

Zygmunt GARCZARZYK

STABILNOŚĆ A ORIENTACJA KONWERTERA UJEMNO-IMPEDANCYJNEGO
W AKTYWNYCH UKŁADACH RC

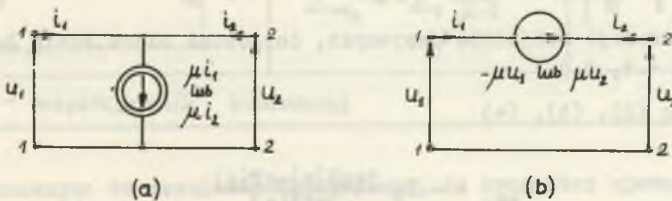
Streszczenie. Układy rzeczywiste konwerterów ujemno-impedancyjnych są stabilne zwarcioowo na jednym wejściu i stabilne rozwarciowo na drugim. W konsekwencji, stabilna konfiguracja może być uzyskana tylko wtedy, gdy konwerter posiada właściwą orientację w strukturze RC. W artykule pokazano, że właściwą orientację można przewidzieć teoretycznie.

1. Wstęp

Zastosowanie konwertera ujemno-impedancyjnego (skrót ang. NIC) w syntezie aktywnych układów RC sprawia, że pojawia się problem stabilności konwertera i wynikającej stąd jego orientacji w układzie. Podane w literaturze metody syntezy układów RC: NIC przyjmują konwerter jako układ bez dynamiki, przez co nie rozważa się zagadnienia orientacji [1], [2]. Układy praktyczne konwerterów wykazują stabilność zwarcioową na jednym wejściu i rozwarciową na drugim [11], [12]. Teoretyczne wyjaśnienie tego faktu fizycznego podaje kilku autorów [3], [4], [5]. W artykule wyjaśnia się to zjawisko w odmienny sposób i podejmuje się próbę wykorzystania tego podejścia w celu określenia takiej orientacji konwertera, przy której dana struktura będzie stabilna.

2. Stabilność konwertera

Będziemy rozważać najprostsz model teoretyczny konwertera ujemno-impedancyjnego z inwersją prądu (ang. CNIC), gdzie wykorzystuje się wzmacniacz prądowy sterowany prądowo (rys. 1a) oraz NIC z inwersją napięcia (ang. VNIC) zbudowany w oparciu o wzmacniacz napięciowo-napięciowy (rys. 1b).



Rys. 1

Jeżeli $\mu = 2$, to w obydwu przypadkach będą to konwertery idealne [2]. Dla wzmacniacza rzeczywistego wzmocnienie μ będzie zmieniać się przy zmianach częstotliwości i dlatego można je przedstawić jako funkcję wymierną zmiennej zespolonej s .

$$\mu(s) = \frac{L(s)}{M(s)} = \frac{a_0 + a_1 s + a_2 s^2 + \dots + a_m s^m}{b_0 + b_1 s + b_2 s^2 + \dots + b_n s^n} \quad (1)$$

Funkcja ta winna posiadać następujące własności:

- stopień $L(s) <$ stopnia $M(s)$, ponieważ $\mu(s) \rightarrow 0$ gdy $s \rightarrow \infty$
- wzmacniacz winien być stabilny, więc $M(s)$ musi posiadać zera w lewej półpłaszczyźnie zmiennej s ; wszystkie współczynniki $M(s)$ są różne od zera i dodatnie - $M(s)$ jest wielomianem Hurwitza,
- $\mu(s) \rightarrow 2$ gdy $s \rightarrow 0$ (idealny konwerter prądu stałego) więc $\frac{a_0}{b_0} = 2$

Zakładając, że $b_0 = 1$, można $\mu(s)$ napisać w postaci:

$$\mu(s) = \frac{2+sG(s)}{1+sF(s)}, \quad (2)$$

gdzie:

- $F(s)$ - wielomian Hurwitza
- st $G(s) <$ st $F(s)$.

Obliczmy impedancję wejściową na obu wejściach dla układu CNIC (rys. 1a), gdy źródło prądowe ma wartości μ i i_1 wtedy:

$$Z_{we1} = \frac{U_1}{J_1} = -Z_2(\mu - 1) \quad (3)$$

$$Z_{we2} = \frac{U_2}{J_2} = -Z_1\left(\frac{1}{\mu - 1}\right) \quad (4)$$

Z_1, Z_2 - impedancje dwójników pasywnych, dołączone odpowiednio do zacisków 1-1, 2-2.

Uwzględniając (2), (3), (4)

$$Z_{we1} = -Z_2 \frac{1+sG(s)-sF(s)}{1+sF(s)} \quad (5)$$

$$Z_{we2} = -Z_1 \frac{1+sF(s)}{1+sG(s)-sF(s)} \quad (6)$$

Z (5) i uwag poprzednich wynika, że bieguny Z_{we_1} leżą w lewej półpłaszczyźnie, a więc wejście 1-1 jest stabilne rozwarciowo (SR) [1].

Rozważmy wielomian mianownika w wyrażeniu (6).

Współczynnik przy s^0 jest 1, natomiast współczynnik przy najwyższej potęgze s jest ujemny, gdyż $st F(s) > st G(s)$.

Obecność współczynników o różnych znakach jest wystarczającym warunkiem obecności zer wielomianu w prawej półpłaszczyźnie [7]. Zauważmy, że wielomian licznika jest wielomianem Hurwitza, czyli bieguny admitancji Y_{we_2}

leżą w lewej półpłaszczyźnie - wejście 2-2 jest stabilne zwarciovo (SZ).

Prowadząc podobne rozumowanie dla pozostałych wariantów układów z rys. 1 uzyskuje się wyniki, które zestawiono w tabelicy 1.

TABLICA 1

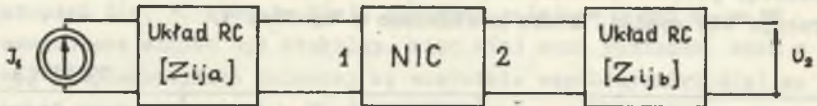
Typ konwertera		Impedancja wejściowa	Macierz łańcuchowa
CNIC		$Z_{we_1} = -Z_2(\mu-1)$ $Z_{we_2} = -Z_1 \frac{1}{\mu-1}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\mu-1} \end{bmatrix}$
		$Z_{we_1} = -Z_2 \frac{1}{\mu-1}$ $Z_{we_2} = -Z_1(\mu-1)$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -(\mu-1) \end{bmatrix}$
VNIC		$Z_{we_1} = -Z_2 \frac{1}{\mu-1}$ $Z_{we_2} = -Z_1(\mu-1)$	$\begin{bmatrix} \frac{1}{k} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\mu-1} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$
		$Z_{we_1} = -Z_2(\mu-1)$ $Z_{we_2} = -Z_1 \frac{1}{\mu-1}$	$\begin{bmatrix} -\frac{1}{k} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(\mu-1) & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$
$\frac{1}{k}$ - współczynnik konwersji			

Podsumowując te rezultaty stwierdzamy, że konwerter ujemno-impedancyjny w ogólnym przypadku jest czwórnikiem stabilnym rozwarciowo na jednym wejściu i jednocześnie stabilnym zwarciovo na drugim. Oznacza to konieczność pobudzenia prądowego z jednej lub napięciowego z drugiej strony.

3. Orientacja konwertera

Obecność konwertera w określonej strukturze RC sprawia, że stabilność całego układu zależy od stabilności NIC. Na stabilność konwertera ma wpływ, jak to pokazano, odpowiednia orientacja wejść względem układu zewnętrznego. Orientacja może być określona metodą prób w układzie rzeczywistym lub przewidziana teoretycznie. Przedstawiono tutaj zagadnienia związane z teoretycznym określeniem orientacji NIC.

Rozważmy model syntezy transmitancji wzajemnej, zaproponowany przez Linvilla [9] (rys. 2).



Rys. 2

Jeżeli konwerter jest typu napięciowego to:

$$z_{21} = \frac{U_2}{J_1} \Big|_{J_2=0} = \frac{kz_{12a}z_{12b}}{kz_{22a}z_{11b}}, \quad (7)$$

z drugiej strony

$$z_{21} = \frac{N(s)}{D(s)} = \frac{N(s)/Q(s)}{D(s)/Q(s)} = k \frac{\frac{N_a(s)}{Q_a(s)} \cdot \frac{N_b(s)}{Q_b(s)}}{\frac{D_a(s)}{Q_a(s)} - \frac{D_b(s)}{Q_b(s)}}, \quad (8)$$

gdzie:

$Q(s)$ - wielomian mający pojedyncze zera i taki, że $\text{st } Q(s) \gg \text{maks st } N(s), [\text{st } D(s)]$.

Zakłada się, że konwerter jest idealny ($k = 1$).

Jednakże w rozważaniach dotyczących stabilności układu staje się konieczne uwzględnienie dynamiki konwertera. Przyjmujemy model konwertera przedstawiony na rys. 1. Założymy, że wejście 1 konwertera jest stabilnie zwarciovo (SZ) czyli:

$$k = \mu - 1 \quad (9)$$

na podstawie wzorów (8), (2) i (9) otrzymamy:

$$z_{21} = \frac{[1+sG(s)-sF(s)]N_a(s)N_b(s)}{[D_a(s)Q_b(s)-D_b(s)Q_a(s)]-sF(s)[D_a(s)Q_b(s)+D_b(s)Q_a(s)]+sG(s)D_a(s)Q_b(s)} \quad (10)$$

natomiast jeśli wejście 1 jest stabilne rozwarciowo (SR)

$$k = \frac{1}{\mu - 1} \quad (11)$$

$$z_{21} = \frac{[1+sF(s)]N_a(s)N_b(s)}{[D_w(s)Q_b(s)-D_b(s)Q_a(s)]+sF(s)[D_a(s)Q_b(s)+D_b(s)Q_a(s)]-sG(s)D_b(s)Q_a(s)} \quad (12)$$

O stabilności transmitancji decyduje wielomian mianownika, musi to być wielomian Hurwitza.

Rozważmy mianownik w wyrażeniu (10). Współczynnik przy s^0 tego wielomianu jest taki sam jak współczynnik $D(s)$ i jest dodatni, gdyż rozkład RC : NIC ma postać:

$$\frac{D(s)}{Q(s)} = \frac{D_a(s)}{Q_a(s)} - \frac{D_b(s)}{Q_b(s)} ; \quad k = 1 \quad (13)$$

z której wynika, że

$$D(s) = D_a(s)Q_b(s) - D_b(s)Q_a(s) = \sum_{i=0}^n a_i s^i . \quad (14)$$

Zakładamy, że realizowana funkcja jest rzeczywista, wymierna a więc

$$a_i > 0 \quad i = 0, 1, \dots, n . \quad (15)$$

Najwyższa potęga s wystąpi w składniku $sF(s)[D_a(s)Q_b(s) + D_b(s)Q_a(s)]$, gdyż $\text{st } F(s) > \text{st } G(s)$. $F(s)$ jest wielomianem Hurwitza, zaś wielomiany D_a , Q_a , D_b , Q_b wybieramy tak aby odpowiadały immitancjom czwórników pasywnych RC, a więc także muszą posiadać wszystkie współczynniki dodatnie.

Wynika stąd, że współczynnik przy najwyższej potędze s będzie ujemny.

Skoro wielomian mianownika posiada współczynniki o różnych znakach nie jest więc spełniony warunek stabilności tego wielomianu [7].

Wielomian posiada zera w prawej półpłaszczyźnie i przy założonej orientacji konwertera struktura jest niestabilna.

Konkludując stwierdzamy, że we wszystkich przypadkach, kiedy możliwe jest uzyskanie stabilnej konfiguracji układu z rys. 2, wejście 1 konwertera nie może być zwarcioowo stabilne, lecz musi być rozwarciowo stabilne. Nie jest tu konieczne badanie zer wielomianu (12).

Przykład:

Rozważmy syntezę filtra o transmitancji:

$$z_{21} = \frac{H}{s^2 + 3s + 3}$$

wybieramy $Q(s) = s(s+1)$

$$z_{21} = \frac{\frac{H_a}{s} \cdot \frac{H_b}{s+1}}{\frac{(s+1)(s+3) - s}{s(s+1)}} = \frac{\frac{H_a}{s} \cdot \frac{H_b}{s+1}}{\frac{s+3}{s} - \frac{1}{s+1}},$$

zauważmy, że rozkład wielomianu mianownika jest optymalny w sensie Horowitz'a, tzn. minimalizuje wrażliwość układu na zmiany współczynnika konwersji konwertera [1].

Aby uwzględnić dynamikę konwertera najprościej jest wybrać

$$\mu(s) = \frac{2}{1+b_1s} \quad b_1 > 0; \quad b_1 \ll 1$$

$$\frac{D_a(s)}{Q_a(s)} = \frac{s+3}{s} \quad \frac{D_b(s)}{Q_b(s)} = \frac{1}{s+1}$$

$$G(s) = 0 \quad F(s) = b_1$$

Wielomian mianownika (10) będzie w postaci:

$$\begin{aligned} M_1(s) &= (s+3)(s+1) - s - s b_1 [(s+3)(s+1) + s] = \\ &= -b_1 s^3 + (1-5b_1) s^2 + (3-3b_1) s + 3 \end{aligned}$$

nie jest to wielomian stabilny.

Mianownik wyrażenia (12)

$$\begin{aligned} M_2(s) &= (s+3)(s+1) - s + s b_1 [(s+3)(s+1) + s] = \\ &= b_1 s^3 + (1+5b_1) s^2 + (3+3b_1) s + 3. \end{aligned}$$

Dla określonych b_1 jest to wielomian Hurwitza i tylko przy takiej orientacji układ może być stabilny.

Przedstawioną tu metodę przewidywania orientacji konwertera zastosowano do kilku najczęściej cytowanych w literaturze modeli syntezy RC:NIC. Wyniki zestawiono w tabelicy 2. Układ I rozważano w pracy [6].

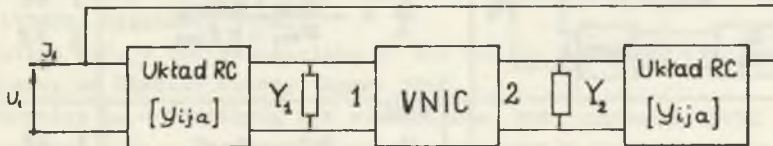
W przypadkach I - VI synteza oparta jest o typowy rozkład RC:-RC wielomianu i rozumowanie jest zasadniczo takie same jak w omówionym przypadku.

Kilku uwag wymaga układ z rys. 3 (przypadek 7), dla którego algorytm syntezy nie jest tak typowy. Jest to struktura szczególnie korzystna z praktycznego punktu widzenia, ze względu na możliwość realizacji czwórników RC w strukturze trójkątowej.

$$Y_{we} = \frac{J_1}{U_1} = y_{11_a} + y_{11_b} \frac{(y_{12_a} + y_{12_b})(y_{12_a} - ky_{12_b})}{Y_1 + y_{22_a} - k(y_{22_b} - Y_2)}, \quad (16)$$

gdzie:

$\frac{1}{k}$ - współczynnik konwersji.



Rys. 3

Synteza danej admitancji prowadzi do rozkładu [1]

$$Y_{we} = \frac{N(s)}{D(s)} = K_1 \frac{D(s)}{Q(s)} - \frac{[R_a(s) + R_b(s) \quad R_a(s) - kR_b(s)]}{K_2 D(s) Q(s)}, \quad (17)$$

gdzie:

$\frac{D(s)}{Q(s)}$ - admitancja RC

$R_a(s), R_b(s)$ - wielomiany o współczynnikach dodatnich

K_1, K_2 - stałe.

Jeżeli wejście 1 konwertera jest zwarciovo stabilne, mianownik (17) posiada czynnik

$$Q_A(s) = [1 + sF(s)] D(s)Q(s), \quad (18)$$

TABLICA 2

	Wariant realizacji	Funkcja obwodu	Orientacja
I		$\frac{U_2}{U_1} = \frac{kY_{12a} - Y_{12b}}{Y_{22b} - kY_{22a}}$	1 SR 2 SZ
II		$\frac{U_2}{U_1} = \frac{Z_{21b} - kZ_{21a}}{Z_{11b} - kZ_{11a}}$	1 SR 2 SZ
III		$\frac{J_2}{J_1} = \frac{Y_{21b} - kY_{21a}}{Y_{11b} - kY_{11a}}$	1 SR 2 SZ
IV		$\frac{J_2}{J_1} = \frac{-Z_{21b} + kZ_{21a}}{Z_{11b} - kZ_{11a}}$	1 SR 2 SZ
V		a VNIC $\frac{U_2}{J_1} = \frac{kZ_{12a}Z_{12b}}{kZ_{22a} - Z_{11b}}$	1 SR 2 SZ
		b CNIC $\frac{U_2}{J_1} = \frac{kZ_{12a}Z_{12b}}{kZ_{22b} - Z_{22a}}$	1 SR 2 SZ
VI		a VNIC $\frac{U_1}{J_1} = Z_{11} - \frac{kZ_{12}^2}{kZ_{22} - Z_{obc}}$	1 SZ 2 SR
		b CNIC $\frac{U_1}{J_1} = Z_{11} - \frac{Z_{12}^2}{Z_{22} - kZ_{obc}}$	1 SR 2 SZ
VII		a VNIC $\frac{U_1}{J_2} = Y_{11a} + Y_{11b} - \frac{(Y_{12a} + Y_{12b})(Y_{12a} - kY_{12b})}{Y_1 + Y_{22a} - k(Y_{22b} - Y_2)}$	1 SZ 2 SR
		b CNIC $\frac{U_1}{J_2} = Y_{11a} + Y_{11b} - \frac{(Y_{12a} + Y_{12b})(kY_{12a} - Y_{12b})}{k(Y_1 + Y_{22a}) + Y_2 - Y_{22b}}$	1 SZ 2 SR

natomiast jeśli założymy stabilność rozwarciową wejścia 1

$$Q_B(s) = [1 + sF(s) - sG(s)] D(s)Q(s). \quad (19)$$

Łatwo sprawdzić, że tylko $Q_A(s)$ jest wielomianem Hurwitza. Wynika stąd, że wejście 1 musi być stabilne zwarciowo a wejście 2 stabilne rozwarciowo. Przedstawione tu rezultaty znajdują potwierdzenie w danych eksperymentalnych zawartych w pracach [9] (układ Va), [10] (układ I i Vb).

LITERATURA

- [1] Mitra S.K. - Analiza i synteza układów aktywnych liniowych. WNT, Warszawa 1974.
- [2] Su K.L. - Teoria układów aktywnych. WNT, Warszawa 1969.
- [3] Brownlie J.D. - On the stability properties of a negative impedance converter. IEEE Trans. on Circuit Theory. March 1966.
- [4] Schwarz A.F. - On the stability properties of negative-impedance converter. IEEE Trans. on Circuit Theory, March 1967.
- [5] Hoskins R.F. - Stability of negative-impedance converter. Electronics Letters, September 1966.
- [6] Davies A.C. - The orientation of the NIC in active-RC circuits. IEEE Trans. on Circuit Theory, March 1968.
- [7] Turowicz A. - Geometria zer wielomianów. PWN, Warszawa 1967.
- [8] Huelsman L.P. - Theory and Design of Active RC Circuits. Mc Graw-Hill, New York 1968.
- [9] Linvill J.G. - RC active filters. Proceedings of IRE, March 1954.
- [10] Blecher F.H. - Application of synthesis techniques to electronic circuit design. IRE Trans. on Circuit Theory Special Supplement, August 1960.
- [11] Garczarczyk Z., Pasko M. - Właściwości konwertera ujemno-impedancyjnego. Praca dyplomowa. Politechnika Śląska 1971.
- [12] De Pian L., Meltzer A. - Approaching the ideal NIC. Electronics, September 1968.

УСТОЙЧИВОСТЬ И ОРИЕНТАЦИЯ КОНВЕРТЕРА
ОТРИЦАТЕЛЬНОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ В АКТИВНЫХ RC-ЦЕПЯХ

Р е з ю м е

Действительные конвертеры отрицательного сопротивления устойчивы в виде короткого замыкания на одном входе и холостного хода на втором. В результате устойчива конфигурация будет тогда когда конвертер имеет правильную ориентацию в структуре RC. В статье представлена возможность предвидения правильной ориентации теоретически.

STABILITY AND ORIENTATION OF THE NEGATIVE IMPEDANCE CONVERTOR
IN ACTIVE RC - CIRCUITS

S u m m a r y:

Real negative impedance converters are short-circuit stable at one port and open-circuit stable at the other. Consequently, a stable configuration can be obtained only if a converter has the correct orientation in RC structure. In the article, it is shown, that the correct orientation can be theoretically predicted.