ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1984
Seria: AUTOMATYKA z. 74 Nr kol. 810

Konrad Wojciechowski
Politechnika Śląska

RÓWNOWAŻNOŚĆ PRAW STEROWANIA OPTYMALNEGO W STRUKTURACH CL I OLF DLA PROCESÓW DYSKRETNYCH PRZY NIEPEWNOŚCI OGRANICZONEJ

Streszczenie. W pracy przedstawiono problemy syntezy praw sterowania optymalnego w strukturach CL i OLF dla niekonwencjonalnego dyskretnego dynamicznego modelu przy niepewności ograniczonej. Przedstawiono warunki, przy których prawa sterowania w obu strukturach są sobie równoważne.

1. Wprowadzenie

Przy sterowaniu w warunkach niepewności istotnym jest sposób wykorzystania posiadanej informacji. Składa się na nią: i) informacja a priori, tj. ta którą dysponujemy przed rozpoczęciem procesu sterowania oraz, ii) informacja bieżąca, napływająca w trakcie trwania sterowania.

W pracy informacja a priori określa model niepewności, model sterowanego procesu, strukturę sterowania i cel sterowania.

Do rozważań przyjęto model niepewności zbiorowej. Zapewnia on z definicji ograniczoność mogących wystąpić "realizacji" modelowanej zmiennej niepewnej a jego parametry są łatwe do określenia.

Model sterowanego procesu przyjęty w pracy jest modelem dynamicznym dyskretnym w czasie jednak jego postać jest niekonwencjonalna, dostosowana do celu pracy i stąd będzie dokładniej omówiony przy formułowaniu zadania.

Konieczność wykorzystania informacji bieżącej dla celów sterowania jest oczywista, w realizacji napotyka się jednak trudności natury teoretycznej. Pierwszą narzucającą się heurystyczną realizacją postulatu uwzględnienia napływającej informacji jest powtarzanie procesu wyznaczania ciągu sterowań, każdorazowo po uzyskaniu nowej informacji. Sterowanie takie będziemy nazywali sterowaniem w strukturze OLF /open loop feedback/. Druga z możliwych struktur sterowania nie jest już tak oczywista. W strukturze tej wyznaczając aktualne sterowanie będące funkcją aktualnej informacji zakłada się, że przyszłe sterowania będą funkcjami przyszłych, "większych" od aktualnie posiadanych, informacji. Struktura taka nosi nazwę CL /closed loop/.

Konsekwencją występowania niepewności w modelu sterowanego procesu jest niepewność oceny tego procesu. Stąd przy formułowaniu zadania, optymalizacja może dotyczyć jedynie pewnej agregaty oceny niepewnej. W pracy nie zakłada się sposobu agregacji formułując jedynie ogólne warunki jakie powinien on spełniać. Poszerza to znacznie zakres możliwych zastosowań rezultatów pracy.

Ostatecznym celem pracy jest przedstawienie i uzasadnienie warunków, przy których sterowania w strukturach CL i OLF są sobie równoważne.

2. Modele niepewności i sterowanego procesu

Odpowiednio do przedstawionego we wprowadzeniu podziału na informację a priori i bieżącą przystąpimy obecnie do określenia modeli niepewności i sterowanego procesu stanowiących informację a priori .

W pracy przyjęto zbiorowy model niepewności. Oznacza to, że zmienna niepewna x scharakteryzowana jest przez zbiór X. Najczęściej zakłada się, że jest on ograniczony, wypukły i stanowi podzbiór wektorowej przestrzeni rzeczywistej [2] .

Zbiór X może być podany w różny sposób. W pracy stosuje się następujący parametryczny zapis zbioru X

$$X = \{x(t) : t \in T\} \qquad /1/$$

Dopuszczalne są jednak również przypadki, gdy zbiór T zawiera skończoną liczbę parametrów, mówimy wtedy o dyskretnym zbiorze X.

Przechodząc do przedstawienia przyjętego w pracy modelu sterowanego procesu rozpoczniemy od sformalizowania pewnej struktury parametrów t, zależnej od informacji bieżącej.

Niech $T_1, \ldots, T_i, \ldots, T_N$ będą zbiorami parametrów o elementach odpowiednio $t_1, \ldots, t_i, \ldots, t_N$. Określmy następujące iloczyny kartezjańskie:

i) $$T_1 x \ldots x\, T_i\, x \ldots x\, T_n = \prod_{i=1}^{n} T_i = T^n, \quad n = 1, \ldots, N$$

elementami tego iloczynu są ciągi:

$$(t_1, \ldots, t_i, \ldots t_n) = t^n \in T^n$$

oraz

ii) $$T_{m+1}\, x \ldots x\, T_i\, x \ldots x\, T_n = \prod_{i=m+1}^{n} T_i = T^{m,n}, \quad n = 1, \ldots, N; \; m \quad n$$

elementami tak określonego iloczynu są ciągi:

$$(t_{m+1}, \ldots, t_i, \ldots, t_n) = t^{m,n} \in T^{m,n}$$

W powyższych definicjach indeksy 1,..., i,...,N oznaczają równocześnie: dyskretne chwile podejmowania decyzji sterujących oraz chwile w których ulega zmianie /przyrasta/ informacja bieżąca.

Niech zbiory $L_1, \ldots, L_i, \ldots, L_N$ określają wszystkie mogące pojawić się odpowiednio w chwilach 1,..., i,...,N informacje bieżące. Wprowadzamy iloczyn kartezjański:

iii) $$L_1 \times \ldots \times L_i \times \ldots \times L_n = \prod_{i=1}^{n} L_i = L^n, \quad n = 1,\ldots,N$$

jego ustalony element w postaci ciągu:

$$(l_1,\ldots, l_i,\ldots, l_n) = l^n \in L^n$$

nazywamy informacją bieżącą w chwili n-tej.

Zakładamy, że posiadanie informacji bieżącej pozwala na modyfikację zbiorów T_i. Wobec powyższego określamy następujące zbiory warunkowe:

$$T_1 | (l_1) = T_1 | l^1$$
$$\vdots$$
$$T_n | (l_1,\ldots, l_i) = T_i | l^i$$
$$\vdots$$
$$T_n | (l_1,\ldots, l_n) = T_n | l^n \qquad n = 1,\ldots,N$$

Zbiory te mają z założenia własności:

$$\bigcup_{l^1 \in L^1} T_1 | l^1 = T_1$$
$$\vdots$$
$$\bigcup_{l^i \in L^i} T_i | l^i = T_i$$
$$\vdots$$
$$\bigcup_{l^n \in L^n} T_n | l^n = T_n$$

W wyróżnianym dalej przypadku szczególnym mówimy, że dysponujemy "pełną" informacją bieżącą, jeżeli każdy z omawianych zbiorów warunkowych zawiera przy ustalonym l^i tylko jeden ustalony element odpowiedniego zbioru T, tj. $T_i | l^i = \{ t_i | l^i \}$ i=1,...,N. oraz funkcja $t_i(l^i)$ jest różnowartościowa a jej zbiorem wartości jest T_i.

Mając przygotowane przedstawione powyżej struktury możemy przejść do określenia właściwego modelu sterowanego procesu, nazywanego dalej bezpośrednim.

Proponowany w pracy niekonwencjonalny model dyskretnego procesu dynamicznego przedstawia bezpośredni związek pomiędzy oceną procesu wyrażającą cel sterowania, a prawami sterowania zależnymi od bieżącej informacji.

Ocenie może podlegać cały proces w horyzoncie 1,...,N, jego wybrany fragment lub nawet pojedynczy etap. W pracy przez analogię do sumacyjnego wskaźnika jakości do dalszych rozważań przyjmuje się ocenę procesu w horyzoncie 1,...,N. Ocena jako zmienna niepewna przedstawia bezpośredni model sterowanego procesu. Ma on postać:

$$Q_N = \left\{ q_N(t^N, d_1, \ldots, d_i, \ldots, d_N),\ t^N \in T^N \right\}, \qquad /2/$$

gdzie: $d_1, \ldots, d_i, \ldots, d_N$ są prawami sterowania. Prawo sterowania d_i stanowi odwzorowanie z rodziny zbiorów $\left\{ (T_k | l^k),\ k=1,\ldots,i\ :\ l^k \in L^k \right\}$ w zbiór sterowań $\mathbb{U}$, tj.

$$d_i : \left\{ (T_k | l^k),\ k=1,\ldots,i\ :\ l^k \in L^k \right\} \to \mathbb{U} \qquad /3/$$

Dana przez wyrażenie /2/ ocena procesu jest zmienną niepewną. W przypadku, gdy prawa sterowania wyznaczane są z warunku minimalizacji należy ocenę niepewną zastąpić jej deterministyczną agregatą. Wybór operacji agregacji wynika najczęściej z przesłanek fizykalnych rozpatrywanego problemu, stąd w rozważaniach pracy ograniczymy się do sformułowania jej własności ogólnych nie przesądzając postaci szczegółowej.

Niech A będzie symbolem operacji agregacji. Stosując ją do danego parametrycznie zbioru X /wzór /1// będziemy używać zapisu:

$$A\,X = A\left\{ x(t)\ :\ t \in T \right\} = \underset{t \in T}{A}\ x(t) \qquad /4/$$

Dalsze własności operacji agregacji omówione będą łącznie ze sposobem wyznaczania praw sterowania optymalnego.

3. Sterowanie w strukturze CL

Zadanie sterowania optymalnego w strukturze CL na podstawie modelu /2/ przy założonej postaci operacji agregacji i założonych postaciach /3/ praw sterowania w poszczególnych etapach, można sformułować następująco:

$$\min_{d_1,\ldots,d_N}\ \underset{t^N \in T^N}{A}\ q_N(t^N, d_1, \ldots, d_N) \qquad /5/$$

Jego rozwiązanie w przypadku ogólnym przebiega następująco:

$$\min_{d_1,\ldots,d_N}\ \underset{t^N \in T^N}{A}\ q_N(t^N, d_1, \ldots, d_N) =$$

$$= \min_{d_1,\ldots,d_N}\ \underset{t_1 \in T_1}{A_1} \ldots \underset{t_n \in T_n}{A_n} \ldots \underset{t_N \in T_N}{A_N}\ q_N(t^N, d_1, \ldots, d_N) =$$

$$= \min_{d_1}\ \underset{t_1 \in T_1}{A_1} \ldots \min_{d_n}\ \underset{t_n \in t_n}{A_n} \ldots \min_{d_N}\ \underset{t_N \in T_N}{A_N}\ q_N(t^N, d_1, \ldots, d_N) =$$

$$= \underset{l_1 \in L_1}{A_{11}}\ \min_{d_1(T_1 | l^1)}\ \underset{t_1 \in T_1 | l^1}{A_{12}} \ldots \underset{l_n \in L_n}{A_{n1}}\ \min_{d_n(T_1 | l^1, \ldots, T_n | l^n)}\ \underset{t_n \in T_n | l^n}{A_{n2}} \ldots$$

$$\underset{l_N \in L_N}{A_{N1}} \ \underset{d_N(T_1|l^1,\dots,T_N|l^N)}{\min} \ \underset{t_N \in T_N|l^N}{A_{N2}} \ q_N(t^N, d_1(T_1|l^1),\dots,d_n(T_1|l^1,\dots,T_n|l^n),\dots, d_N(T_1|l^1,\dots,T_N|l^N)) \qquad /6/$$

Przekształcenie pierwotnego zadania /5/ do postaci /6/ umożliwiającej wyznaczenie praw sterowania wymagało założenia następujących własności operacji agregacji:

i) $$\underset{t^N \in T^N}{A} \ \hat{=} \ \underset{t_1 \in T_1}{A_1} \dots \underset{t_n \in T_n}{A_n} \dots \underset{t_N \in T_N}{A_N}$$

Własność tę można nazwać dekomponowalnością operacji A względem etapów. Warto zauważyć, że agregacje częściowe nie muszą być tego samego typu co agregacja dekomponowana. Równoważność w powyższym zapisie rozumiana jest jako równość wyników agregacji dla każdego $t^N = (t_1,\dots,t_N)$.

ii) $$\underset{t_i \in T_i}{A_i} = \underset{l_i \in L_i}{A_{i1}} \ \underset{t_i \in T_i|l_i}{A_{i2}} \qquad i = 1,\dots,N$$

Własność ta oznacza dekomponowalność operacji A_i dla każdego i względem informacji uzyskiwanej na i-tym etapie.

Postać /6/ upraszcza się w sposób istotny jeżeli założyć przypadek pełnej informacji bieżącej, w którym zbiory $T_i|l^i$ są jednoelementowe o postaci $\{t_i|l^i\}$ por.p.1. Dodatkowo dla zwartości zapisów będziemy zakładać, że informacja l^i jest w tym przypadku tożsama z ciągiem t^i, stąd $\{t_i|t^i\} = \{t_i\}$.

Przy powyższych założeniach mamy:

$$\underset{d_1,\dots,d_N}{\min} \ \underset{t^N \in T^N}{A} \ q_N(t^N, d_1,\dots,d_N) =$$

$$= \underset{d_1,\dots,d_N}{\min} \ \underset{t_1 \in T_1}{A_1} \dots \underset{t_n \in T_n}{A_n} \dots \underset{t_N \in T_N}{A_N} \ q_N(t^N, d_1,\dots,d_N) =$$

$$= \underset{d_1}{\min} \ \underset{t_1 \in T_1}{A_1} \dots \underset{d_n}{\min} \ \underset{t_n \in T_n}{A_n} \dots \underset{d_N}{\min} \ \underset{t_N \in T_N}{A_N} \ q_N(t^N, d_1,\dots,d_N) =$$

$$= \underset{t_1 \in T_1}{A_1} \ \underset{d_1(t_1)}{\min} \dots \underset{t_n \in T_n}{A_n} \ \underset{d_n(t_1,\dots,t_n)}{\min} \dots \underset{t_N \in T_N}{A_N} \ \underset{d_N(t_1,\dots,t_N)}{\min}$$

$$q_N(t^N, d_1(t_1),\dots, d_n(t_1,\dots,t_n),\dots, d_N(t_1,\dots,t_N)) \qquad /7/$$

Postać /7/ wynika również bezpośrednio z postaci ogólnej /6/ jeśli zauważyć, że w przypadku jednoelementowych zbiorów $T_i|l^i$ w postaci /6/ wypadają agregacje A_{i2} oraz $A_{i1} = A_i$.

Efektywne wyznaczenie praw sterowania optymalnego odpowiednio do postaci /6/ wymaga na ogół aproksymacji zbiorów $T_i|l^i$ zbiorami określanymi przez parametry, tj. np. elipsoidą lub wielkościanem wypukłym.

W przypadku postaci /7/, prawa sterowania można wyznaczać bezpośrednio w funkcji odpowiednich ciągów $(t_1,\dots,t_i)$.

W obu przypadkach /6/ i /7/ ze względu na zajętość pamięci korzystny jest krótki horyzont sterowania.

4. Sterowanie w strukturze OLF

Zadanie sterowania w strukturze OLF jest formalizacją stosowanej heurystycznie i omówionej we wprowadzeniu procedury wyznaczania praw sterowania na podstawie modelu dynamicznego.

W strukturze tej prawo sterowania optymalnego na każdym etapie jest wyznaczane z następujących warunków:

Dla etapu pierwszego

$$d_1 : \min_{d_1,\dots,d_N} \underset{t^N \in T^N}{A} q_N(t^N, d_1,\dots,d_N) =$$

$$= \underset{l_1 \in L_1}{A_{11}} \min_{d_1(T_1|l^1)} \underset{t_1 \in T_1|l^1}{A_{12}} \min_{d_2(T_1|l^1, T_2|l^1),\dots,d_N(T_1|l^1,\dots,T_N|l^1)}$$

$$\underset{t_2 \in T_2|l^1}{A_2} \dots \underset{t_N \in T_N|l^1}{A_N} q_N(t^N, d_1(T_1|l^1),\dots,d_N(T_1|l^1,\dots,T_N|l^1))$$

Dla etapu n-tego

$$d_n : \min_{d_1,\dots d_{n-1}, d_n,\dots,d_N} \underset{t^{n,N} \in T^{n,N}}{A} q_N(t^N, d_1,\dots,d_{n-1}, d_n,\dots,d_N) =$$

$$= \min_{d_n,\dots,d_N} \underset{t^{n,N} \in T^{n,N}}{A} q_N(t^N, d_1,\dots,d_n,\dots,d_N) =$$

$$= \underset{l_n \in L_n}{A_{n1}} \min_{d_n(T_1|l^1,\dots,T_n|l^n)} \underset{t_n \quad T_n|l^n}{A_{n2}} \min_{d_{n+1}(T_1|l^1,\dots,T_{n+1}|l^n),\dots,d_N(T_1|l^1,\dots,T_N|l^n)}$$

$$\underset{t_{n+1} \in T_{n+1}|l^n}{A_{n+1}} \dots \underset{t_N \in T_N|l^n}{A_N} q_N(t^N, d_1(T_1|l^1),\dots,d_n(T_1|l^1,\dots,T_n|l^n,\dots$$

$$d_{n+1}(T_1|l^1,\dots,T_{n+1}|l^n),\dots,d_N(T_1|l^1,\dots,T_N|l^n)), \qquad /8/$$

gdzie: ciąg $d_1(T_1|1^1),\dots,d_{n-1}(T_1|1^1,\dots,T_{n-1}|1^{n-1}) = u_1,\dots,u_{n-1}$ jest na etapie n-tym znany.

Struktura OLF jest stosowana najczęściej w połączeniu z założeniem o pełnej informacji bieżącej, przy której zachodzi $T_i|1^i = \{t_i|1^i\} = \{t_i\}$. Warunki określające prawa sterowania upraszczają się i przykładowo warunek /8/ przyjmuje postać:

$$d_n : \bigwedge_{t_n \in T_n} \min_{d_n(t^n)} \min_{d_{n+1}(t^n,T_{n+1}|t^n),\dots,d_N(t^n,\dots,T_N|t^n)} \bigwedge_{t_{n+1}\in T_{n+1}|t^n} \dots \bigwedge_{t_N \in T_N|t^n} q_N(t^N,d_1(t^1),\dots,d_n(t^n),d_{n+1}(t^n,T_{n+1}|t^n),\dots,$$
$$d_N(t^n,\dots,T_N|t^n)) \qquad /9/$$

Jeśli dodatkowo założyć $T_i|t^j = T_i$, $j < i$, $i = 2,\dots,N$, to otrzymuje się ostateczną postać warunku określającego d_n. Mamy:

$$d_n : \bigwedge_{t_n \in T_n} \min_{d_n(t^n),d_{n+1}(t^n,T_{n+1}),\dots,d_N(t^n,\dots,T_N)} \bigwedge_{t_{n+1}\in T_{n+1}} \dots \bigwedge_{t_n \in T_N} q(t^N,d_1(t^1),\dots,d_n(t^n),d_{n+1}(t^n,T_{n+1}),\dots,$$
$$d_N(t^n,T_{n+1},\dots,T_N)) \qquad /10/$$

Ponieważ zbiory T_i $i = 1,\dots,N$ są dane wraz z modelem, wyznaczenie prawa sterowania dla etapu n-tego sprowadza się do wielokrotnego względem t_n wykonania statycznej minimalizacji zagregowanej oceny sterowanego procesu dla ustalonych t^{n-1} i ciągu $d_1(t^1),\dots,d_{n-1}(t^{n-1})$. Z kolei, z punktu widzenia zastosowań nie jest potrzebne wyznaczanie w trybie off-line całego prawa sterowania. Wystarczy bowiem wyznaczać w trybie on-line wartości sterowań dla pojawiających się na poszczególnych etapach informacji bieżących i znanych ciągów sterowań do danego etapu. Powyższe uwagi w połączeniu z faktem istnienia dużej liczby dobrze opracowanych algorytmów optymalizacji statycznej wyjaśniają korzyści sterowania w strukturze OLF.

5. Równoważność praw sterowania w strukturze CL i OLF

Prawa sterowania wyznaczane w strukturze CL przy zmiennej informacji bieżącej według /6/ lub /7/ są optymalne.

Prawa sterowania wyznaczane dla etapu n-tego według /10/ i podobnie dla pozostałych etapów mogą być suboptymalne.

Mając na uwadze, przedstawione w zakończeniu p.4, korzyści techniczne występujące przy wyznaczaniu sterowania w strukturze OLF zajmiemy się obecnie problemem równoważności praw sterowania wyznaczanych z warunku /7/ i warunków o postaci /10/ przy n = 1,...,N.

Dla n = N równoważność porównywanych praw sterowania jest bezpośrednio widoczna. Warunek /10/ dla n = N przybiera postać:

$$d_N : \bigwedge_{t_N \in T_N} \min_{d_N(t^N)} q_N(t^N, d_1(t^1), \ldots, d_N(t^N))$$

to samo otrzymujemy z /7/.

Dla n = N-1 z warunku /10/ mamy:

$$d_{N-1}: \bigwedge_{t_{N-1} \in T_{N-1}} \min_{d_{N-1}(t^{N-1})} \Big[\min_{d_N(t^{N-1}, T_N)} \bigwedge_{t_N \in T_N} q_N(t^N, d_1(t^1), \ldots, d_{N-1}(t^{N-1}),\ d_N(t^{N-1},\ T_N))\Big], \qquad /11/$$

natomiast z /7/:

$$d_{N-1}: \bigwedge_{t_{N-1} \in T_{N-1}} \min_{d_{N-1}(t^{N-1})} \Big[\bigwedge_{t_N \in T_N} \min_{d_N(t^{N-1}, t_N)} q_N(t^N, d_1(t^1), \ldots, d_{N-1}(t^{N-1}),\ d_N(t^{N-1},\ t_N))\Big] \qquad /12/$$

Na to by prawa sterowania d_{N-1} wyznaczone z /11/ i /12/ były takie same potrzeba i wystarczy by wyrażenia objęte w /11/ i /12/ nawiasami prostokątnymi były takimi samymi funkcjami zmiennej $d_{N-1}(t^{N-1})$.

Jeżeli powyższy warunek jest spełniony to prawa sterowania d_{N-1} na etapie N-1 są równoważne i możemy przejść do etapu N-2, gdzie rozumowanie się powtarza.

Warunek powyższy jest mało konstruktywny stąd na zakończenie rozważań podamy jako przykład warunek wiążący równoważność praw sterowania w strukturze CL i OLF z postacią modelu /2/. Uzasadnienie tego warunku ze względu na wykonywane operacje różniczkowania wymaga rezygnacji z obowiązującego dotychczas założenia o dyskretności zmiennych. Nie umniejsza to wagi otrzymanego rezultatu, może być on bowiem traktowany jako przybliżenie obowiązujące w przypadku, gdy liczba poziomów kwantowania jest odpowiednio duża.

Niech q_N będzie kwadratową funkcją zmiennych $t_1, \ldots, t_N$, $(d_1(t_1), \ldots, d_N(t_N)) = (u_1, \ldots, u_N)$. Funkcję taką można zapisać w postaci:

$$q_N = [t,u]^T \begin{bmatrix} D_N & \ldots & B_N \\ \vdots & & \vdots \\ B_N & \ldots & C_N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t \\ \\ u \end{bmatrix} \qquad /13/$$

gdzie:

$$t^T = \left[t_1^T, \dots, t_N^T\right]$$

$$u^T = \left[u_1^T, \dots, u_N^T\right]$$

D_N, B_N, C_N są dodatnio określanymi kwadratowymi macierzami liczbowymi o następującej strukturze:

$$D_N = \begin{bmatrix} D_{11} & \dots & D_{1N} \\ \vdots & & \vdots \\ D_{N1} & \dots & D_{NN} \end{bmatrix} \quad B_N = \begin{bmatrix} B_{11} & \dots & B_{1N} \\ \vdots & & \vdots \\ B_{N1} & \dots & B_{NN} \end{bmatrix} \quad C_N = \begin{bmatrix} C_{11} & \dots & C_{1N} \\ \vdots & & \vdots \\ C_{N1} & \dots & C_{NN} \end{bmatrix}$$

Podobnie

$$D_{N-1} = \begin{bmatrix} D_{11} & \dots & D_{1N-1} \\ \vdots & & \vdots \\ D_{N-11} & \dots & D_{N-1N-1} \end{bmatrix} \quad B_{N-1} = \begin{bmatrix} B_{11} & \dots & B_{1N-1} \\ \vdots & & \vdots \\ B_{N-11} & \dots & B_{N-1N-1} \end{bmatrix} \quad C_{N-1} = \begin{bmatrix} C_{11} & \dots & C_{1N-1} \\ \vdots & & \vdots \\ C_{N-11} & & C_{N-1N-1} \end{bmatrix}$$

Dodatkowo dla uproszczenia obliczeń zakładamy, że zbiory T_i oraz operacje agregacji A_i są takie, że $\forall_i \; A_i \, T_i = 0$.

Dla założonej na q_N postaci /13/ można analitycznie wyznaczyć prawa sterowania dla struktur OLF,/11/ i CL,/12/, a następnie porównać wyrażenia w nawiasach prostokątnych.

Dla /11/ mamy:

$$\mathop{A}_{t_N \in T_N} q_N = \left[t_1^T, \dots, t_{N-1}^T, u_1^T, \dots, u_N^T\right] \begin{bmatrix} D_{N-1} & \dots & B_N \\ \vdots & & \\ B_N & \dots & C_N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t_1 \\ \vdots \\ t_{N-1} \\ u_1 \\ \vdots \\ u_N \end{bmatrix} + \mathop{A}_{t_N \in T_N} t_N^T D_{NN} t_N \qquad /14/$$

Wykonując różniczkowanie wyrażenia /14/ względem u_N i podstawiając wynik powtórnie do /14/ otrzymujemy:

$$\min_{u_N} \mathop{A}_{t_N \in T_N} q_N = \left[t_1^T, \dots, t_{N-1}^T, u_1^T, \dots, u_{N-1}^T\right] \left\{ \begin{bmatrix} D_{N-1} & \dots & B_{N-1} \\ \vdots & & \vdots \\ B_{N-1} & \dots & C_{N-1} \end{bmatrix} - P_N \right\} \begin{bmatrix} t_1 \\ \vdots \\ t_{N-1} \\ u_1 \\ \vdots \\ u_{N-1} \end{bmatrix} + \mathop{A}_{t_N \in T_N} t_N^T D_{NN} t_N \qquad /15/$$

gdzie:

$$P_N = \begin{bmatrix} B_{1N} \\ \vdots \\ B_{N-1N-1} \\ C_{1N} \\ \vdots \\ C_{N-1N} \end{bmatrix} C_{NN}^{-1} \left[B_{N-11}, \ldots, B_{N-1N-1}, C_{N-11}, \ldots, C_{NN-1} \right]$$

Dla /12/ mamy:

$$\min_{u_N} q_N = \left[t_1^T, \ldots t_{N-1}^T, u_1^T, \ldots, u_{N-1}^T \right] \left\{ \begin{bmatrix} D_{N-1} & \cdots & B_{N-1} \\ \vdots & & \vdots \\ B_{N-1} & \cdots & C_{N-1} \end{bmatrix} - P_N \right\} \begin{bmatrix} t_1 \\ \vdots \\ t_{N-1} \\ u_1 \\ \vdots \\ u_{N-1} \end{bmatrix} +$$

$$+ t_N^T (D_{NN} - B_{NN} C_{NN}^{-1} B_{NN}) t_N + 2 \left[t_1^T, \ldots, t_{N-1}^T, u_1^T, \ldots, u_{N-1}^T \right] \left\{ \begin{bmatrix} D_{1N} \\ \vdots \\ D_{NN} \\ B_{1N} \\ \vdots \\ B_{N-1N} \end{bmatrix} - \right.$$

$$\left. - \begin{bmatrix} B_{1N} \\ \vdots \\ B_{NN} \\ C_{1N} \\ \vdots \\ C_{N-1N} \end{bmatrix} C_{NN}^{-1} B_{NN} \right\} t_N$$

Wykonując agregację względem t_N otrzymujemy:

$$\bigwedge_{t_N \in T_N} \min_{u_N} q_N = \left[t_1^T, \ldots, t_{N-1}^T, u_1^T, \ldots, u_{N-1}^T \right] \left\{ \begin{bmatrix} D_{N-1} & \cdots & B_{N-1} \\ \vdots & & \vdots \\ B_{N-1} & \cdots & C_{N-1} \end{bmatrix} - P_N \right\} \begin{bmatrix} t_1 \\ \vdots \\ t_{N-1} \\ u_1 \\ \vdots \\ u_{N-1} \end{bmatrix} +$$

$$\bigwedge_{t_N \in T_N} t_N^T (D_{NN} - B_{NN} C_{NN}^{-1} B_{NN}) t_N \qquad /16/$$

Porównując wyrażenia /15/ i /16/ widzimy, że są takimi samymi, kwadratowymi funkcjami $\left[u_1^T, \ldots, u_{N-1}^T \right]$, co dowodzi równoważności praw sterowania w strukturach CL i OLF, jeżeli model bezpośredni /2/ jest formą kwadratową swoich argumentów, bowiem dla N-2 powyższe obliczenia powtarzają się biorąc pod uwagę, że /15/ i /16/ są kwadratowymi funkcjami swoich argumentów.

6. Podsumowanie

Biorąc pod uwagę, że podejście do problemu syntezy praw sterowania w warunkach niepewności przedstawione w pracy jest niekonwencjonalne powtórzymy w zwartej formie raz jeszcze jego podstawowe i oryginalne fragmenty.

Model sterowanego procesu przyjęty w pracy różni się zasadniczo od modelu konwencjonalnego zawierającego równanie tranzycji, równanie obserwacji oraz wskaźnik jakości. Model ten wyraża bezpośrednio cel sterowania w funkcji praw sterowania obowiązujących dla poszczególnych etapów i jest naturalny, np. dla zadań planowania.

Prawa sterowania dla poszczególnych etapów zależą od informacji o zakłóceniach uzyskanej do danego etapu. Nie wymaga się przy tym precyzowania w jaki sposób obserwacje zwiększają informację o zakłóceniach, bowiem wzrost informacji wyraża się zmniejszeniem zbioru określających je parametrów. Podejście takie dopuszcza, np. obserwacje typu "spełnienia ograniczeń", nie komplikując równocześnie rozważań przez jawne uwzględnianie wpływu obserwacji, co wymagałoby również jawnego rozwiązania problemu filtracji.

Klasyczna struktura informacji bieżącej przyjęta została dla uproszczenia rozważań. Model wprowadzony w pracy umożliwia rozpatrywanie również nieklasycznych struktur informacji bieżącej co nie jest możliwe przy wykorzystaniu modelu konwencjonalnego operującego pojęciem stanu.

Podejście przedstawione w pracy dopuszcza szeroką klasę możliwych do zastosowania operacji agregacji oraz zmianę ich typu w trakcie procesu sterowania.

W przypadku klasycznej struktury informacji bieżącej w pracy podano sposób wyznaczania praw sterowania w strukturach CL i OLF wykorzystujący dekomponowalność operacji agregacji względem etapów i informacji bieżącej.

Przedstawione w pracy algorytmy wyznaczania praw sterowania w strukturach CL i OLF pozwalają na podanie ogólnego warunku równoważności tych praw dla modelu wprowadzonego w pracy i szerokiej klasy operacji agregacji.

Warunek równoważności pozwala na rozstrzygnięcie w jakich przypadkach heurystycznie stosowana procedura każdorazowego wyznaczania ciągu sterowań po uzyskaniu nowej informacji jest optymalna.

W charakterze przykładu pokazano, że jednym z przypadków w którym sterowania w strukturach CL i OLF są równoważne jest przypadek modelu /2/ w postaci kwadratowej funkcji wszystkich swoich zmiennych. Wynik ten odpowiada intuicyjnie oczekiwanemu bowiem w przypadku konwencjonalnego modelu zawierającego liniowe równania tranzycji liniowe równanie obserwacji, kwadratowy wskaźnik jakości przy zakłóceniach typu białego szumu występuje wspomniana równoważność, zaś model konwencjonalny można przekształcić do rozpatrywanego w pracy wykorzystując wielokrotnie równania filtracji i wyjścia. Wszystkie rozważania przedstawiono w pracy za wyjątkiem przykładu słuszne są zarówno dla procesów o ciągłych jak i dyskretnych zbiorach wartości.

LITERATURA

[1] Åstrom K.I.: Introduction to Stochastic Control Theory. Acad. Press. New York, - London 1970.

[2] Schweppe F.C.: Układy dynamiczne w warunkach losowych, WNT, Warszawa 1978.

[3] Wojciechowski K.: Sterowanie optymalne w problemie LQS. Złożono w Redakcji ZN.

[4] **Wojciechowski K.: Sterowanie optymalne przy zbiorowym modelu niepewności i agregacji z funkcjami wagi. Złożone w Redakcji ZN.Pol.Śl.**

ТОЖДЕСТВЕННОСТЬ ПРАВИЛ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ДЛЯ СТРУКТУР ЦЛ И ОЛФ ДИСКРЕТНЫХ ПРОЦЕССОВ ПРИ ОГРАНИЧЕННОЙ НЕУВЕРЕННОСТИ

Р е з ю м е

В работе представлены проблемы синтеза правил оптимального управления для структур ЦЛ и ОЛФ неконвенциональной дискретной динамической модели при ограниченной неуверенности. Даны условия , при которых правила управления тождественны.

ON THE EQUIVALENCE OF OPTIMAL CONTROL IN CL AND OLF STRUCTURE FOR DISCRETE PROCESSES WITH BOUNDED UNCERTAINTY

S u m m a r y

Optimal control law design for CL and OLF structures is presented. A model has a nonconventional dynamic discrete from with bounded uncertainty. Conditions for the equivalence of both control laws are given.

Recenzent: Doc.dr hab.inż.Roman Świniarski

Wpłynęło do Redakcji do 30.03.1984r.