{V}_n = \dot{V}_{wpl} + \dot{V}_{spl} + \dot{V}_f \quad (10)$$

człon odpowiadający za  $V_{wpl}$ . Uproszczone równanie (1) przyjmie teraz postać

$$\dot{V}_n = \frac{\Delta p \beta_n}{\delta_s} \left( 0,4 n + \frac{60}{A_r \sqrt{i}} \right) + \frac{5 \cdot 10^4}{\beta_n} \Delta p \left( n + \frac{650}{A_r \sqrt{i}} \right) \quad (11)$$

Wprowadzając w nim przyjęte stałe zastępcze  $A_1$  oraz  $A_2$  zgodnie z równaniem (3) i (4) można napisać

$$\dot{V}_n = A_1 \beta_n + \frac{A_2}{\beta_n} \quad (12)$$

Obliczając pochodną względem  $\beta_n$ , otrzymamy:

$$\dot{V}_n = A_1 - A_2 \beta_n^{-2} \quad (13)$$

i przyrównując wartość tej pochodnej do zera i wstawiając w miejsce stałych zastępczych  $A_1$  oraz  $A_2$  ich funkcyjne zależności zgodnie z równaniami (3) i (4), otrzymamy ogólną uproszczoną postać empirycznego równania na określenie zagęszczenia zawiesiny mułu węglowego podanej do procesu filtracji próżniowej, przy którym wydajność procesu określana objętością nady wprowadzana do filtra osiąga ekstremum

$$\beta_{n,e} = 223,6 \sqrt{\frac{A_r \sqrt{i} \cdot n \cdot \delta_s + 650 \delta_s}{0,4 \cdot A_r \sqrt{i} \cdot n + 60}} \quad (14)$$

i pamiętając, że iloczyn  $A_r \sqrt{i}$  to tzw. wskaźnik Dahlströma, równanie można zapisać w postaci:

$$\beta_{n,e} = 223,6 \sqrt{\frac{n \cdot \delta_s K_D + 650 \delta_s}{0,4 n \cdot K_D + 60}} \quad (15)$$

Analiza równania (15) wskazuje, że traktując marginalnie objętość wody w osadzie, parametr różnicy ciśnień  $\Delta p$ , dla określenia wartości optymalnego zagęszczenia, nie jest decydujący.

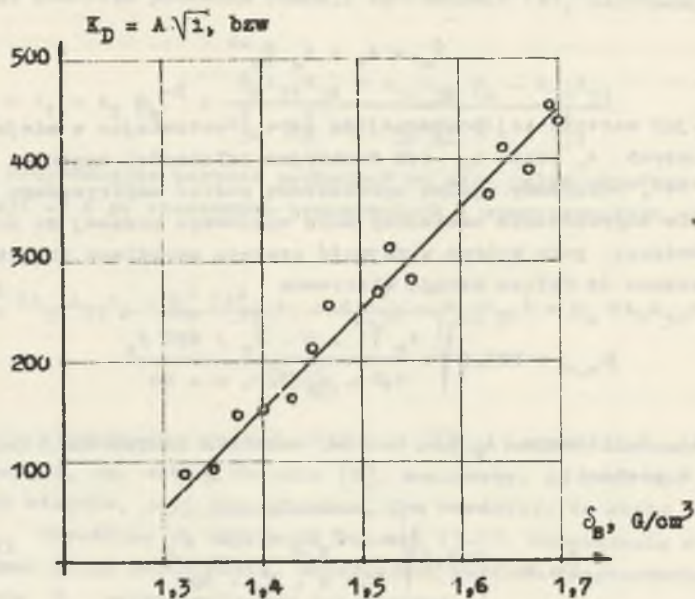
Ponadto stwierdzono, że muły węglowe zachowują korelacyjną zależność wskaźnika Dahlstroma od ciężaru właściwego części stałych, co pokazano na wykresie - rys. 4.

Aby stwierdzić, czy funkcja w punkcie ekstremalnym, który określa równanie (15) ma wartość maksimum lub minimum, obliczono drugą pochodną równania (13)

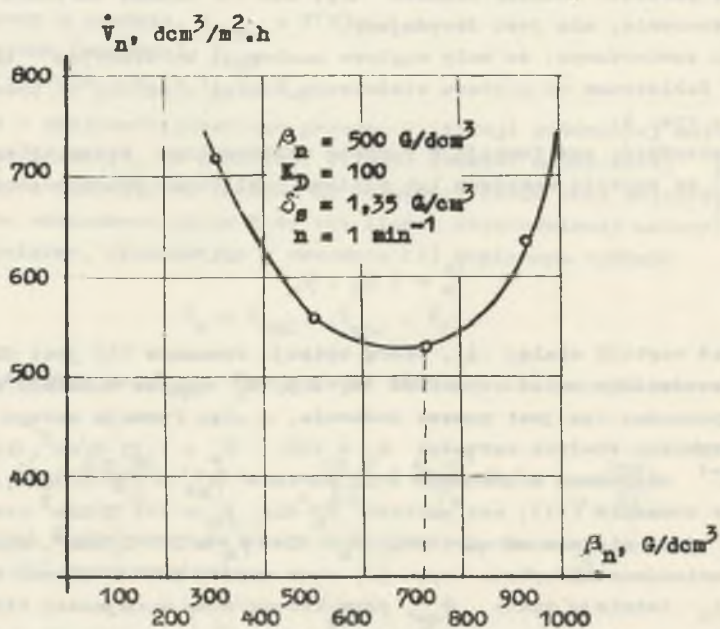
$$\dot{V}_n^* = 2 A_2 \cdot \beta_n^{-3} \quad (16)$$

Ponieważ wartość stałej  $A_2$ , którą opisuje równanie (4) jest dla określonych przedziałów zmian czynników  $n$ ,  $\Delta p$ ,  $K_D$  zawsze dodatnia, wobec tego druga pochodna też jest zawsze dodatnia, a więc funkcja osiąga minimum.

Dla przykładu stałych wartości  $K_D = 100$ ,  $\delta_s = 1,35 \text{ G/cm}^3$ ,  $\Delta p = 0,5$ ,  $n = 1 \text{ min}^{-1}$  obliczono z równania (15) wartość  $\beta_{n,e} = 714 \text{ G/dcm}^3$ , po czym sprawdzono równanie (11), czy wartość  $\dot{V}_n$  dla  $\beta_n > 714 \text{ G/dcm}^3$  oraz  $\beta_n < 714 \text{ G/dcm}^3$  jest większa od wartości  $\dot{V}_n$  dla  $\beta_n = 714 \text{ G/dcm}^3$ . Wyniki obliczeń naniesiono na wykres (rys. 5), skąd widać, że dla danych warunków  $\Delta p$ ,  $n$ ,  $K_D$  istnieje takie  $\beta_{n,e}$ , przy którym suma wydajności filtratu i osadu jest minimalna, co można tłumaczyć tym, że przy danych warunkach przebiegu procesu blokowanie przepływu jest maksymalne przy określonej po



Rys. 4. Wpływ zmian ciężaru właściwego części stałych zawiesiny  $\delta_s$  na zmianę wartości wskaźnika Dahlströma,  $K_D$



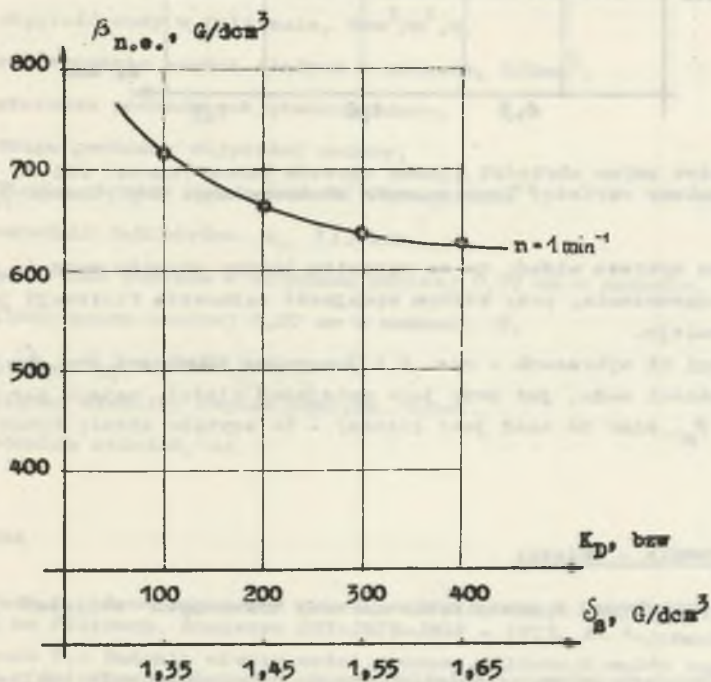
Rys. 5. Wpływ zmian wartości zagęszczenia nadawy  $\beta_n$  na zmianę całkowitej wydajności jednostkowej filtracji



rowatości i stosunkowo dużej grubości warstwy osadu gdy  $\beta_{n1} = \beta_{ne}$ . Ponieważ w warunkach przemysłowych, uzasadnionych technologicznie  $\beta_{n1}$  mieści się w granicach 400 do 600 G/dcm<sup>3</sup>, można zauważyć, że dla zwiększenia wydajności osadu ze wzrostem  $\beta_{n1} \rightarrow 600$  G/dcm<sup>3</sup>, całkowita wydajność filtracji maleje, gdyż bardzo szybko maleje wydajność filtratu. Przeprowadzenie szeregu nie podanych w tej pracy obliczeń wykazało, że dla typowych warunków przebiegu procesu  $\beta_{n,e}$  leży najczęściej powyżej wartości 500 G/dcm<sup>3</sup>, a więc powyżej wartości uzasadnionych technologicznie w praktyce przemysłowej (dot. skuteczności i bezawaryjności pracy odmulników promieniowych - węzłów technologicznych poprzedzających filtrację), niemniej spotykanej w niektórych wyłewach odmulników promieniowych.

Z pracy wynika też, że istnieje w praktyce takie zagęszczenie  $\beta_n$ , przy którym całkowita wydajność filtracji jest maksymalna; zagęszczenie to ma wartość brzegową minimalną, lecz jeszcze uzasadnioną technologicznie ze względu na wydajność osadu filtracyjnego oraz cel pracy odmulnika promieniowego.

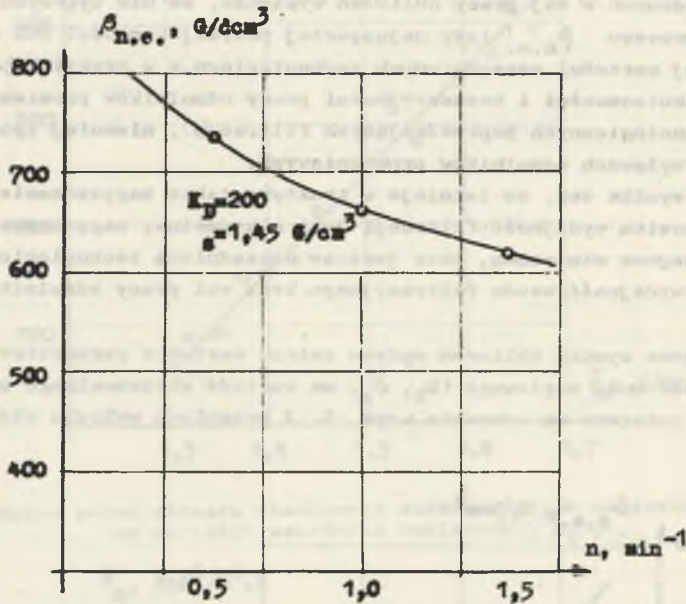
Przykładowe wyniki obliczeń wpływu zmian, wartości parametrów określających jakość mułu węglowego ( $K_D, \delta_s$ ) na wartość ekstremalnego zagęszczenia  $\beta_{n,e}$ , pokazano na wykresie -rys. 6. Z przebiegu wykresu widać, że z



Rys. 6. Wpływ zmian jakości mułu węglowego w nadawie  $K_D, \delta_s$  na zmianę wartości zagęszczenia ekstremalnego krytycznego  $\beta_{ne}$ .

pogorszeniem jakości mułu obniża się wartość zagęszczenia ekstremalnego, przy którym wydajność całkowita procesu jest minimalna.

Wyniki obliczeń wpływu zmian liczby obrotów  $n$  na wartość zagęszczenia ekstremalnego pokazano na wykresie - rys. 7.



Rys. 7. Wpływ zmian wartości liczby obrotów bębna (tarcz) filtra  $n$ , na zmianę wartości zagęszczenia ekstremalnego krytycznego  $\beta_{n,e}$ .

Z przebiegu wykresu widać, że ze wzrostem liczby obrotów wartość ekstremalnego zagęszczenia, przy którym wydajność całkowita filtracji jest minimalna, maleje.

Przebiegi na wykresach - rys. 6 i 7 - można tłumaczyć tym, że z pogorszeniem jakości mułu, już przy jego mniejszej ilości, osiąga się krytyczny punkt  $\beta_n$ , mimo że osad jest cieńszy - bo szybsze obroty bębna i tarcz filtra.

### 3. Podsumowanie - wnioski

Z przeprowadzonej w pracy dyskusji oraz wykonanych obliczeń wynikają ogólne wnioski.

1. W przedziałach zmian wartości zagęszczeń zawiesiny mułu węglowego, spotykanych w praktyce, istnieje takie zagęszczenie ekstremalne - krytyczne, przy którym wydajność całkowita filtracji jest minimalna.



2. Wartość ekstremalnego krytycznego zagęszczenia nadawy można obliczyć z prostej formuły empirycznej - równanie (15).
3. Wartość ekstremalnego krytycznego zagęszczenia zawiesiny nadanej do procesu filtracji dla typowych wartości podstawień  $\Delta p$ ,  $n$ ,  $K_D$  mieści się najzwyklej poza wartością  $\phi_n$  uzasadnioną technologicznie równą 600 G/dcm<sup>3</sup>.
4. Maksymalna wartość całkowitej wydajności filtracji dla typowych przedziałów zmian parametrów  $\Delta p$ ,  $n$ ,  $K_D$  odpowiada minimalnej, lecz jeszcze technologicznie uzasadnionej, wartości  $\phi_n$  przyjmowanej dla zawiesin mułów węglowych 400 G/dcm<sup>3</sup>.

#### 4. Symbolika oznaczeń

- $\dot{V}_n$  - objętość zawiesiny dopływającej do filtra, dcm<sup>3</sup>/m<sup>2</sup>.h,
- $\dot{V}_{wpl}$  - objętość wody w osadzie filtracyjnym, dcm<sup>3</sup>/m<sup>2</sup>.h,
- $\dot{V}_{spl}$  - objętość suchego osadu filtracyjnego, dcm<sup>3</sup>/m<sup>2</sup>.h,
- $\dot{V}_f$  - objętość filtratu, dcm<sup>3</sup>/m<sup>2</sup>.h,
- $\dot{V}_{sf}$  - objętość części stałych w filtracie, dcm<sup>3</sup>/m<sup>2</sup>.h,
- $V_{wf}$  - objętość wody w filtracie, dcm<sup>3</sup>/m<sup>2</sup>.h,
- $\phi_n$  - zagęszczenie części stałych w nadawie, G/dcm<sup>3</sup>,
- $\dot{V}_n'$  - pierwsza pochodna objętości nadawy,
- $\dot{V}_n''$  - druga pochodna objętości nadawy,
- $n$  - liczba obrotów bębna (tarcz) filtra, min<sup>-1</sup>,
- $K_D$  - wskaźnik Dahlströma  $A_r \sqrt{i}$ , bzw.,
- $A_r$  - zawartość popiołu w ziarnach poniżej 0,07 mm w nadawie, %,
- $i$  - ilość ziarn poniżej 0,07 mm w nadawie, %,
- $A_1, A_2, A_{31}, A_{32}, A_{33}$  - stałe zastępcze,
- $\delta_s$  - ciężar właściwy części stałych, G/cm<sup>3</sup>,
- $\Delta p$  - różnica ciśnień, at.

#### LITERATURA

- [1] Piecuch T.: Problemy oceny jakości odfiltrowania osadów mułów węglowych na filtrach. Biuletyn NOT-JNTE-JMZP - 1973, z. 4.
- [2] Piecuch T.: Badania efektywności procesu filtracji mułów węgla surowych w świetle doświadczeń. Praca doktorska 1972 Biblioteka Główna Pol. Śl.
- [3] Piecuch T.: Ocena wskaźników techniczno-ekonomicznych filtrów próżniowych. Separator 3/1970.

- [4] Piecuch T.: Analityczno-empiryczny model procesu filtracji próżniowej zawiesin mułów węglowych. Z.N. Politechniki Śląskiej, Nr 434a - Górnictwo 67a, 1976.
- [5] Antoniewicz J.: Matematyka dla inżynierów. Zbiór tablic. PWN, 1969.
- [6] Nawrocki J.: Maszyny i urządzenia do odwadniania produktów wzbogacania. Skrypt Pol. Śl., 1972.
- [7] Nawrocki J.; Piecuch T.: Badania wpływu różnych siatek filtracyjnych na proces filtracji próżniowej zawiesin mułów miedziowych. Z.N. Pol. Śl., Górnictwo 73, 1976.

ОПТИМИЗАЦИОННОЕ ВЫЧИСЛЕНИЕ ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТИ ПРОЦЕССА  
ВАКУУМНОГО ФИЛЬТРИРОВАНИЯ УГОЛЬНОГО ШЛАМА

Р е з ю м е

Произведено дискуссия модельного аналитично-эмпирического уравнения производительности вакуумного фильтрования взвеси угольного шлама на основе возможности получения экстремальных значений в определяемых условиями технико-технологическими пределах изменений перепенных независимых факторов. Даются новые аналитично-эмпирические уравнение на определённые величины сгущения исходного питания, при котором производительность процесса является минимальной.

OPTIMALISATION CALCULUS FOR VACUUM FILTRATION  
OF COAL SLURRY

S u m m a r y

A model analytical-empirical equation to establish coal slurry vacuum filtration efficiencies has been discussed to obtain extreme values in technologically determined independent variables changes. A new equation has been stated to describe feed density values at which efficiencies are lowest.