

Zbigniew RACZYŃSKI

Instytut Metrologii Elektrycznej i Elektronicznej  
Politechniki Śląskiej

## ANALIZA BŁĘDÓW INTEGRATORA FUNKCJI PROSTOKĄTNEJ

**Streszczenie.** Przeprowadzono analizę błędów integratora zbudowanego na liniowym wzmacniaczu scalonym. Rozpatrzono wpływ tych błędów na własności generatora funkcyjnego.

W związku z rozwojem badań własności dielektryków w zmiennych polach elektrycznych o bardzo małej częstotliwości (rzędu dziesiątych części Hz i mniej) istnieje potrzeba opracowywania aparatury elektronicznej, będącej w stanie generować przebiegi o tak niskich częstotliwościach i o odpowiednich parametrach użytkowych. Układy te stanowią tzw. generatory funkcyjne.

Cechą charakterystyczną układów generatorów funkcyjnych z integratorem jest możliwość uzyskania bardzo niskich częstotliwości rzędu  $\mu\text{Hz}$  z określoną dokładnością i liniowością przebiegu, pod warunkiem zastosowania scalonych wzmacniaczy operacyjnych o odpowiednio dobrych parametrach.

W niniejszym artykule rozpatrzono wpływ błędów wprowadzonych przez integrator scalony na własności generatora funkcyjnego.

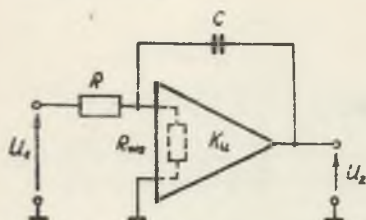
Przyczyną uchybów wzmacniacza operacyjnego rzeczywistego w stosunku do idealnego jest:

- skończona wartość współczynnika wzmocnienia napięciowego (uchyb ten najczęściej jest nieduży),
- skończona impedancja wejściowa (powoduje zwiększenie błędu nieliniowości przebiegu trójkątnego przy zadanym czasie całkowania),
- niezerowy prąd wejściowy,
- niezerowność wzmacniacza i pełzanie zera (dryf),
- skończona szerokość pasma przenoszenia.

W zakresie częstotliwości podakustycznych ostatni czynnik nie ma praktycznego znaczenia.

Rys. 1 przedstawia integrator Millera z uwzględnieniem rezystancji wejściowej wzmacniacza scalonego. Korzystając z przekształcenia Thevenina w odniesieniu do układu z rys. 1 otrzymuje się

$$U'_1 = U_1 \frac{R_{we}}{R + R_{we}} \quad R' = \frac{R R_{we}}{R + R_{we}} \quad (1)$$



Rys. 1. Integrator Millera

Po podaniu napięcia stałego przez rezystancję  $R$  na wejście wzmacniacza napięciowe wyjściowe wyrazi się

$$u_2' = U_1 |K_u| \left[ 1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau'}\right) \right], \quad (2)$$

gdzie;

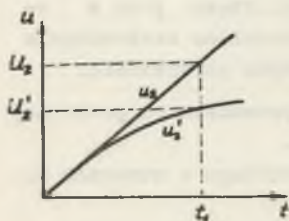
$$\tau' = CR' (1 + |K_u|) = CR \frac{R_{we}}{R + R_{we}} (1 + |K_u|)$$

Korzystając z rozwinięcia  $1 - \exp(x)$  w szereg i ograniczając się tylko do dwóch wyrazów rozwinięcia oraz zakładając  $|K_u| \gg 1$ , otrzymuje się

$$u_2' = U_1 \frac{t}{\tau'} \left( 1 - \frac{R + R_{we}}{R_{we}} \frac{t}{2\tau' |K_u|} \right), \quad (3)$$

gdzie:

$$\tau = CR$$



Rys. 2. Przebiegi napięcia przy ładowaniu kondensatora:

$u_2$  - przebieg idealny,  $u_2'$  - przebieg rzeczywisty

O nieliniowości integratora świadczy różnica między końcową wartością napięcia  $U_2'$  a wartością  $U_2$ , jaką napięcie to osiągnęłoby przy liniowym ładowaniu kondensatora w tym samym czasie  $t_1$ . Błąd nieliniowości integratora definiuje się następująco:

$$\delta_p = \frac{U_2' - U_2}{U_2} \cdot 100\% \quad (4)$$

Podstawiając  $U_2 = U_1 \frac{t_1}{\tau}$ , otrzymuje się

$$\delta_p = \frac{R + R_{we}}{R_{we}} \frac{t_1}{2\tau |K_u|} \cdot 100\% \quad (5)$$

Celem określenia wartości tego błędu przeprowadzono przykładowo obliczenia dla wzmacniacza scalonego  $\mu A709A$  firmy Fairchild. Przyjęto katalogowe wartości dla tego wzmacniacza

$$K_u = 45000$$

$$R_{we} = 700 \text{ k}\Omega$$

Pozostałe dane ( $R, C$ ) zaczerpnięto z pracy [3].

Dla

$$R = 1 \text{ M}\Omega$$

$$C = 0,22 \text{ }\mu\text{F}$$

co odpowiada zakresowi częstotliwości (0,1 - 1) Hz, najdłuższy czas całkowania będzie wynosił

$$t_1 = \frac{1}{2f_{\min}} = 5 \text{ s}$$

Podstawiając powyższe dane, otrzymuje się

$$\tau = R' C = 0,091 \text{ s}$$

$$\delta_p = 0,061\%$$

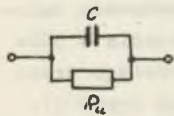
Dla porównania, przy  $R_{we} = \infty$  otrzymuje się

$$\tau = 0,22 \text{ s}$$

$$\delta_p = 0,025\%$$

Jak wynika z przeprowadzonych obliczeń, dzięki zastosowaniu wzmacniacza o dużym współczynniku wzmocnienia wartość błędu nieliniowości integratora jest bardzo mała. W przypadku, gdy rezystancja wejściowa wzmacniacza posiada zbyt małą wartość w stosunku do wartości rezystancji R, uwidacznia się wpływ rezystancji wejściowej na błąd nieliniowości integratora.

W dotychczasowych rozważaniach pominięto wpływ upływności kondensatora przy założeniu, że mamy do czynienia z elementem idealnym. Wpływ upływności kondensatora zaczyna się pojawiać przy bardzo niskich częstotliwościach, gdy stosowane są kondensatory o dużych pojemnościach, a więc i o dużych upływnościach. W tych przypadkach należy więc uwzględnić wpływ upływności (rys. 3). Działanie rezystancji upływu  $R_u$  w pętli ujemnego sprzężenia zwrotnego wzmacniacza powoduje zmniejszenie wypadkowego wzmocnienia do wartości



Rys. 3. Schemat zastępczy kondensatora rzeczywistego

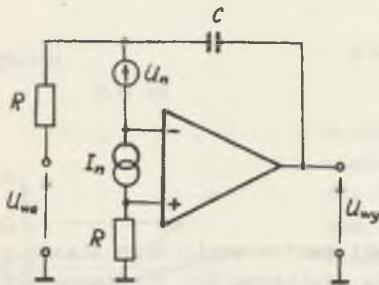
$$K'_u = - \frac{R_u}{R} \tag{6}$$

W związku z tym wzór określający błąd nieliniowości integratora przybliżenie postać

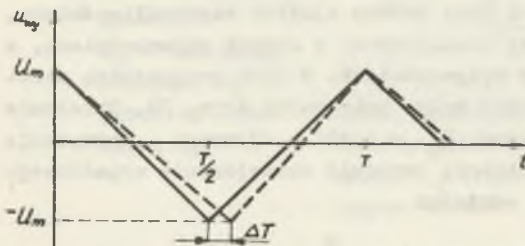
$$\delta_p = \frac{1}{2\tau(1 + |K_U|)} \cdot 100\% \quad (7)$$

Ze wzoru (7) wynika, że wzrost upływności kondensatora powoduje zwiększenie błędu nieliniowości. Chcąc zapewnić mały błąd nieliniowości przebiegu trójkątnego, należy zachować warunek  $R \ll R_U$ . Jednakże z drugiej strony dla uzyskania niższych częstotliwości należy zwiększyć stałą czasową obwodu  $\tau_1 = RC$ . Zmniejszenie rezystancji  $R$  powoduje konieczność zwiększenia pojemności  $C$  (przy stałym  $\tau_1$ ) i w konsekwencji wzrost upływności kondensatora (zmniejszenie  $R_U$ ). W praktyce więc należy stosować w integratorach kondensatory o jak najmniejszej upływności (teflonowe i polistyrenowe). Przed doбором  $R$  i  $C$  należy przeanalizować jakie wartości elementów dadzą większy stosunek  $\frac{R_U}{R}$  (przy  $\tau_1 = RC = \text{const}$ ).

Rys. 4. przedstawia schemat integratora scalonego z uwzględnieniem wpływu wejściowego napięcia i wejściowego prądu niezrównoważenia.



Rys. 4. Układ całkujący z uwzględnieniem wpływu wejściowego napięcia i wejściowego prądu niezrównoważenia



Rys. 5. Przebieg napięcia wyjściowego układu całkującego

Wejściowe napięcie niezrównoważenia  $U_n$  powoduje powstanie na wyjściu dodatkowego napięcia narastającego lub opadającego liniowo, zależnie od znaku  $U_n$ . Prócz tego następuje dodawanie wartości  $U_n$  do napięcia wyjściowego, co jest również źródłem błędu.

Wejściowy prąd niezrównoważenia jest przyczyną dodatkowego ładowania kondensatora.

Zakładając, że napięcie wyjściowe integratora będzie zawsze osiągało jednakowy poziom ( $U_m$ ), wejściowe napięcie i wejściowy prąd niezrównoważenia będą powodowały zmiany czasu całkowania w półokresie generowanego przebiegu liniowego (rys. 5).

Napięcie wyjściowe integratora jest równe [1]

$$U_{wy} = -\frac{1}{RC} \int_0^t U_{we} dt + \frac{1}{RC} \int_0^t U_n dt + \frac{1}{C} \int_0^t I_n dt + U_n \quad (8)$$

Napięcie niezrównoważenia zmienia się wraz z temperaturą i z wahaniami napięcia zasilającego wzmacniacz scalony wg wzoru

$$U_n = U_{no} + \alpha(U_{no}) \Delta T + (SVRR) \Delta U_z, \quad (9)$$

gdzie:

- $U_{no}$  - wejściowe napięcie niezrównoważenia
- $\alpha(U_{no})$  - temperaturowy współczynnik wejściowego napięcia niezrównoważenia
- SVRR - współczynnik tłumienia wpływu zasilania
- $\Delta U_z$  - zmiana napięcia zasilania
- $\Delta T$  - przyrost temperatury otoczenia

Wpływ napięcia  $U_{no}$  można wyeliminować poprzez wstępne wyzerowanie wzmacniacza, w związku z czym w dalszej analizie napięcie to pominięto.

Wejściowy prąd niezrównoważenia (z uwzględnieniem zmian temperatury otoczenia) wyraża się następującym wzorem:

$$I_n = I_{no} + \alpha(I_{no}) \Delta T, \quad (10)$$

gdzie:

- $I_{no}$  - wejściowy prąd niezrównoważenia
- $\alpha(I_{no})$  - temperaturowy współczynnik wejściowego prądu niezrównoważenia

Korzystając ze wzoru (8) na podstawie rys. 5 można napisać

$$U_{wy} = -\frac{1}{RC} \int_0^{\frac{T}{2} + \Delta T} U_{we} dt + \frac{1}{RC} \int_0^{\frac{T}{2} + \Delta T} U_n dt + \frac{1}{C} \int_0^{\frac{T}{2} + \Delta T} I_n dt + U_n = 2 U_m \quad (11)$$

W wypadku zastosowania wzmacniacza idealnego, napięcie wyjściowe integratora jest równe

$$U_{wy} = -\frac{1}{RC} \int_0^{\frac{T}{2}} U_{we} dt = 2U_m \quad (12)$$

Porównując wzory (11) i (12), po uporządkowaniu wyrażeń, otrzymuje się

$$\Delta T = -\frac{\frac{U_n}{RC} + \frac{I_n}{C} \frac{T}{2} + U_n}{-\frac{U_{we}}{RC} + \frac{U_n}{RC} + \frac{I_n}{C}} \quad (13)$$

Dla prostoty obliczeń, nie popełniając większego błędu, można pominąć w liczniku wyrażenia (13) składnik  $U_n$ .

Po dalszych przekształceniach otrzymuje się

$$\delta_s = \frac{\Delta T}{T} = \frac{\frac{U_n}{R} + I_n}{2 \left( \frac{U_{we}}{R} + \frac{U_n}{R} - I_n \right)} \cdot 100\% \quad (14)$$

Wyrażenie (14) przedstawia wartość względną błędu niesymetrii napięcia o przebiegu trójkątnym.

Należy zwrócić uwagę, że wejściowe napięcie niezrównoważenia  $U_n$  oraz wejściowy prąd niezrównoważenia  $I_n$  nie mają wpływu na niestalość częstotliwości generatora, ponieważ w drugim półokresie całkowania napięcia wejściowego błąd  $\Delta T$  będzie miał znak przeciwny niż wyrażenie (13) i w konsekwencji wartość okresu  $T$  nie ulegnie zmianie (rys. 5). Założenie to jest oczywiście słuszne jedynie przy krótkich czasach całkowania (większe częstotliwości).

Przy bardzo niskich częstotliwościach mogą występować wolnozmiennne wahania temperatur podczas trwania jednego okresu przebiegu  $T$ , powodując zmianę ("pływanie") częstotliwości generatora.

Celem praktycznej oceny spodziewanej wartości wyrażenia (14) przeprowadzono odpowiednie obliczenia.

Z katalogu dla wzmacniacza  $\mu A709A$  przyjęto następujące dane:

$$I_{no} = 30 \text{ nA}$$

$$\alpha(U_{no}) = 1,8 \text{ } \mu\text{V/deg}$$

$$\alpha(I_{no}) = 0,5 \text{ nA/deg}$$

$$SVRR = 100 \text{ } \mu\text{V/V}$$

Zakładając zmianę temperatury otoczenia od  $20^\circ\text{C}$  do  $35^\circ\text{C}$  oraz zmianę napięcia zasilającego o  $\Delta U_z = 0,1\text{V}$ , na podstawie wzorów (9) i (10), otrzymuje się

$$U_n = 37 \text{ } \mu\text{V}$$

$$I_n = 37,5 \text{ nA}$$

Na podstawie pracy [3] przyjęto

$$R = 1 \text{ M}\Omega$$

$U_{wemin} = 0,44 \text{ V}$  (przy przestrajaniu generatora napięcie podawane na wejście integratora na każdym podzakresie zmienia się od  $0,44\text{V}$  do  $4,4\text{V}$ ).

Ostatecznie otrzymuje się

$$\delta_s = 4,7\%$$

Ze wzoru (14) wynika, że jeżeli rezystancja  $R$  jest bardzo duża, wejściowe napięcie niezrównoważenia  $U_n$  nie ma praktycznie żadnego wpływu na wartość  $\delta_s$ . Zmniejszając  $R$ , względnie zwiększając minimalne napięcie przykładane na wejście integratora, można zmniejszyć błąd  $\delta_s$  do wymaganej wartości.

W praktycznie realizowanych układach generatorów funkcyjnych można skompensować wpływ składowej  $I_{no}$  wejściowego prądu niezrównoważenia (składowa  $I_{no}$  jest niezależna od temperatury). Wtedy dla podanych powyżej danych otrzymuje się:  $I_n = 7,5$  nA, a błąd niesymetrii  $\delta_s$  będzie wynosił około 1%.

W przedstawionej pracy przeprowadzono analizę integratora zbudowanego na wzmacniaczu  $\mu A709A$ , stosunkowo łatwo dostępnym na rynku krajowym. Wzmacniacz ten nie jest zbyt dobry do stosowania w integratorach ze względu na niskie dopuszczalne różnicowe napięcie wejściowe, ograniczające amplitudę napięć wejściowych i wyjściowych do wartości  $\pm 5$  V. Lepiej nadawałby się tutaj wzmacniacz  $\mu A741$ , mający duże dopuszczalne napięcie różnicowe ( $\pm 30$  V) i dopuszczalne napięcie na każdym z wejść ( $\pm 15$  V). Pozwoliłoby to na zwiększenie napięcia  $U_{wemin} = \frac{1}{10} U_{wemax}$  (przy płynnej regulacji częstotliwości w zakresie dekadowym), a tym samym na zmniejszenie błędu  $\delta_s$ . Dopuszczalny zakres zmian napięcia wyjściowego integratora byłby oczywiście także większy.

Obecnie niektóre firmy zachodnie produkują już wzmacniacze operacyjne (LM 107, SN 62088), pozwalające na zbudowanie bardzo dokładnych integratorów w zakresie częstotliwości rzędu dziesiątków  $\mu$ Hz.

#### LITERATURA

- [1] Kulka Z., Nadachowski M.: Liniowe układy scalone i ich zastosowanie, WKiŁ, Warszawa 1974.
- [2] Zagajewski T.: Układy elektroniki przemysłowej, WNT warszawa 1971.
- [3] Raczyński Z.: Trenzystorowy generator funkcyjny. Praca dyplomowa, Gliwice 1974. Instytut Metrologii i Maszyn Elektrycznych Politechniki Śląskiej.

## АНАЛИЗ ПОГРЕШНОСТЕЙ ИНТЕГРАТОРА ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ФУНКЦИИ

## Резюме

Сделан анализ погрешностей интегратора установленного на линейном интегрированном усилителе. Рассматривается влияние этих погрешностей на свойства генератора функции.

## ERROR ANALYSIS OF SQUARE WAVE INTEGRATOR

## Summary

The analysis of integrator constructed on the linear integrated amplifier is given. The influence of errors on the properties of function generator is presented.