ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1984
Seria: AUTOMATYKA z. 74 Nr kol. 810

Henryk Potrzebowski
Instytut Badań Systemowych PAN

MODELE PLANOWANIA PRODUKCJI W WARUNKACH ZDETERMINOWANYCH

Streszczenie. W pracy omówiono typowe zdeterminowane zagadnienie planowania produkcji i jego uogólnienia. Przytoczono ważniejsze wyniki z analizy złożoności obliczeniowej. Omówiono podstawowe algorytmy wielomianowe. Rozważono modyfikacje ogólnego modelu planowania ułatwiające korzystanie z firmowych pakietów programowania liniowego.

1. Wprowadzenie

Przedmiotem rozważań są deterministyczne problemy planowania polegające na wyznaczeniu wielookresowego planu produkcji charakteryzującego się minimalnym kosztem produkcji oraz pełnym pokryciem potrzeb zasobowych jak i zapotrzebowań na wielkość produkcji. Problemy te mieszczą się w grupie ogólnych problemów harmonogramowania produkcji, są typowe dla organizacji produkcji niepowtarzalnej (acyklicznej). Należy też przyjąć, że rozpatrywane problemy są podrzędne względem problemów doboru asortymentu produkcji i że są nadrzędne względem problemów szeregowania bieżących zadań produkcyjnych.

W celu sformułowania jednoasortymentowego zagadnienia planowania produkcji horyzont planowania dzielimy na $m>1$ przedziałów planowania. Dla kolejnego i-tego przedziału planowania $(i=1,\dots,m)$ w R^1_+ określamy następujące wielkości: x_i - wielkość produkcji, I_i - wielkość zapasu na koniec i-tego przedziału, c_i - możliwość produkcyjną, d_i - wielkość zapotrzebowania na produkcję, s_i - koszt przygotowania produkcji, p_i - jednostkowy koszt produkcji i h_i - jednostkowy koszt składowania. Typowe jednoasortymentowe zagadnienie planowania produkcji P polega na minimalizacji kosztu produkcji

$$v(P) = \min\Big(\sum_{i=1,\dots,m|x_i>0} s_i + \sum_{i=1}^{m} p_i x_i + \sum_{i=1}^{m} h_i I_i\Big) \quad (1)$$

przy warunkach

$$I_{i-1} + x_i - I_i = d_i \quad , \quad i=1,\dots,m \quad (2)$$

$$x_i \leq c_i \quad , \quad i=1,\dots,m \quad (3)$$

$$x_i, I_i \geq 0 \quad , \quad i=1,\dots,m \quad (4)$$

Trzy człony kosztu $v(P)$ oznaczają odpowiednio koszt przygotowania produkcji, koszt produkcji i koszt składowania produktów. Zgodnie z (2) suma zapasu na koniec i-1-go przedziału plus wielkość produkcji w i-tym przedziale pomniejszona o wielkość zapasu końcowego dla i-tego przedziału równa jest wielkości zapotrzebowania na produkcję dla tego przedziału. Zgodnie z (3) wielkość produkcji nie może przekraczać możliwości produkcyjnych.

Jeżeli $d_i < c_i \ \forall_i$, to istnieje możliwość wykonania produkcji w wysokości $x_i = d_i$ bez przyśpieszeń i bez opóźnień. Jeżeli dla $D_i = \sum_{j=1}^{i} d_j$, $C_i = \sum_{j=1}^{i} c_j$

$$I_0 + D_i < C_i \ , \quad i=1,\dots,m \tag{5}$$

to problem P jest niesprzeczny i istnieje możliwość wykonania produkcji w wielkościach d_i bez opóźnień.

Główne zastosowanie zagadnienia planowania jednoasortymentowego wynika z funkcji agregacyjnych, jakie ono pełni względem wieloasortymentowych i wielozasobowych modeli planowania. Jedno z zastosowań wiąże się z określeniem zagregowanych ocen możliwości wykonania zadań produkcyjnych, drugie - z zastosowaniem w budowie hierarchicznych procedur planowania.

Deterministyczne zagadnienie planowania produkcji ma już swoje miejsce w literaturze poświęconej badaniom operacyjnym i programowaniu matematycznemu (patrz, np [4,5]). Na podkreślenie zasługują prace Bitrana, Yanassego [1] oraz Floriana, Lenstry i Rinnoya Kana [3], które badają to zagadnienie pod kątem teorii złożoności obliczeniowej. Jeżeli przyjęć za sukces wskazanie algorytmu wielomianowego o możliwie najniższym stopniu, to sukcesów takich zanotowano dużo w przypadku rozpatrywanego zagadnienia jednoasortymentowego.

W [3] pokazano, że w P istnieje równoważne przekształcenie wielomianowe problemu PODZIAŁ:

Dane są liczby całkowite dodatnie $a_1,\dots,a_m, A$. Czy istnieje $S \subset M = \{1,\dots,m\}$ takie, że $\sum_{i \in S} a_i = A$?

Przekształcając należy przyjęć $s_i=1$, $p_i=(a_i-1)/a_i$, $c_i=a_i$. Oznacza to, że w ogólnym przypadku P jest problemem NP-trudnym.

Z [1] wynika, że wieloasortymentowe problemy planowania, chyba tylko poza przypadkiem zerowych kosztów przygotowania produkcji, są NP-trudne.

W p. 2 omówione zostaną podstawowe własności i algorytmy dla zagadnienia planowania jednoasortymentowego. Zagadnienia planowania wieloasortymentowego przedstawiono w p. 3. Zagadnienia ogólniejsze i ich modyfikacje zorientowane na wykorzystanie firmowych pakietów programowania liniowego mieszanego omówimy w p. 4.

2. Algorytmy planowania jednoasortymentowego

Dla zagadnienia P niesprzecznego istnieje równoważny problem P' z zapotrzebowaniami $d_i' < c_i$, wyznaczanymi w $\mathcal{O}(m)$ krokach za pomocą następującego algorytmu:

$I=0$

Dla $i=m,m-1,\ldots,1$ wykonaj:

$$I = I + d_i, \quad d_i' = \min\{I, c_i\}, \quad I = I - d'_i \tag{6}$$

Bez straty optymalności można przyjąć $I_m=0$.

Przy założeniu całkowitoliczbowości d_i, c_i w [3] rozwiązano problem P metodą programowania dynamicznego zgodnie z następującą procedurą rekurencyjną:

$$v_0(I_0) = 0$$

$$Y_i(X) = \min_{x \in U_i(X)} \{ v_{i-1}(X-x) + p_i(x) \} + h_i(X-D_i), \quad i=1,\ldots,m \tag{7}$$

gdzie

$$X \in Y_i, \quad (X-x) \in Y_{i-1}; \quad Y_0 = \{I_0\}$$

Wielkość Y_i jest zbiorem dopuszczalnych skumulowanych poziomów produkcji, $Y_i \subseteq \{D_i, D_i+1, \ldots, D_m\}$, $U_i(X)$ dla $X \in Y_i$ jest zbiorem dopuszczalnych wielkości produkcji w i-tym przedziale, $U_i(X) \subseteq \{0,1,\ldots, \min(c_i, X-D_{i-1})\}$.

Pseudowielomianowa procedura (7) rozwiązuje P w $\mathcal{O}(C_m D_m)$ krokach.

Problem P można rozpatrywać jako jednoskładnikowe zagadnienie przepływu na sieci z wklęsłą funkcją kosztów i ograniczeniami pojemnościowymi na łukach. Rozwiązanie optymalne dla P jest punktem ekstremalnym wielościanu wypukłego opisanego przez ograniczenia (2),...,(4). Korzystając z tego Florian i Klein [2] pokazali, że optymalny plan (x,I) składa się w ogólności z ciągu podplanów charakteryzujących się następującymi własnościami:

(i) dla każdego przedziału wielkość zapasu końcowego $I_i>0$ z wyjątkiem przedziału ostatniego, gdzie $I_i=0$.

(ii) w każdym przedziale z wyjątkiem co najwyżej jednego poziom produkcji $x_i=c_i$ albo $x_i=0$.

Wynika z tego, że do rozwiązania zagadnienia P można użyć następującej $\mathcal{O}(m^2)$ procedury rekurencyjnej:

$$v_0=0\ ;\ v_l = \min_{0\leq k<l}\{v_k+u_{kl}\}\ ,\quad l=1,\dots,m \tag{8}$$

gdzie u_{kl} jest wartością podproblemu P_{kl} sformułowanego dla przedziałów $k+1,k+2,\dots,l$ i zachowującego (i), (ii) (kładziemy $u_{kl}=\infty$ jeżeli P jest sprzeczny).

Praca [3] wskazuje na celowość użycia procedury (7) do rozwiązywania podproblemów P_{kl}. W przypadku jednakowych możliwości produkcyjnych, tj. $c_i=c\ \forall_i$ w najgorszym przypadku podejście pozwala rozwiązać P w $\mathcal{O}(m^4)$ krokach. Jeżeli możliwości produkcyjne są nieograniczone ($c_i=\infty$) dla każdego P_{kl} można przyjąć $x_{k+1}=D_l-D_k$, $x_{k+2}=0,\dots,x_l=0$, co dla P daje algorytm o czasie obliczeń $\mathcal{O}(m^2)$.

Wiele nieco już spektakularnych wyników z analizy złożoności obliczeniowej problemów planowania uzyskano w [1]. Zakładając $d_i\leq c_i$ pokazano, że w przypadku $s_i\geq s_{i+1}, p_i\geq p_{i+1}, c_i\leq c_{i+1}$ i dowolnych h_i istnieje co najmniej jeden plan optymalny (x,I), dla którego

$$I_{i-1}< d_i \quad \text{dla każdego } i \text{ takiego, że } I_{i-1}x_i>0 \tag{9}$$

Korzystając z (9) na bazie (8) autorzy [1] pokazali następujący algorytm rozwiązywania P w czasie $\mathcal{O}(m^4)$.

Niech $P_{kl}(q)$ będzie parametrycznym podproblemem z warunkiem $x_{k+1}=d_{k+1}+q\leq c_{k+1}$. Z (9) wynika, że dla $P_{kl}(q)$ niesprzecznego istnieje jedna i zarazem optymalna wartość q obliczana w $\mathcal{O}(l-k)$ krokach w sposób następujący:

$$x_{k+1} = d_{k+1}+q$$

$$x_h = 0 \quad \text{jeżeli} \quad I_{h-1}\geq d_h \quad \text{albo} \quad x_h = c_h \quad \text{jeżeli} \quad I_{h-1}< d_h,\ h=k+2,\dots,l$$

W celu rozwiązania P_{kl} należy dokonać przeglądu rozwiązań dla $q=d_{k+1}+1, d_{k+1}+2,\dots,c_{k+1}$. Okazuje się, że istotnych zmian parametru q jest $\mathcal{O}(l-k)^2$ ponieważ kolejne q można zwiększać o $\Delta q=\min_h\{d_h-I_{h-1}\}$. Dla P_{kl} daje to czas $\mathcal{O}((l-k)^3)$. Rozwiązując P_{kl} jednocześnie rozwiązujemy każde P_{kh} dla $k\leq h\leq l$. Tym samym rozwiązując podproblemy w kolejności $P_{1m}, P_{2m},\dots,P_{m-1,m}$ w najgorszym przypadku otrzymujemy dla P czas $\mathcal{O}(m^4)$.

Jeżeli $c_i=\text{const}$, wartość q można obliczyć apriorii. Wtedy wynikowy czas obliczeń dla P maleje do $\mathcal{O}(m^3)$.

Należy zwrócić uwagę na kilka prostych algorytmów rozwiązywania P zbudowanych na nieco innych zasadach.

Jeżeli $s_i=s$, $p_i=p$, $h_i=0$ algorytm wykorzystujący w pierwszej kolejności największe możliwości produkcyjne daje rozwiązanie w czasie $\mathcal{O}(m\log m)$.

Jeżeli $s_i\leq s_{i+1}$, $p_i\leq p_{i+1}$, $h_i=0$ to przy niemalejących c_i istnieje dla P algorytm o czasie obliczeń $\mathcal{O}(m)$. Wyznaczenie $d_i\leq c_i$ jest rów-

noważne z rozwiązaniem P dla $s_i=p_i=0$ i $h_i=1$ (patrz (6)).

3. Modele planowania wieloasortymentowego

Wieloasortymentowe zagadnienie planowania produkcji P_n dla $n>1$ asortymentów polega na minimalizacji kosztu produkcji

$$v(P_n)=\min \sum_{j=1}^{n}\Big(\sum_{i=1,\dots,m|x_{ij}>0} s_{ij}+\sum_{i=1}^{m} p_{ij}x_{ij}+\sum_{i=1}^{m} h_{ij}I_{ij}\Big) \tag{10}$$

przy warunkach

$$I_{i-1}+x_{ij}-I_{ij}=d_{ij} \quad i=1,\dots,m,\ j=1,\dots,n \tag{11}$$

$$\sum_{j=1}^{m} x_{ij}\leqslant c_i \quad i=1,\dots,m \tag{12}$$

$$x_{ij},\ I_{ij}\geqslant 0 \quad i=1,\dots,m,\ j=1,\dots,n \tag{13}$$

gdzie $x_{ij}, I_{ij}, d_{ij}, s_{ij}, p_{ij}, h_{ij}\in R_+$ oznaczają odpowiednio wielkość produkcji, wielkość zapasu końcowego, wielkość zapotrzebowania na produkcję oraz koszt przygotowania produkcji, jednostkowy koszt produkcji i jednostkowy koszt składowania. Wielkości c_i oznaczają możliwości produkcyjne. Przyjmuje się, że dane są stany początkowe zapasów $I_{0j}\geqslant 0$, można założyć $I_{mj}=0$. Koszty przygotowania produkcji są niezależne od innych asortymentów.

W [1] pokazano, że dla PODZIAŁu istnieje równoważne przekształcenie wielomianowe w P2 postaci $d_{ij}=0$ dla $i\neq m$, $d_{mj}=\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{m} a_i$, $s_{ij}=1$, $p_{ij}=0$, $h_{ij}=0$ i $c_i=a_i$, co dowodzi, że wieloasortymentowy problem planowania z niezerowymi kosztami przygotowania produkcji jest NP-trudny.

W [7] zwrócono uwagę, że dla $s_{ij}=1$, $p_{ij}=h_{ij}=0$ zagadnienie P_n jest zagadnieniem wydłużenia przeciętnej długości serii produkcyjnej.

W przypadku $s_{ij}=p_{ij}=0$ i $h_{ij}=1$ zagadnienie P_n jest zagadnieniem minimalizacji średniego poziomu zapasów.

Rozpatrzmy uogólnienie P_n polegające na wprowadzeniu współczynników $a_{ij}\neq 1$ do ograniczeń (12) w sposób następujący:

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_{ij}\leqslant c_i\ , \quad i=1,\dots,m \tag{12'}$$

W [7] pokazano, że dla P_n z warunkiem (12') przy $I_{0j}=0$, $s_{ij}=0$.

$a_{ij}=a_i$ oraz $p_{ij}=p_i$ i $h_{ij}=h_i$ takich, że

$$p_i+\sum_{k=i}^{m} h_k \geq p_{i+1}+\sum_{k=i+1}^{m} h_k$$

istnieje $\mathcal{O}(n(\log n + m))$ algorytm Z:

1. Listę asortymentów posortuj w kolejności $a_j \leq a_{j+1}$. Podstaw $I_j=0$ $\forall j$.
2. Dla $i=m,m-1,\ldots,1$ wykonaj:

   $b = c_i$

   Dla $j=1,\ldots,n$ jeżeli $b \neq 0$ wykonaj:

   $I_j=I_j+d_{ij}$, $x_{ij}=\min\{I_j, b/a_j\}$,

   $I_j=I_j-x_{ij}$, $I_{ij}=I_j$, $b=b-a_jx_{ij}$

Dla $a_{ij}=0$, dowolnych p_{ij}, h_{ij}, a_{ij} i przy braku warunku całkowitoliczbowości na zmienne x_{ij} zagadnienie P_n w terminach teorii złożoności obliczeniowej jest łatwe, ale znany wielomianowy algorytm elipsoidalny praktycznie nie ma tu zastosowania.

Do rozwiązania zagadnienia wydłużenia przeciętnej serii produkcyjnej przy zerowych zapasach początkowych ($I_{oj}=0$) i $a_{ij}=a_j$ w [7] zaproponowano następujący $\mathcal{O}(m\, n \log n)$ algorytm S:

1. Podstaw $I_j=0$, $j=1,\ldots,n$
2. Dla $i=m,m-1,\ldots,1$ wykonaj:

   $b=c_i$, $I_j=I_j+d_{ij}$ dla $j=1,\ldots,n$. Listę asortymentów posortuj w kolejności $I_j \geq I_{j+1}$.

   Dla $j=1,\ldots,n$ jeżeli $b\neq 0$ wykonaj:

   $x_{ij}=\min\{I_j, b/a_j\}$, $I_j=I_j-x_{ij}$, $I_{ij}=I_j$, $b=b-a_jx_{ij}$

Zagadnienie jest jednak NP-trudne i algorytm S daje rozwiązanie przybliżone.

4. Ogólne zagadnienia planowania a metody programowania liniowego

Jeżeli do rozwiązania jednoasortymentowego zagadnienia planownia produkcji nie dysponujemy skutecznym algorytmem wielomianowym, to do jego rozwiązania można użyć przepływowych algorytmów rozwiązywania zagadnień na sieciach z wklęsłą funkcją kosztów i pojemnościami na łukach.

Ogólną metodą rozwiązywania wieloasortymentowych zagadnień planowania produkcji są niewątpliwie metody programowania liniowego ciągłego, całkowitoliczbowego i mieszanego. Rozwiązując tę drogą zagadnienie P_n należy wprowadzić zmienne całkowitoliczbowe $z_{ij} \in \{0,1\}$ i związać je ze zmiennymi x_{ij}. Prowadzi to do rozwiązania mieszanego zagadnienia programowania liniowego minimalizacji kosztu

$$v(P_n)=\min\left(\sum_{ij} s_{ij}z_{ij}+\sum_{ij} p_{ij}x_{ij}+\sum_{ij} h_{ij}I_{ij}\right) \tag{14}$$

przy warunkach (11), (12), (13) oraz warunkach

$$x_{ij}-Mz_{ij}\leqslant 0 \quad i=1,\dots,m,\ j=1,\dots,n \tag{15}$$

$$0\leqslant z_{ij}\leqslant 1 \quad i=1,\dots,m,\ j=1,\dots,n \tag{16}$$

$$z_{ij} \text{ - całkowitoliczbowe} \quad i=1,\dots,m,\ j=1,\dots,n \tag{17}$$

Należy przy tym przyjąć $M>\max_j\left\{\sum_i d_{ij}\right\}$.

W nowej postaci P_n ma $2mn$ zmiennych ciągłych, mn zmiennych binarnych oraz $3mn+m$ ograniczeń (nie wliczając (13), (17)). Ponieważ o stopniu trudności w rozwiązywaniu P_n decyduje liczba zmiennych binarnych (w najgorszym przypadku czas rozwiązywania rośnie wykładniczo od liczby tych zmiennych) praktycznie często będziemy musieli rezygnować z warunku (17). Oznacza to ograniczenie się do planu będącego rozwiązaniem P_n zrelaksowanego.

Zwykle zdarza się, że nie ma możliwości określenia rzeczywistych kosztów s_{ij}, p_{ij} i h_{ij}. Wtedy najlepiej wprowadzić parametry S, P, H i po podstawieniu $s_{ij}=S$, $p_{ij}=P$, $h_{ij}=H$ rozwiązywać parametryczny problem planowania wybierając pomiędzy wielkością zapasów, kosztem produkcji a długością serii.

Warunek (12) lub (12') obowiązuje jeżeli na plan (x,I) nałożone jest ograniczenie pochodzące od jednego rodzaju zasobu. W przypadku liczby zasobów $r>1$ mamy <u>wielozasobowe zagadnienie planowania</u>, w którym miejsce (12) zajmuje nierówność

$$Ax_i\leqslant C_i\ ,\quad i=1,\dots,m \tag{12''}$$

gdzie: A jest macierzą potrzeb zasobowych wymiaru $p\times n$, a C_i - wektorem ilości dysponowanych zasobów wymiaru p.

Szczególnie w przypadku zagadnienia wielozasobowego praktyczne znaczenie ma problem niesprzeczności zagadnienia planowania. Formalnie unikamy tego problemu wprowadzając do (12") wektor $Y_i\geqslant 0$ pomocniczych zmiennych ciągłych:

$$Ax_i - Y_i \leq C_i \ , \quad i=1,\dots,m \qquad (12^m)$$

Dodane zmienne y_{ik} wprowadzamy do funkcji kosztu (14) karząc je, np. stałym kosztem U. Jeżeli wynikowe $y_{ik}=0$ oznacza to niesprzeczność P_n. Inaczej, wielkości y_{ik} sugerują miejsce i czas podjęcia odpowiednich zabiegów organizacyjnych.

Firmowe pakiety programowania liniowego zwykle nakładają ograniczenia na liczbę asortymentów n, liczbę zasobów p i liczbę przedziałów m. Zmusza to wtedy do agregacji danych i dezagregacji planu wynikowego (x,I).

Raport [6] jest przykładem wykorzystania jednego z pakietów firmowych do rozwiązania praktycznego problemu planowania.

5. Zakończenie

Metody optymalizacyjne w planowaniu produkcji stwarzają możliwość wypracowania doskonalszej organizacji procesu produkcji, wymagają jednak starannego doboru modelu, metody jego rozwiązania a także powiązania z określoną bazą danych.

W odczuciu autora omówione modele korespondują z potrzebami doskonalenia organizacji procesów produkcyjnych poprzez uwydatnienie takich jego cech jak długoseryjność produkcji, poziom zapasów, stopień pokrycia potrzeb zasobowych i inne. W pracy pominięto drugorzędne zagadnienie kodyfikacji problemów planowania podjęte w [1], ograniczając się do przeglądu możliwości ich rozwiązania, rozpoczynając od problemów prostszych i kończąc na bardziej złożonych.

Wiele komercyjnych systemów planowania produkcji ma charakter systemów ewidencyjnych. Wyposażone są one głównie w moduły utrzymywania i aktualizacji zbiorów danych (kartotek), moduły wykorzystywania zagregowanych zestawień dotyczących efektów, kosztów, zasobów i innych. W tej sytuacji modele planowania produkcji stanowić mogą doskonałe uzupełnienie modułu aktualizacji stanu kartotek w części dotyczącej planów produkcji.

Literatura

[1]. Bitran R.G., Yanasse H.H.: Computational Complexity of the Capacitated Lot Size Problem. Management Sci. Vol.28, No.10, 1982.

[2]. Florian M. and Klein M.: Deterministic Production Planning with Concave Costs and Capacity Constraints. Management Sci., Vol.18, No.1, 1971.

[3]. ———, Lenstra J.K. and Rinnooy Kan A.H.G.: Deterministic Pro-

duction Planning: Algorithms and Complexity. Management Sci., Vol.26 No.7, 1980.

[4] Garey M.R. and Johnson D.S.: Computers and Intractability: A Guide to the theory of NP-Completeness. Freeman, San Francisco, Calif., 1979 (istnieje przykład w j.rosyjskim).

[5] Graves S.C.: A Review of Production Scheduling. Operations Research, Vol.29, 1981.

[6] Potrzebowski H., Dudziński K., K. Szkatuła, B. Waluk: Modele planowania dla Zakładu P-2. Modyfikacje, udoskonalenia i projekt techniczny systemu optymalizacji harmonogramu głównego. Praca ZPM-22/83 w IBS PAN.

[7] Potrzebowski H., K. Dudziński, K. Szkatuła: Modele planowania produkcji w przedsiębiorstwie ze szczególnym uwzględnieniem uogólnionego modelu załadunku. Praca ZPM-50/30-28/83 w IBS PAN.

Recenzent: Doc.dr hab.inż.Tadeusz Sawik

Wpłynęło do Redakcji do 30.03.1984r.

ЗАДАЧИ ПЛАНИРОВАНИЯ ПРОИЗВОДСТВА В ДЕТЕРМИНИРОВАННЫХ УСЛОВИЯХ

Р е з ю м е

В работе рассматривается типичная детерминированная задача планирования производства и её обобщения. Приведены самые важные результаты по теории вычислительной сложности. Описаны основные полиномиальные алгоритмы. Для общей задачи планирования производства рассмотрены её модификации , позволяющие на использование пакетов линейного программирования.

PRODUCTION PLANNING UNDER DETERMINISTIC CONDITIONS

S u m m a r y

The paper deals with a typical deterministic production planning problem and its generalizations. The basic computational complexity results are given and the main efficient solutions procedures are described. The modifications of the general planning problem which facilitate using the MIP-type systems are presented.