ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1977

Seria: GÓRNICTWO z. 87 Nr kol. 558

Bernard DRZĘZLA
Aleksander MENDECKI

# NOWE METODY POZIOMEJ LOKALIZACJI OGNISK WSTRZĄSÓW GÓROTWORU

Streszczenie. W artykule przedstawiono dwie metody poziomej lokalizacji ognisk wstrząsów górotworu, stanowiące uogólnienie stosowanych w praktyce metod okręgów i hiperbol. Pierwsza z nich wyznacza epicentra wstrząsów na podstawie różnic czasów wstąpienia odpowiadających sobie fal, poprzecznej i podłużnej, na co najmniej trzy stacje sejsmograficzne (metoda S-P).

W metodzie drugiej danymi wejściowymi są różnice czasów wstąpienia fali podłużnej na co najmniej cztery stacje (metoda P).

Istotnym jest, że obie te metody nie wymagają uprzedniej znajomości prędkości fal sejsmicznych.

## 1. Wstęp

Dokładna znajomość lokalizacji ognisk wstrząsów w górotworze kopalnianym ma istotne znaczenie, zwłaszcza przy określaniu reżimu sejsmicznego niebezpiecznych pod względem zagrożenia tąpaniami rejonów górniczych. Stosowane szeroko w praktyce metody wyznaczania epicentrów wstrząsów, takie jak: metoda okręgów czy metoda hiperbol, wymagają uprzedniej znajomości prędkości fal sejsmicznych. Prędkości te, jak wiemy, wyliczane na podstawie wstrząsów pochodzących nawet z tego samego rejonu znacznie się od siebie różnią. Dlatego też przyjmuje się je jako średnie dla rejonu, w którym lokalizujemy wstrząsy, co powoduje określone błędy w przeprowadzanych obliczeniach.

Metodą lokalizacji, która nie wymaga uprzedniej znajomości prędkości fal, jest metoda kierunkowa, bazująca na znajomości amplitud pierwszego wychylenia fali wstępnej na co najmniej dwóch stacjach sejsmograficznych. Jednak minimalne błędy odczytu amplitud powodują znaczne błędy lokalizacji ognisk, dochodzące nawet do kilkuset metrów. Dokładniejszą jest metoda kierunkowa z azymutalnym ułożeniem sejsmografów w stacji [3], [4], jednak kopalniane stacje sejsmograficzne nie dysponują takim układem sejsmografów, co ogranicza stosowanie tej metody jedynie do zakresu prac eksperymentalnych.

W pracy [5] został przedstawiony algorytm, w którym wykorzystano oszacowanie prędkości pierwszego impulsu na różnych odległościach epicentralnych. Jednak jak podaje autor w pracy [6], algorytm ten daje lokalizacje

obarczone małym błędem tylko w przypadku, gdy błędy znajomości rzeczywistych wartości prędkości fal nie przewyższają 100 m/s.

W dalszej części artykułu przedstawiono dwa algorytmy (metoda S-P i metoda P), przy pomocy których można zlokalizować wstrząs lub większą ilość wstrząsów równocześnie, bez uprzedniej znajomości prędkości fal sejsmicznych.

## 2. Metoda S-P

### 2.1. Lokalizacja ogniska jednego wstrząsu

Ujmując analitycznie stosowaną w praktyce metodę okręgów, możemy napisać następujący układ równań:

$$(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 = k^2 \tau_1^2$$

$$(x - x_2)^2 + (y - y_2)^2 = k^2 \tau_2^2 \qquad (2.1)$$

$$(x - x_3)^2 + (y - y_3)^2 = k^2 \tau_3^2 ,$$

gdzie:

$x, y$ – nieznane współrzędne ogniska wstrząsu,

$x_i, y_i$ $(i=1,2,3)$ – współrzędne kolejnych stacji sejsmograficznych,

$\tau_i$ – różnice czasów wstąpienia fali podłużnej i odpowiadającej jej fali poprzecznej na i-tą stację,

$$k = \frac{v_P \cdot v_S}{v_P - v_S} .$$

Rozwiązując układ równań (2.1), otrzymamy

$$x = k^2 A_x + B_x ,$$

$$y = k^2 A_y + B_y ,$$

gdzie:

$$A_x = \frac{-1}{D}\begin{vmatrix} 1 & \tau_1^2 & y_1 \\ 1 & \tau_2^2 & y_2 \\ 1 & \tau_3^2 & y_3 \end{vmatrix}; \quad A_y = \frac{-1}{D}\begin{vmatrix} 1 & x_1 & \tau_1^2 \\ 1 & x_2 & \tau_2^2 \\ 1 & x_3 & \tau_3^2 \end{vmatrix}$$

$$B_x = \frac{1}{D}\begin{vmatrix} 1 & W_1 & y_1 \\ 1 & W_2 & y_2 \\ 1 & W_3 & y_3 \end{vmatrix}; \quad B_y = \frac{1}{D}\begin{vmatrix} 1 & x_1 & W_1 \\ 1 & x_2 & W_2 \\ 1 & x_3 & W_3 \end{vmatrix}$$

$$D = 2\begin{vmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \end{vmatrix}$$

$$W_i = x_i^2 + y_i^2$$

oraz

$$k^2 = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4\,AC}}{2\,A}, \tag{2.2}$$

gdzie z kolei:

$$A = A_x^2 + A_y^2$$

$$B = 2\,(A_x C_x + A_y C_y) - \tau_1^2$$

$$C = C_x^2 + C_y^2$$

$$C_x = B_x - x_1; \quad C_y = B_y - y_1.$$

Wzór (2.2) przedstawia jednak dwie różne wielkości k stanowiące rozwiązanie zadania (znak $\pm$ we wzorze 2.2). Będą więc istniały dwie trójki liczb (x, y, k) spełniające układ (2.1), a o wyborze prawidłowej mogą rozstrzygnąć jedynie kryteria geofizyczne. Chcąc otrzymać jednoznaczne rozwią-

zanie wyłącznie na drodze matematycznej, musimy wprowadzić dodatkowe dane, np. dane dotyczące innego wstrząsu lub czwartej stacji sejsmograficznej. W przypadku, gdy dysponujemy danymi z czwartej stacji, układ równań (2.1) można rozszerzyć do układu czterech równań, z którego jednoznacznie wyznaczamy k, a mianowicie:

$$k^2 = \frac{W_4 - W_3 - 2\left[B_x(x_4 - x_3) + B_y(y_4 - y_3)\right]}{2\left[A_x(x_4 - x_3) + A_y(y_4 - y_3)\right] + \tau_4^2 - \tau_3^2} =$$

$$= \frac{\begin{vmatrix} 1 & W_1 & x_1 & y_1 \\ 1 & W_2 & x_2 & y_2 \\ 1 & W_3 & x_3 & y_3 \\ 1 & W_4 & x_4 & y_4 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & \tau_1^2 & x_1 & y_1 \\ 1 & \tau_2^2 & x_2 & y_2 \\ 1 & \tau_3^2 & x_3 & y_3 \\ 1 & \tau_4^2 & x_4 & y_4 \end{vmatrix}} \tag{2.3}$$

gdzie:

$x_4$, $y_4$ – współrzędne czwartej stacji,

$\tau_4$ – różnica czasów wstąpienia fali podłużnej i odpowiadającej jej fali poprzecznej na czwartą stację.

## 2.2. Jednoczesna lokalizacja dowolnej ilości wstrząsów

Wartość parametru k, otrzymana ze wzoru (2.2) na podstawie jednego wstrząsu, będzie mało miarodajna, chociażby z uwagi na nieuniknione błędy odczytu różnic czasów wstąpienia odpowiadających sobie fal S i P. Chcąc otrzymać wartość k reprezentatywną dla danego rejonu należy ją obliczyć na podstawie większej ilości wstrząsów. Nie można jednak korzystać przy tym ze wzoru (2.2), ponieważ pary liczb ($k_1$, $k_2$) otrzymane dla każdego wstrząsu mogą w ogóle nie posiadać elementu wspólnego, ze względu na wspomniane już błędy odczytu i skomplikowany charakter rozchodzenia się fal w górotworze. Z tego samego względu wartości k, obliczone według wzoru (2.3) na podstawie danych dotyczących różnych wstrząsów, będą różne.

Poniżej opiszemy sposób postępowania, służący do lokalizacji ognisk wstrząsów i wyznaczenia wartości parametru k, który pozwala w dużej mierze uniknąć wspomnianych wyżej trudności.

Załóżmy, że dysponujemy danymi odnośnie w wstrząsów, z których każdy został zanotowany na s stacjach ($w \geqslant 1$ i $s \geqslant 4$, lub $w \geqslant 2$ i $s \geqslant 3$). Niech $(x_j, y_j)$ oznacza współrzędne j-tej stacji, a $\tau_{ij}$ - różnicę czasów wstąpienia fali podłużnej i poprzecznej na j-tą stację w przypadku i-tego wstrząsu. Niech będzie dana również jakakolwiek wartość parametru k. Wtedy współrzędne ogniska i-tego wstrząsu, obliczone na podstawie kombinacji trójkowej stacji o numerach j,l,m przy założonej wartości k, będą następujące:

$$x_i^{jlm}(k) = \frac{1}{D^{jlm}} \left(-k^2 \begin{vmatrix} 1 & \tau_{ij}^2 & y_j \\ 1 & \tau_{il}^2 & y_l \\ 1 & \tau_{im}^2 & y_m \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & W_j & y_j \\ 1 & W_l & y_l \\ 1 & W_m & y_m \end{vmatrix}\right) \tag{2.4}$$

$$y_i^{jlm}(k) = \frac{1}{D^{jlm}} \left(-k^2 \begin{vmatrix} 1 & x_j & \tau_{ij}^2 \\ 1 & x_l & \tau_{il}^2 \\ 1 & x_m & \tau_{im}^2 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & x_j & W_j \\ 1 & x_l & W_l \\ 1 & x_m & W_m \end{vmatrix}\right),$$

gdzie:

$$D^{jlm} = 2 \begin{vmatrix} 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_l & y_l \\ 1 & x_m & y_m \end{vmatrix}$$

$$W_j = x_j^2 + y_j^2 .$$

Miarą błędu tej lokalizacji w odniesieniu do n-tej stacji będzie odległość punktu $(x_i^{jlm}, y_i^{jlm})$ od okręgu przypisanego n-tej stacji w przypadku i-tego wstrząsu, czyli od okręgu o promieniu $k \cdot \tau_{in}$. Błąd ten wyniesie

$$B_i^{jlm:n}(k) = \sqrt{\left[x_n - x_i^{jlm}(k)\right]^2 + \left[y_n - y_i^{jlm}(k)\right]^2} - k\,\tau_{in} .$$

Utwórzmy teraz funkcję, która będzie sumą kwadratów błędów lokalizacji po wszystkich stacjach, wszystkich kombinacjach trójkowych stacji i wszystkich wstrząsach

$$B(k) = \sum_{i=1}^{w} \sum_{j<l<m}^{s} \sum_{n=1}^{s} \left[B_i^{jlm:n}(k)\right]^2 . \tag{2.5}$$

Funkcja (2.5) może stanowić podstawę do wyznaczenia współrzędnych ognisk wszystkich wstrząsów. Wyznaczając minimum funkcji (2.5) ze względu na parametr k, otrzymamy współrzędne ognisk wszystkich wstrząsów oraz wartość parametru k reprezentatywną dla całego rejonu, z którego pochodzą wstrząsy. Przy odpowiednio dużej liczbie wstrząsów w, wyznaczenie szukanych elementów na podstawie funkcji (2.5) zapewnia bowiem eliminację oddziaływania przypadkowych błędów odczytów.

## 3. Metoda P

### 3.1. Lokalizacja ogniska jednego wstrząsu

#### 3.1.1. Sposób wykreślny

Sposób wykreślny lokalizacji ogniska wstrząsu według metody P, zwanej w przypadku płaskim metodą hiperbol, stosowany najczęściej w praktyce, opiera się na następujących założeniach:

- znana jest prędkość rozpatrywanej fali sejsmicznej,
- znane są różnice czasów wejścia fali na co najmniej trzy stacje sejsmograficzne parami biorąc.

Przy tych założeniach dla każdej pary stacji możemy wyznaczyć różnice odległości ogniska wstrząsu od stacji

$$\begin{aligned} \sqrt{(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2} - \sqrt{(x-x_2)^2 + (y-y_2)^2} &= v\,\Delta t_{1-2} \\ \sqrt{(x-x_2)^2 + (y-y_2)^2} - \sqrt{(x-x_3)^2 + (y-y_3)^2} &= v\,\Delta t_{2-3} , \end{aligned} \tag{3.1}$$

gdzie:

$x, y$ – nieznane współrzędne ogniska wstrząsu,

$x_i, y_i$ – współrzędne i-tej stacji,

$v$ – prędkość fali sejsmicznej,

$\Delta t_{1-2}$, $\Delta t_{2-3}$ – różnice czasów wsąpienia fali na stacje o numerach odpowiednio 1 i 2 oraz 2 i 3.

Analityczne rozwiązanie układu równań (3.1) ze względu na niewiadome x i y byłoby dość kłopotliwe, dlatego w praktyce wykreśla się krzywe opisane każdym z równań (3.1), otrzymując rozwiązanie w punkcie przecięcia się tych krzywych. Krzywe te są hiperbolami, które łatwo wykreślić, jeśli dobierze się odpowiednio układ współrzędnych, inny dla każdej pary stacji.

Przyjmując, że oś x przechodzi przez stacje 1 i 2, a jej początek leży w połowie odległości między stacjami, wtedy pierwsze z równań (3.1) można wyrazić wzorem

$$\frac{x^2}{c^2} - \frac{y^2}{a^2-c^2} = 1 , \qquad (3.2)$$

gdzie:

a - połowa odległości między stacjami,

$$c = \frac{1}{2} v \, \Delta t_{1-2} .$$

Z dwu gałęzi hiperboli opisanej wzorem (3.2) wykreślamy tę, którą wskazuje znak $\Delta t_{1-2}$.

W analogiczny sposób dobieramy układ współrzędnych i wykreślamy hiperbolę dla drugiej pary stacji.

### 3.1.2. Sposób analityczny - prędkość fal sejsmicznych znana

W celu analitycznego rozwiązania zagadnienia lokalizacji ognisk wstrząsów według metody P weźmiemy pod uwagę nieco inne dane wejściowe niż poprzednio, przy czym zmiana ta będzie mieć charakter czysto formalny; nie naruszy ona istoty metody. Obieramy mianowicie dla danego wstrząsu, w sposób najzupełniej dowolny, pewien moment, który nazwiemy umownym momentem zerowym i mierzymy dla każdej stacji czas $t_i$ (i = 1,2,3) między momentem wstąpienia fali na daną stację, a umownym momentem zerowym. Drogę przebytą przez fale sejsmiczne od ogniska wstrząsu do stacji możemy wtedy podzielić na dwie części: na drogę r = v.t przebytą w nieznanym czasie t, jaki upłynął od momentu wstrząsu do umownego momentu zerowego (jednakową dla wszystkich stacji), oraz na drogę $r_i = vt_i$ przebytą w czasie od momentu umownego do momentu wstąpienia. Przygotowane w opisany sposób dane oraz poczynione założenia pozwalają sporządzić układ równań

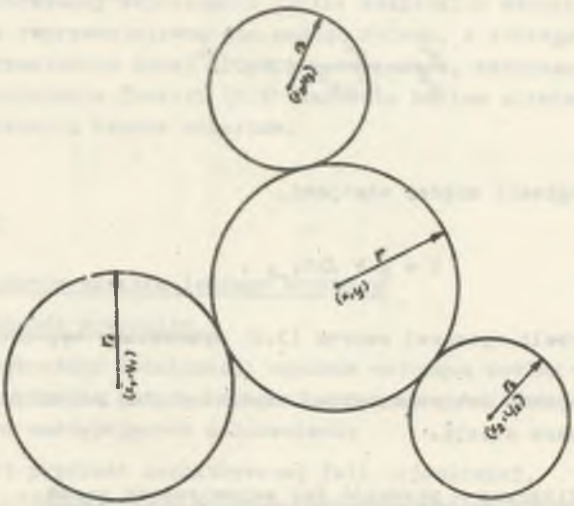
$$\sqrt{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2} = r + r_i \quad (i = 1,2,3) , \qquad (3.3)$$

gdzie:

$x,y$ - współrzędne ogniska wstrząsu,

$x_i, y_i$ - współrzędne i-tej stacji.

Graficzne rozwiązanie układu równań (3.3) polegałoby na wyznaczeniu promienia r i środka (x,y) okręgu stycznego do trzech danych okręgów o środkach $(x_i, y_i)$ i prodmieniach $r_i = vt_i$, co obrazuje rys. 1. Zadanie takie jednak, jak to wyniknie z podanych niżej wzorów, może mieć dwa rozwiązania.



Rys. 1. Graficzna interpretacja układu równań (3.3)

Podnosząc równania (3.3) obustronnie do kwadratu i odejmując je odpowiednio stronami dochodzi się do układu dwu równań liniowych ze względu na x i y, z których otrzymuje się

$$x = r\,A_1 + B_1\,,$$
$$y = r\,A_2 + B_2\,, \tag{3.4}$$

gdzie:

$$A_1 = \frac{-2}{C}\begin{vmatrix} 1 & r_1 & y_1 \\ 1 & r_2 & y_2 \\ 1 & r_3 & y_3 \end{vmatrix}\;;\quad A_2 = \frac{-2}{C}\begin{vmatrix} 1 & x_1 & r_1 \\ 1 & x_2 & r_2 \\ 1 & x_3 & r_3 \end{vmatrix}$$

$$B_1 = \frac{-1}{C}\begin{vmatrix} 1 & R_1 & y_1 \\ 1 & R_2 & y_2 \\ 1 & R_3 & y_3 \end{vmatrix}; \quad B_2 = \frac{-1}{C}\begin{vmatrix} 1 & x_1 & R_1 \\ 1 & x_2 & R_2 \\ 1 & x_3 & R_3 \end{vmatrix}$$

$$C = 2\begin{vmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \end{vmatrix}$$

$$R_i = r_i^2 - x_i^2 - y_i^2 .$$

Wielkość r występującą we wzorach (3.4) można otrzymać wstawiając wzory (3.4) np. do pierwszego z równań (3,3). Otrzymuje się stąd

$$r = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - AC}}{A}, \tag{3.5}$$

gdzie:

$$A = A_1^2 + A_2^2 - 1 ,$$

$$B = A_1 (B_1 - x_1) + A_2 (B_2 - y_1) - r_1 ,$$

$$C = (B_1 - x_1)^2 + (B_2 - y_1)^2 - r_1^2 .$$

Ze wzoru (3.5) wynika, że mogą istnieć dwie trójki liczb x,y,k spełniające układ równań (3.3).

Chcąc jednoznacznie zlokalizować ognisko wstrząsu, musielibyśmy dysponować danymi z czterech stacji sejsmograficznych, co pozwoliłoby poszerzyć układ (3.3) o równanie

$$\sqrt{(x - x_4)^2 + (y - y_4)^2} = r + r_4 , \tag{3.6}$$

gdzie:

$x_4$, $y_4$ – współrzędne czwartej stacji,

$r_4 = vt_4$,

$t_4$ – różnica czasu między momentem wstąpienia fali na czwartą stację a umownym momentem zerowym.

Z układu równań (3.3) poszerzonego o równanie (3.6), po obustronnym podniesieniu do kwadratu wszystkich równań oraz odpowiednim odejmowaniu stronami i dalszych przekształceniach, otrzymuje się

$$x = \frac{1}{D}\begin{vmatrix} 1 & R_1 & r_1 & y_1 \\ 1 & R_2 & r_2 & y_2 \\ 1 & R_3 & r_3 & y_3 \\ 1 & R_4 & r_4 & y_4 \end{vmatrix}; \quad y = \frac{1}{D}\begin{vmatrix} 1 & R_1 & x_1 & r_1 \\ 1 & R_2 & x_2 & r_2 \\ 1 & R_3 & x_3 & r_3 \\ 1 & R_4 & x_4 & r_4 \end{vmatrix}$$

$$r = -\frac{1}{D}\begin{vmatrix} 1 & R_1 & x_1 & y_1 \\ 1 & R_2 & x_2 & y_2 \\ 1 & R_3 & x_3 & y_3 \\ 1 & R_4 & x_4 & y_4 \end{vmatrix}; \quad D = 2\begin{vmatrix} 1 & r_1 & x_1 & y_1 \\ 1 & r_2 & x_2 & y_2 \\ 1 & r_3 & x_3 & y_3 \\ 1 & r_4 & x_4 & y_4 \end{vmatrix} \tag{3.7}$$

gdzie:

$$r_i = vt_i ,$$

$$R_i = r_i^2 - x_i^2 - y_i^2 .$$

### 3.1.3. Sposób analityczny - prędkość fal sejsmicznych nieznana

Zakładamy, jak poprzednio, że znane są różnice czasów $t_i$ między momentem wstąpienia fali na i-tą stację a umownym momentem zerowym. Liczba niewiadomych, które należy wyznaczyć wynosi 4. Są to: (x,y) - współrzędne ogniska, promień r = vt okręgu o środku w punkcie (x,y) stycznego do okręgów o środkach $(x_i, y_i)$ i promieniach $r_i = vt_i$ (patrz rys. 1) lub t - czas od momentu wstrząsu do umownego momentu zerowego oraz prędkość v.
W związku z tym musimy dysponować danymi z co najmniej czterech stacji, co pozwala sporządzić układ równań

$$\sqrt{(x-x_i)^2 + (y - y_i)^2} = r + r_i \quad (i = 1,2,3,4) \tag{3.8}$$

Rozwiązaniem układu równań (3.8) ze względu na x,y i r są wzory (3.7). Po rozpisaniu, polegającym na ujawnieniu niewiadomej v tkwiącej we wzorach (3.7), przyjmą one postać

$$x = v^2 E_x - F_x ,$$

$$y = v^2 E_y - F_y \,, \tag{3.9}$$

$$r = - v E_r + \frac{1}{v} F_r \,,$$

gdzie:

$$E_x = \frac{1}{G} \begin{vmatrix} 1 & t_1^2 & t_1 & y_1 \\ 1 & t_2^2 & t_2 & y_2 \\ 1 & t_3^2 & t_3 & y_3 \\ 1 & t_4^2 & t_4 & y_4 \end{vmatrix} ; \quad E_y = \frac{1}{G} \begin{vmatrix} 1 & t_1^2 & x_1 & t_1 \\ 1 & t_2^2 & x_2 & t_2 \\ 1 & t_3^2 & x_3 & t_3 \\ 1 & t_4^2 & x_4 & t_4 \end{vmatrix}$$

$$E_r = \frac{1}{G} \begin{vmatrix} 1 & t_1^2 & x_1 & y_1 \\ 1 & t_2^2 & x_2 & y_2 \\ 1 & t_3^2 & x_3 & y_3 \\ 1 & t_4^2 & x_4 & y_4 \end{vmatrix} ; \quad G = 2 \begin{vmatrix} 1 & t_1 & x_1 & y_1 \\ 1 & t_2 & x_2 & y_2 \\ 1 & t_3 & x_3 & y_3 \\ 1 & t_4 & x_4 & y_4 \end{vmatrix}$$

$F_x$, $F_y$, $F_r$ – powstaną ze wzorów na odpowiednie $E_x$, $E_y$, $E_r$, jeśli występującą w nich kolumnę $\{t_i^2\}$ zastąpimy przez kolumnę $\{x_i^2 + y_i^2\}$.

Niewiadomą v ze wzorów (3.9) wyznaczamy wstawiając je do jednego z równań (3.8). Po wstawieniu wzorów (3.9) do pierwszego z równań (3.8), otrzymujemy po przekształceniach

$$v^6(E_x^2+E_y^2) - v^4\left[2(E_xH_x+E_yH_y) + K_r^2\right] + v^2(H_x^2+H_y^2+2F_rK_r) - F_r^2 = 0, \tag{3.10}$$

gdzie:

$$H_x = F_x + x_1 \,,$$

$$H_y = F_y + y_1 \,,$$

$$K_r = E_r - t_1 \,.$$

Równanie (3.10) może mieć trzy rozwiązania rzeczywiste dodatnie. Mogą więc istnieć trzy czwórki liczb $(x,y,r,v)$ spełniające układ równań (3.3). Jednoznaczne rozwiązanie rozważanego zagadnienia jest możliwe przy spełnieniu jednego z dwu warunków:

1°. Dysponujemy danymi odnośnie co najmniej dwu wstrząsów. Wtedy dwie trójki rozwiązań $(v_1, v_2, v_3)$ równania (3.10), uzyskane dla każdego wstrząsu niezależnie, powinny posiadać element wspólny (przy idealnych danych).

2°. Dany wstrząs został zanotowany w pięciu stacjach. Wtedy układ równań (3.8) poszerzamy o piąte równanie

$$\sqrt{(x - x_5)^2 + (y - y_5)^2} = r + vt_5 . \tag{3.11}$$

Z poszerzonego układu równań otrzymujemy już tylko jedną wielkość v:

$$v^2 = \frac{2\,F_r(t_4-t_5) + W_5-W_4 + 2\,F_x(x_5-x_4) + 2\,F_y(y_5-y_4)}{2\,E_x(x_5-x_4) + 2\,E_y(y_5-y_4) + t_5^2 - t_4^2 - E_r(t_5-t_4)} =$$

$$= \frac{1}{M}\begin{vmatrix} 1 & W_1 & t_1 & x_1 & y_1 \\ 1 & W_2 & t_2 & x_2 & y_2 \\ 1 & W_3 & t_3 & x_3 & y_3 \\ 1 & W_4 & t_4 & x_4 & y_4 \\ 1 & W_5 & t_5 & x_5 & y_5 \end{vmatrix} , \tag{3.12}$$

gdzie:

$$W_i = x_i^2 + y_i^2 ,$$

M - jest wyznacznikiem, który powstanie z powyższego, jeśli kolumnę $\{W_i\}$ zastąpimy przez kolumnę $\{t_i^2\}$ .

Po wstawieniu wzoru (3.12) do wzorów (3.9) zlokalizujemy dany wstrząs jednoznacznie.

## 3.2. Jednoczesna lokalizacja dowolnej ilości wstrząsów

Ze względów opisanych już w punkcie 2.2 niniejszej pracy, trójki rozwiązań równania (3.10) otrzymane dla różnych wstrząsów mogą nie posiadać elementu wspólnego. Również prędkość fal sejsmicznych obliczana według wzoru (3.12) dla różnych wstrząsów będzie każdorazowo inna. Chcąc więc otrzy-

mać wielkość v reprezentatywną dla danego rejonu, należy ją obliczyć na podstawie większej ilości wstrząsów.

Załóżmy, że dysponujemy danymi odnośnie w wstrząsów, z których każdy został zanotowany na s stacjach ($w \geqslant 1$ i $s \geqslant 5$ lub $w \geqslant 2$ i $s \geqslant 4$). Dla każdego wstrząsu dobieramy w sposób najzupełniej dowolny umowny moment zerowy. Niech $(x_j, y_j)$ oznaczają współrzędne j-tej stacji, a $t_{ij}$ - czas od umownego momentu zerowego do momentu wstąpienia fali na j-tą stację wyznaczony dla i-tego wstrząsu. Niech będzie dana również jakakolwiek wartość prędkości fal v. Wtedy lokalizacja i-tego wstrząsu wyznaczona na podstawie kombinacji czwórkowej stacji o numerach j,l,m,n, przy założonej wartości v, będzie następująca (patrz: wzory 3.9):

$$x_i^{jlmn}(v) = \frac{1}{G_i^{jlmn}}\left( v^2 \begin{vmatrix} 1 & t_{ij}^2 & t_{ij} & y_j \\ 1 & t_{il}^2 & t_{il} & y_l \\ 1 & t_{im}^2 & t_{im} & y_m \\ 1 & t_{in}^2 & t_{in} & y_n \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 1 & W_j & t_{ij} & y_j \\ 1 & W_l & t_{il} & y_l \\ 1 & W_m & t_{im} & y_m \\ 1 & W_n & t_{in} & y_n \end{vmatrix} \right)$$

$$y_i^{jlmn}(v) = \frac{1}{G_i^{jlmn}}\left( v^2 \begin{vmatrix} 1 & t_{ij}^2 & x_j & t_{ij} \\ 1 & t_{il}^2 & x_l & t_{il} \\ 1 & t_{im}^2 & x_m & t_{im} \\ 1 & t_{in}^2 & x_n & t_{in} \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 1 & W_j & x_j & t_{ij} \\ 1 & W_l & x_l & t_{il} \\ 1 & W_m & x_m & t_{im} \\ 1 & W_n & x_n & t_{in} \end{vmatrix} \right) \tag{3.12}$$

j, l, m, n - parami różne,

gdzie:

$$W_j = x_j^2 + y_j^2$$

$$G_i^{jlmn} = \begin{vmatrix} 1 & t_{ij} & x_j & y_j \\ 1 & t_{il} & x_l & y_l \\ 1 & t_{im} & x_m & y_m \\ 1 & t_{in} & x_n & y_n \end{vmatrix} .$$

Droga przebyta przez falę sejsmiczną danego rodzaju od momentu i-tego wstrząsu do przyjętego dla tego wstrząsu umownego momentu zerowego, przy założeniach, jak wyżej, wyniesie

$$r_i^{jlmn}(v) = \frac{1}{G_i^{jlmn}}\left(-v\begin{vmatrix} 1 & t_{ij}^2 & x_j & y_j \\ 1 & t_{il}^2 & x_l & y_l \\ 1 & t_{im}^2 & x_m & y_m \\ 1 & t_{in}^2 & x_n & y_n \end{vmatrix} + \frac{1}{v}\begin{vmatrix} 1 & W_j & x_j & y_j \\ 1 & W_l & x_l & y_l \\ 1 & W_m & x_m & y_m \\ 1 & W_n & x_n & y_n \end{vmatrix}\right). \quad (3.14)$$

Miarą błędu lokalizacji opisanej wzorami (3.13) w odniesieniu do q-tej stacji ($q = 1,2,\ldots,s$) będzie

$$B_i^{jlmn:q}(v) = \sqrt{\left[x_q - x_i^{jlmn}(v)\right]^2 + \left[y_q - y_i^{jlmn}(v)\right]^2} - r_i^{jlmn}(v) - vt_{iq} \quad (3.15)$$

Wzór powyższy przedstawia odległość stacji od ogniska pomniejszoną o drogę przebytą przez fale od momentu wstrząsu do umownego momentu zerowego oraz o drogę przebytą w czasie od umownego momentu zerowego do momentu wstąpienia. Teoretycznie wielkość przedstawiona wzorem (3.15) powinna być oczywiście zerem.

Utwórzmy teraz funkcję, która będzie sumą kwadratów błędów lokalizacji po wszystkich stacjach, wszystkich kombinacjach czwórkowych stacji i wszystkich wstrząsach

$$B(v) = \sum_{i=1}^{w} \sum_{j<l<m<n}^{s} \sum_{q=1}^{s} \left[B_i^{jlmn:q}(v)\right]^2 . \quad (3.16)$$

Funkcja (3.16) może stanowić, podobnie jak funkcja (2.5), podstawę do wyznaczenia ognisk wszystkich wstrząsów. Wyznaczając minimum funkcji (3.16) ze względu na prędkość fal v, otrzymamy współrzędne ognisk wszystkich wstrząsów oraz wartość v reprezentatywną dla całego rejonu, z którego pochodzą wstrząsy.

## 4. Zakończenie

Wyprowadzone wzory i opisane w artykule algorytmy poziomej lokalizacji ognisk wstrząsów górotworu zostały ujęte w programach dla maszyny cyfrowej o nazwach POL9 i PL11, które są złożone w Ośrodku Obliczeniowym RZPW.

Dla odpowiedniego układu danych programy te, oprócz lokalizacji ognisk, wyznaczają również prędkości fal sejsmicznych [1], parametry funkcji tłumienia amplitudy i energię wstrząsów [2]. Należy również zaznaczyć, że oba programy z powodzeniem przeszły proces testowania na danych praktycznych. Wyniki tych testów, jak również sposób korzystania z programów, zostaną omówione w innym opracowaniu.

LITERATURA

[1] Drzęźla B., Mendecki A.: Algorytmy poziomej lokalizacji ognisk wstrząsów górotworu i wyznaczania prędkości fal sejsmicznych. Materiały i Prace Instytutu Geofizyki PAN (w druku).

[2] Dubiński J., Wierzchowska Z.: Metody obliczania energii wstrząsów na Górnym Śląsku. Prace GIG, 1973. Kom. nr 591.

[3] Górski M.: Azymutalne rejestracje wstrząsów. Materiały i Prace Inst. Geofizyki PAN, nr 67.

[4] Kijko A.: O optymalnym rozkładzie sejsmografów azymutalnych. Acta Montana 1975/32.

[5] Kijko A.: An algorithm a program for foci location in the region of Upper Silesia. Acta Montana 1975/32.

[6] Kijko A., Kopystyński J., Cichowicz A.: Numeryczne metody analizy zapisów wstrząsów i wyznaczanie położeń ogniska sejsmicznego. Przegląd Górniczy 1976/5.

НОВЫЕ МЕТОДЫ ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ ЛОКАЛИЗАЦИИ ОЧАГОВ УДАРОВ ГОРНОГО МАССИВА

Р е з ю м е

В статье даны метода горизонтальной локализации очагов ударов горного массива, будучи обобщением применяемыми на практике методов окружностей и гипербол. Первый метод определяет эпицентр ударов на основе разности времени появления соответствующих друг другу волн, поперечной и продольной, не меньше три сейсмографические станции (метод S-P). Во втором методе исходными данными являются разницы времён появления поперечной волны не меньше четыре станции (метод P). Существенным является то, что эти оба метода не требуют исходного знания скорости сейсмических волн.

NEW WAYS OF HORIZONTAL LOCATION OF OROGEN QUAKES

S u m m a r y

Two ways of horizontal location have been shown as a generalisation of the practically used circle and hyperbolic methods. The first determines quake centres by the time difference of two corresponding waves- longitudinal and transverse in three at least seismic monitoring posts (S-P method) - while the latter determines the centre by the time difference of four longitudinal waves reaching four at least posts. Both methods do not require knowledge as to the wave propagation rate.