

Tadeusz Kobylański  
Politechnika Wrocławska

PEWNE PROBLEMY STEROWANIA KOMPLEKSAMI OPERACJI TECHNOLOGICZNYCH  
Z UWZGLĘDNIENIEM ILOŚCI ODPADÓW.

**Streszczenie.** W pracy postawiono dwa zadania optymalizacji rozdziału zadań w kompleksie operacji niezależnych. Zadanie minimalizacji czasu przy ograniczonej ilości odpadu rozwiązano dla kompleksu dwóch operacji niezależnych o modelach reakcji chemicznych pierwszego rzędu. Dla modeli reakcji drugiego rzędu, np. dimeryzacji zaproponowano optymalizację czasu wykonania operacji przez podział na dwie fazy.

### 1. Wstęp

W sterowaniu złożonymi procesami technologicznymi rozważa się problem rozdziału zadań i zasobów pomiędzy kompleksami operacji. W znanych modelach operacji nie uwzględnia się powstawania określonych ilości odpadów. Tymczasem jak to przedstawiono w [1] rozważanie odpadów powstających w rzeczywistych procesach może istotnie zmieniać strukturę powiązań operacji /poprzez wprowadzenie recykli i nowych przepływów materiałowo-energetycznych/, zestaw zmiennych decyzyjnych, ilość i postać ograniczeń oraz kryterium optymalności.

W pracy badane są deterministyczne kompleksy operacji niezależnych o modelach operacji zakładających powstawanie odpadów /na przykładzie kompleksu dwóch operacji niezależnych z modelami reakcji chemicznej pierwszego rzędu prowadzonej w reaktorze stacjonarnym i liniowego modelu młyn - mielącego rudę miedzi-/. Ponadto porównano wynik z modelem bezodpadowym, oraz rozważono problem optymalizacji pracy pojedynczego agregatu /np. podczas reakcji dimeryzacji/ z uwzględnieniem odpadu zawracalnego /nieprzereagowanej substancji/.

### 2. Postawienie zadania

Oznaczenia:

- $m$  - ilość agregatów /operacji/
- $S_i$  - rozmiar zadania na  $i$ -tym agregacie
- $a_i$  - parametr  $i$ -tego agregatu
- $T_i$  - czas zajętości  $i$ -tego agregatu
- $W_i$  - odpad powstający w  $i$ -tym agregacie
- $S$  - całkowity rozmiar zadań do przetworzenia
- $W$  - całkowity odpad
- $T$  - całkowity czas zajętości agregatów /kompleksu/

$$T_i = \chi_i(S_i, a_i) \quad , \quad i = 1, 2, \dots, m$$

$$W_i = \varphi_i(S_i, a_i) \quad , \quad i = 1, 2, \dots, m$$

$$S_i \geq 0$$

$$\sum_{i=1}^m S_i = S$$

$$\sum_{i=1}^m W_i \leq W$$

Gdzie

$\chi_i(\dots)$ ,  $\varphi_i(\dots)$  - funkcje ciągłe,  $i=1, 2, \dots, m$

$\chi_i(\dots, a_i)$  - rosnąca nieujemna,  $i=1, 2, \dots, m$

$\varphi_i(\dots, a_i)$  - niemalejąca, nieujemna,  $i=1, 2, \dots, m$

$$\varphi_i(0, \dots) = 0$$

Zadanie 1. /minimalizacja czasu przy ograniczonym odpadzie/

$\min_{S_i, a_i} \max_i T_i$  przy ograniczeniach /S, W - dane/

$$\sum_{i=1}^m S_i = S \quad i \quad \sum_{i=1}^m W_i \leq W$$

Zadanie 2. /minimalizacja odpadu przy ograniczonym czasie/

$\min_{S_i, a_i} \sum_{i=1}^m W_i$  przy ograniczeniach /T, S - dane/

$$\max_i T_i \leq T \quad i \quad \sum_{i=1}^m S_i = S$$

### 3. Przypadek szczególny - modele liniowe

W dalszych rozważaniach za  $a_i$  przyjmijmy pozostałość do przetworzenia zadania w i-tym agregacie, tzn.

$$a_i = W_i$$

czyli funkcja  $\varphi_i$  jest wyjątkowo prostej postaci i nie zależy od  $S_i$ .

Sytuacja taka występuje często praktycznie, kiedy określamy jaki czas jest potrzebny do przereagowania S - W ilości substratów w reaktorze, albo do przemienienia S - W całej ilości rudy umieszczonej we młynie. Nie jest to bynajmniej jedyna możliwość, bowiem parametrem  $a_i$  może być, np. temperatura, w której przebiega reakcja, albo ilości katalizatorów itp.

Przykładami procesów odpadowych w omawianym tu sensie są reakcje chemiczne, procesy mielenia, procesy absorpcji, destylacja i inne. Ponieważ równania kinetyki reakcji chemicznych /pierwszego rzędu/ [2,3] i procesu mielenia [4,5,6] są tej samej postaci, rozważania przeprowadzimy na jednym przykładzie.

$$T_i = \frac{1}{k_i} \ln \frac{S_i}{W_i},$$

gdzie:  $k_i$  - współczynnik zależny od parametrów reakcji /temp., ciśnienia, katalizatorów/

Rozwiążemy zadanie 1 dla reakcji 1 rzędu.

Dane:

$n = 2$

$$T_1 = \frac{1}{k_1} \ln \frac{S_1}{W_1}$$

$S$

$W$

$$T_2 = \frac{1}{k_2} \ln \frac{S_2}{W_2}$$

$$S_1 + S_2 = S \quad W_1 + W_2 = W$$

Szukane:

$$\min_{S_1, S_2, W_1, W_2} \max \{ T_1, T_2 \} = T$$

$S_1, S_2, W_1, W_2$  a.

Wykażemy najpierw, że rozwiązanie optymalne ma własność  $T_1 = T_2 = T$

Dowód: Przypuśćmy, że  $T_1 > T_2$

Z ciągłości i monotoniczności funkcji logarytmicznej wynika, że istnieje takie  $S'_1 < S_1$ , które spełnia następujące warunki:

$$T_1 > T'_1 = \frac{1}{k_1} \ln \frac{S'_1}{W_1}$$

$$T'_1 \geq T_2 = \frac{1}{k_2} \ln \frac{S - S'_1}{W - W_1} > T_2$$

zatem rozwiązanie  $S'_1, W_1, S - S'_1, W - W_1$  daje mniejszy czas realizacji kompleksu, co przeczy optymalności  $S_1, W_1, S - S_1, W - W_1$ .

**Uwaga:** W przedstawianym modelu ograniczenie nierównościowe na odpad w sposób oczywisty staje się ograniczeniem równościowym.

Mamy zatem do rozwiązania układ trzech równań z czterema niewiadomymi

$S_1, S_2, W_1, W_2$ .

$$\begin{cases} \frac{1}{k_1} \ln \frac{S_1}{W_1} = \frac{1}{k_2} \ln \frac{S_2}{W_2} \\ S_1 + S_2 = S \\ W_1 + W_2 = W \end{cases}$$

$$S_1 + S_2 = S$$

$$W_1 + W_2 = W$$

Rozwiązaniem tego układu jest następujące równanie izochrony

$$S_1 \left( \frac{k_2}{W - W_1} \right)^{k_1} = W_1 \left( S - S_1 \right)^{k_2}$$

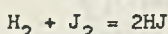
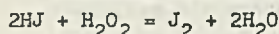
$$S_2 = S - S_1$$

$$W_2 = W - W_1$$

Analizując uzyskane rozwiązanie można powiedzieć, że podział zadań pomiędzy agregaty jest dowolny, w tym sensie, że zawsze można tak dobrać ilości odpadów na poszczególnych agregatach, aby czasy przetwarzania były równe oraz założona odpadowość nie była przekroczona. Aby wybrać którąś z możliwości należy uwzględnić dodatkowe warunki lub kryteria. Zatem dodanie nowych ograniczeń - przy rozszerzeniu zbioru zmiennych decyzyjnych - nie spowodowało zmniejszenia zbioru rozwiązań dopuszczalnych, a nawet powiększyło go.

#### 4. Przykład operacji pojedynczej z odpadem zawracalnym

Przebieg reakcji chemicznych drugiego rzędu, np.



reakcje dimeryzacji i inne opisuje równanie:

$$T = \frac{1}{k} \left( \frac{S}{W} - 1 \right),$$

gdzie:  $k$  - współczynnik szybkości operacji.

Rozważmy zadanie dwuetapowego prowadzenia reakcji z pośrednią ilością odpadu /nieprzereagowanej substancji/  $X$ .

$$T^* = T_{\text{I}} + T_{\text{II}} = \frac{1}{k} \left( \frac{S}{X} - 1 + \frac{X}{W} - 1 \right),$$

gdzie:  $T_{\text{I}}$ ,  $T_{\text{II}}$  czasy trwania pierwszego i drugiego etapu.

Wyznaczmy  $X$  tak, aby

$$T^*(X) = \min_X T^* < T$$

$$\frac{S}{X} + \frac{X}{W} - 2 < \frac{S}{W} - 1$$

$$SW + X^2 < SX + WX$$

$$X^2 - S + W X + SW < 0$$

$$\Delta = (S+W)^2 - 4SW = (S-W)^2$$

$$X_1 = W \quad X_2 = S$$

$$T^*(X) = \frac{1}{k} \frac{SW + X^2 - 2WX}{XW} \quad \text{minimalizujemy po } X$$

$$T^{*'} = \frac{1}{k} \left( \frac{1}{W} - \frac{S}{X^2} \right) = 0$$

$$X = \sqrt{SW} \quad \text{/średnia geometryczna/}$$

Oszczędność czasu wynosi

$$T - T^* = \frac{1}{k} \left( \frac{S}{W} - 1 \right)^2.$$

Procentowa oszczędność czasu  $p$  jest równa:

$$p = \frac{T - T^*}{T} = \frac{\left(\frac{S}{W} - 1\right)^2}{\frac{S}{W} - 1}$$

Dla  $\frac{S}{W} = 50$   $p \approx \frac{36}{49} \approx 70 \%$

Dla  $\frac{S}{W} = 10$   $p \approx \frac{5}{9} \approx 50 \%$

Dla  $\frac{S}{W} = 4$   $p = \frac{1}{3} \approx 30 \%$

Podany model zakłada możliwość łatwego /o pomijalnym czasie trwania/ rozdziału produktów reakcji od substraktów i niezmienny w czasie współczynnik szybkości reakcji  $k$ . Wyznaczone zależności najlepiej opisują reakcje przebiegające w reaktorach stacjonarnych.

### 5. Uwagi końcowe

Badany w przypadku szczególnym model reakcji pierwszego rzędu można zastąpić modelem reakcji rzędu  $n$  ( $n \neq 1$ ), w którym

$$T_1 = \frac{1}{K_1} \left( \frac{S_1}{W_1} \right)^{n-1} - 1$$

a metoda rozwiązania nie zmieni się. Porównanie wyniku optymalizacji uwzględniającej odpady, tj. rozwiązania z jednym stopniem swobody, ze znanym [7] wynikiem dającym rozdział jednoznaczny dla modelu bezodpadowego wskazuje na celowość uwzględnienia dodatkowych wymogów dla rozwiązania dopuszczalnego.

Również model operacji pojedynczej rzędu większego od 1 może być rozpatrywany analogicznie do sposobu przedstawionego w pracy, a optymalnym etapem pośrednim będzie nadal średnia geometryczna.

### LITERATURA

- [1] Bubnicki Z., Czechowicz K., Puchała E., Świątek J.: Opracowanie porównawczych metod analizy bilansów materiałowych i energetycznych w układach produkcyjnych w celu optymalizacji procesów technologicznych przy uwzględnieniu ilości odpadów. Raport - SPRAWOZDANIA nr 6 ISTS Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 1982.
- [2] Pogoń K., Różewicz Z., "Chemia fizyczna", PWN, Warszawa 1980.
- [3] Serwiński M.: "Zasady inżynierii chemicznej" WNT, Warszawa 1976
- [4] Aner A., Model i identyfikacja procesu mielenia. Prace VII KKA, Rzeszów 1977
- [5] Rojek R.: Model matematyczny procesu mielenia ciągłego w młynach bębnowych dla celów sterowania. Prace VII KKA, Rzeszów 1977.

- [6] Rojek R.: Model dyskretny procesu mielenia ciągłego, Prace VII KKA, Rzeszów 1977.
- [7] Bubnicki Z., i inni: Algorytmy sterowania kompleksem operacji. Raport nr 6 ICT Pol.Wr., Wrocław 1972.

Recenzent: Doc.dr hab.inż.Konrad Wala  
 Wpłynęło do Redakcji do 30.03.1984r.

#### НЕКОТОРЫЕ ПРОБЛЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ КОМПЛЕКСАМИ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ОПЕРАЦИЙ С УЧЕТОМ КОЛИЧЕСТВА ОТХОДОВ

#### Р е з ю м е

В работе представлены две задачи оптимизации распределения заданий в комплексе независимых операций. Задачу минимизации времени при ограниченном количестве отходов решено для комплекса двух независимых операций с моделями химических реакций первого порядка, например: димеризации. Предложена оптимизация времени выполнения операций путём деления на две фазы.

#### SOME PROBLEMS OF COMPLEX OF OPERATIONS CONTROL CONSIDERING WASTE

#### S u m m a r y

In this paper two optimization problems of job allocation among independent operations has been settled. Time-optimal problem with limited waste is solved for operation models of first-rank chemical reaction. Two stage aproch has been proposed for second-rank chemical reaction models to optimize the operation time.