

Lesław TOPÓR-KAMIŃSKI

ANALOGOWY UKŁAD MNOŻĄCY JAKO ELEMENT TEORII OBWODÓW

Streszczenie. W artykule podano definicję idealnego analogowego układu mnożącego jako źródła podwójnie sterowanego. Podano modele: impedancji sterowanej; inwertora sterowanego; konwertora sterowanego oraz filtrów sterowanych. Pokazano możliwość syntezy impedancji nieliniowej.

Wstęp

Analogowy układ mnożący, ze względu na bardzo szerokie możliwości zastosowań w układach i przyrządach elektronicznych, był i jest budowany w bardzo wielu wariantach układów złożonych z elementów dyskretnych. Układy te pracują zarówno w oparciu o pewne zależności matematyczne realizujące operację mnożenia (np. $xy = \text{antylog} [\log x + \log y]$) [6, 8], jak i zjawiska fizyczne opisane iloczynem dowolnych wielkości fizycznych (np. efekt Halla) [9]. Bardzo często stosowane są także elementy elektroniczne dające się opisać równaniami parametrycznymi, jak: trioda [10], tranzystor bipolarny [11], termistor, magnetorezystor [12], fotorezystor [12, 13] oraz najpopularniejszy z tych elementów tranzystor polowy [14].

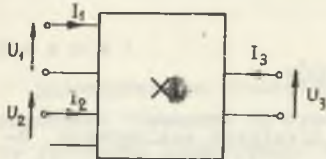
Przedstawione przez wielu autorów układy mnożące reprezentują bardzo szeroki wachlarz własności: od stosunkowo nieskomplikowanych [14, 15], realizujących działanie mnożenia z błędem rzędu kilku procent, do układów bardzo złożonych o dokładności rzędu 0,1% w szerokim paśmie częstotliwości [17, 18, 19].

Przełomowym momentem zastosowań układów mnożących było wyprodukowanie ich przez wiele firm na świecie w postaci scalonej (np. MC 1595 firmy Motorola, lub $\mu A 795$ f. Fairchild). Wymiarami oraz ceną zbliżone są one obecnie do scalonych wzmacniaczy operacyjnych, co uzasadnia równorzędne traktowanie tego typu elementów w układach analogowych. W przewidywaniu dalszego upowszechniania się układów mnożących, w niniejszym artykule przedstawiono możliwości zastosowania tych układów jako elementów obwodów na równi ze źródłami sterowanymi.

1. Definicja idealnego układu mnożącego

Idealny układ mnożący jest elementem mającym trzy pary zacisków: dwie sterujące oraz jedną sterowaną (rys. 1). Jedna ze zmiennych zaciskowych na zaciskach sterowanych jest uzależniona od iloczynu odpowiednich zmiennych zaciskowych na zaciskach sterujących. Analogicznie do źródeł sterowanych, układ mnożący można traktować jako źródło podwójnie sterowane.

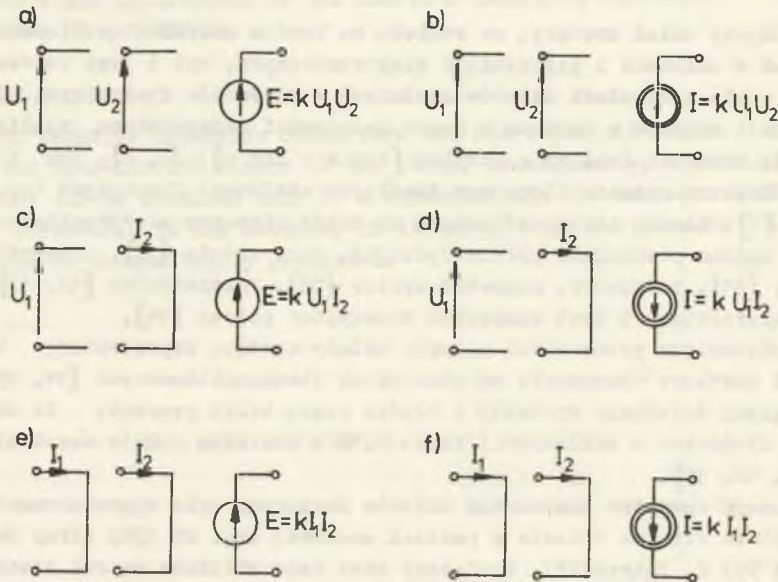
W zależności od przyjęcia rodzaju zmiennych zaciskowych jako sterujących istnieje sześć typów mnożników analogowych.



Rys. 1

Na rys. 2 przedstawione są kolejno:

- źródło napięciowe sterowane iloczynem napięć,
- źródło prądowe sterowane iloczynem napięć,
- źródło napięciowe sterowane iloczynem napięcia i prądu,
- źródło prądowe sterowane iloczynem napięcia i prądu,
- źródło napięciowe sterowane iloczynem prądów,
- źródło prądowe sterowane iloczynem prądów.

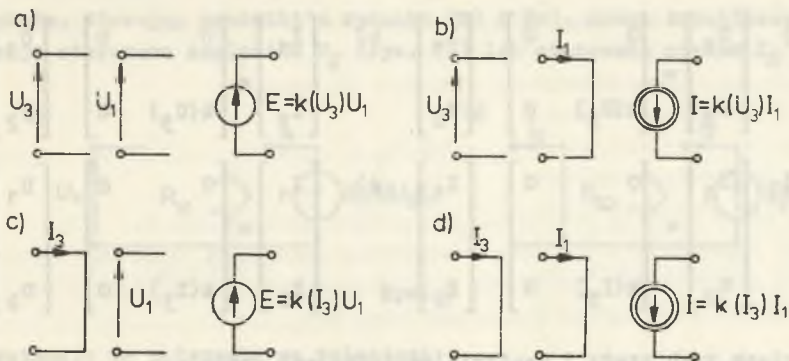


Rys. 2

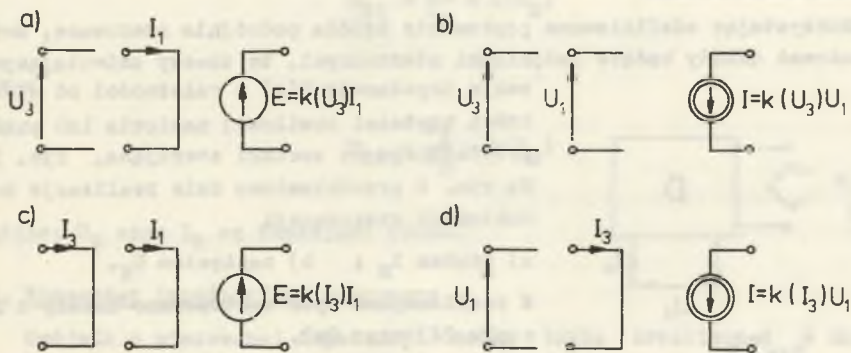
Mnożnik analogowy można także opisywać jako czwórnik, biorąc pod uwagę jedną z par zacisków sterujących i zaciski sterowane. Tak przedstawione układy mnożące nazywane są często wzmacniaczami ze sterowanym współczynnikiem wzmocnienia lub przetwornikami ze sterowanym współczynnikiem przetwarzania.

Istnieją cztery rodzaje wzmacniaczy sterowanych (rys. 3) oraz cztery rodzaje przetworników sterowanych (rys. 4).

Przedstawione na rysunkach 3 i 4 czwórnik można opisać równaniami wiążącymi napięcia i prądy zaciskowe w których odpowiednie współczynniki (transmitancje) są funkcjami prądu lub napięcia trzeciej pary zacisków.



Rys. 3



Rys. 4

Układy przedstawione na rys. 3 opisywane są następującymi równaniami macierzowymi hybrydowymi:

$$\begin{array}{ll}
 \text{a)} \begin{bmatrix} I_1 \\ U_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ k(U_3) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ I_2 \end{bmatrix} & \text{b)} \begin{bmatrix} U_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ k(U_3) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ U_2 \end{bmatrix} \\
 \text{c)} \begin{bmatrix} I_1 \\ U_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ k(I_3) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ I_2 \end{bmatrix} & \text{d)} \begin{bmatrix} U_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ k(I_3) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ U_2 \end{bmatrix}
 \end{array}$$

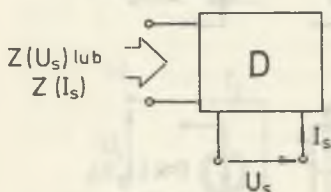
Natomiast układy z rys. 4 opisywane są równaniami macierzowymi łańcuchowymi:

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ k(U_3) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} & \text{b)} \quad \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ k(U_3) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} \\ \text{c)} \quad \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ k(I_3) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} & \text{d)} \quad \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ k(I_3) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

W równaniach tych prądy i napięcia są funkcjami czasu.

2. Dwójniki sterowane

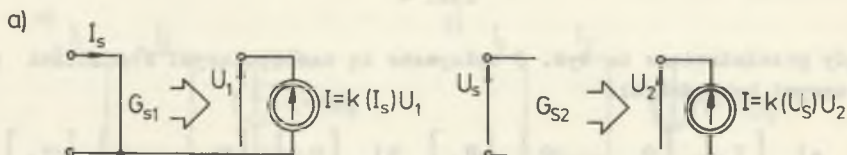
Wykorzystując zdefiniowane poprzednio źródła podwójnie sterowane, można zbudować układy będące dwójnikami sterowanymi, to znaczy zmieniającymi swoją impedancję $Z(s)$ w zależności od wielkości wartości chwilowej napięcia lub prądu przyłożonego na zaciski sterujące, rys. 5. Na rys. 6 przedstawiono dwie realizacje konduktancji sterowanej:



Rys. 5

a) prądem I_S ; b) napięciem U_S .

W realizacjach tych zastosowano układy z rysunku 2d) oraz 2e).



Rys. 6

Konduktancje przedstawionych układów opisują relacje:

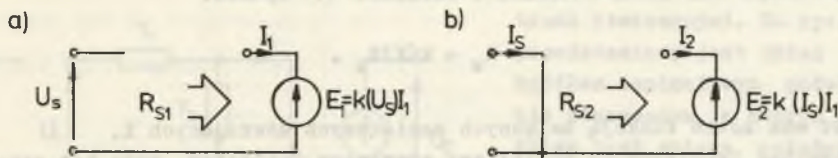
$$G_{S1} = \frac{I_1}{U_1} = k(I_S)$$

oraz

$$G_{S2} = \frac{I_2}{U_2} = k(U_S),$$

gdzie: I_S oraz U_S są funkcjami czasu.

Podobnie, stosując mnożniki z rysunku 2b) i 2c), można zrealizować rezystancję sterowaną napięciem U_S (rys. 7a) lub sterowaną prądem I_S (rys.7b).



Rys. 7

Rezystancje te opisywane są relacjami:

$$R_{S1} = \frac{E_1}{I_1} = k(U_S)$$

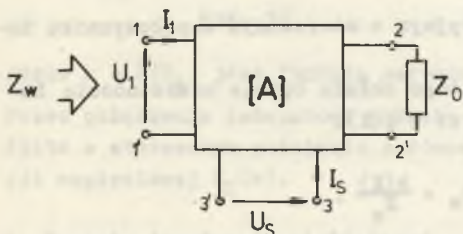
oraz

$$R_{S2} = \frac{E_2}{I_2} = k(I_S) ,$$

gdzie: U_S oraz I_S są funkcjami czasu.

3. Konwerter impedancyjny sterowany

Dwójnik o sterowanej impedancji można także zrealizować w układzie przedstawionym na rys. 8.



Rys. 8

Układ ten między parami zacisków 11' oraz 22' rozpatrujemy jako czwórnik, a zaciski 33' przyjmujemy za sterujące. Oznaczmy zmienne zaciskowe na wyjściu 33 ogólnie przez X.

Opiszmy układ równaniami łańcuchowymi i począwszy następujące założenia dotyczące współczynników:

$$A_{11} = k(X) ; \quad A_{12} = 0 ; \quad A_{21} = 0 ; \quad A_{22} = 1 .$$

Otrzymujemy następującą macierz współczynników łańcuchowych:

$$[A] = \begin{bmatrix} k(X) & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} .$$

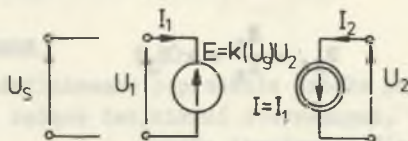
Opisuje ona konwerter impedancyjny napięciowy o sterowanym współczynniku konwersji $k(X)$.

Impedancja wejściowa widziana z zacisków '11' wynosi:

$$Z_w = k(X)Z_o .$$

Jest ona zatem funkcją zmiennych zaciskowych sterujących X .

Konwerter impedancyjny napięciowy sterowany napięciem, może być zrealizowany przy użyciu źródła prądowego sterowanego prądem oraz źródła napięciowego podwójnie sterowanego napięciem (rys. 9).



Rys. 9

4. Inwerter impedancyjny sterowany

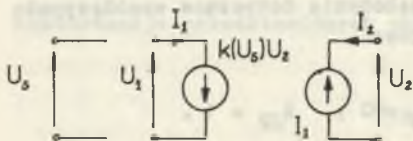
Jeżeli układ przedstawiony na rys. 8 będzie opisywany macierzą łańcuchową:

$$[A] = \begin{bmatrix} 0 & k(X) \\ 1 & 0 \end{bmatrix} ,$$

to można go nazwać inwerterem impedancyjnym o sterowanym współczynniku inwersji $k(X)$.

Impedancja wejściowa na zaciskach '11' tego układu będzie odwrotnością impedancji obciążenia zmieniającą się wraz z $k(X)$.

$$Z_w = \frac{k(X)}{Z_o} .$$



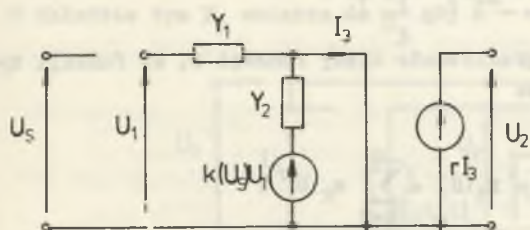
Rys. 10

Inwerter impedancyjny sterowany napięciem można zbudować ze źródła napięciowego sterowanego prądem, oraz źródła napięciowego podwójnie sterowanego napięciem (rys. 10).

5. Filtry sterowane

Własności częstotliwościowe filtrów związane są z położeniem zer i biegunów ich transmitancji $K(s)$ na płaszczyźnie zespolonej S . Układy z któ-

rych położenie zer i biegunów transmitancji można zmieniać sygnałem przyłożonym na dodatnie zaciski sterujące można nazwać filtrami o sterowanej

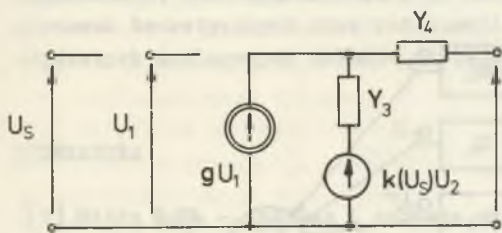


Rys. 11

transmitancji lub wprost filtrami sterowanymi. Na rys. 11 przedstawiony jest układ ze źródłem napięciowym podwójnie sterowanym, w którym możliwa jest zmiana położenia zer transmitancji napięciowej K_{1U} napięciem sterującym U_S . Transmitancja napięciowa układu wynosi:

$$K_{1U}(s, k) = \frac{U_2}{U_1} = r [Y_1(s) + k Y_2(s)] ,$$

gdzie $k = k(U_S)$ jest funkcją wartości chwilowych napięcia sterującego U_S .



Rys. 12

Na rys. 12 przedstawiony jest natomiast układ, w którym zmieniają się położenia biegunów transmitancji K_{2U} w funkcji przyłożonego napięcia U_S . Transmitancja ta wynosi:

$$K_{2U}(s, k) = \frac{U_2}{U_1} = \frac{g}{Y_1(s) - kY_3(s)} ,$$

gdzie $k = k(U_S)$ jest funkcją wartości chwilowych napięcia sterującego U_S .

Przez połączenie łańcuchowe układów z rysunków 11 i 12 otrzymuje się filtr o sterowanym położeniu zarówno zer jak i biegunów jego transmitancji napięciowej $K_U(s)$.

6. Synteza impedancji nieliniowej

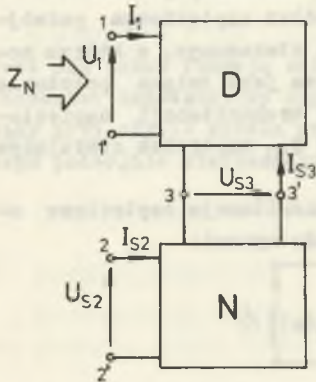
Na rys. 13 przedstawiony jest dwójnik sterowany D identyczny z przedstawionym na rys. 5, którego zmienne zaciskowe sterujące U_{S3} lub I_{S3} są funkcją zmiennych zaciskowych U_{S2} (lub I_{S2}), identycznych z wejściowymi U_1 (lub I_1). Funkcja ta, nazwijmy ją F, realizowana jest przez człon nieliniowy N.

Impedancja Z_N widziana z zacisków 11' jest opisana zależnością:

$$Z_N = Z(U_3) = Z [F(U_{S2})] .$$

Jeżeli założyć równości $U_{S2} = U_1$ lub $I_{S2} = I_1$ to admitancja Z_N będzie impedancją nieliniową uzależnioną napięciowo lub prądowo.

$$Z_N = Z [F(U_{S2})] = F(U_1) .$$



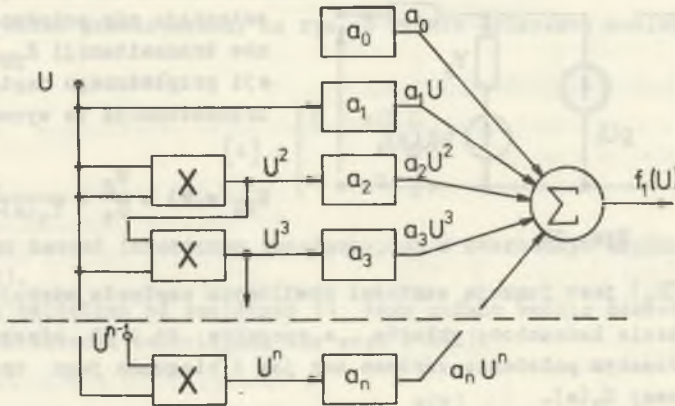
Rys. 13

Ograniczenie klasy funkcji F , do funkcji typu:

$$F = f_1(U) = \sum_{k=0}^n a_k U^k .$$

Umożliwia realizację członu nieliniowego N przy pomocy $n-1$ źródeł podwójnie sterowanych, $n+1$ źródeł sterowanych oraz jednego źródła sterowanego sumującego.

Na rys. 14 przedstawiony jest schemat blokowy członu nieliniowego N realizującego funkcję $f_1(U)$.



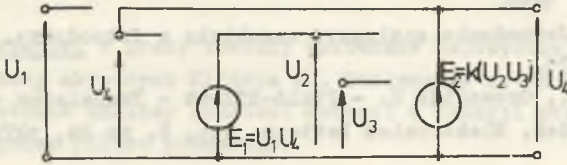
Rys. 14

Włączenie do rozpatrywanych dotychczas elementów analogowego układu działającego jako źródła napięciowego lub prądowego, sterowanego ilorazem zmiennych na dwóch parach zacisków wejściowych, pozwala rozszerzyć klasę funkcji F do funkcji wymiernych typu:

$$F = f_2(U) = \frac{\sum_{k=0}^n a_k U^k}{\sum_{l=0}^m b_l U^l} .$$

Na rys. 15 przedstawiona jest realizacja napięciowego źródła sterowanego ilorazem napięć wejściowych U_1 i U_3 .

W układzie tym E_2 zmierza do $\frac{U_1}{U_3}$ gdy $k \rightarrow \infty$.



Rys. 15

7. Wnicski

Analogowy układ mnożący rozpatrywany jako element teorii obwodów pozwala na realizację wielu układów wiążących obwody parametryczne i nieliniowe z syntezą liniowych układów aktywnych. Przedstawione w niniejszej pracy przykłady nie wyczerpują rozpatrywanego zagadnienia, lecz sygnalizują jego szeroki zasięg, możliwości dalszych pracowań teoretycznych oraz realizacji praktycznych z zastosowaniem rzeczywistych analogowych układów mnożących.

LITERATURA

- [1] Mitra S.K. - Analiza i synteza układów aktywnych liniowych. WNT, Warszawa 1974.
- [2] Siedow K.I. - Wwiedzenie w sintez aktywnych cepelej. "Energia" Leningradzkoje Otdielenije, 1973.
- [3] Kuleszow I.G. - Nieliniejnije i parametriczeskije radiocepi. "Wiszczza Szkoła" Kijew, 1970.
- [4] Białko M. - Elementy syntezy liniowych układów scalonych. WKŁ, Warszawa 1973.
- [5] Szarsze Z. - Opieracjonnyje usiliteli i ich primienienie. "Energia" Leningradzkoje Otdielenije, 1974.
- [6] Eimbinder J. - Zastosowanie układów scalonych liniowych. WNT, Warszawa 1974.
- [7] Graeme J., Tobey G., Huelsman L. - Operational amplifiers design and applications. Mc Graw-Hill Book, 1971.
- [8] Jabłoński A, - Uniwersalny blok operacji nieliniowych do współpracy z systemami aparatury sterowania automatycznego i symulacji. PAK, nr 7, 1974.
- [9] Fuchs H., Flochart D.G. - A Hall Effect Analogue Multiplier. Elektron Engineering, November 1960.

- [10] Wilson J.P. - A Simple High-Speed Analogue Multiplier. EE. January 1967.
- [11] Smith H., Prabhakar A. - Multipliers and Dividers in A.C. Computers. E.E. November 1960.
- [12] Tietze U. - Analogmultiplizierer mit isolierenden Kopplern. Elektronik, Heft __, 1968.
- [13] Marsik J. - Jednoduchá analogová násobická s fotoodpory. Automatizace, nr 6, 1971.
- [14] Abu-Zeid M.M., Groendijk H. - Field-Effect - Transistor - Bridge Multiplier-Divider. Electronics Letters, vol. 8, nr 24, 1972.

АНАЛОГОВЫЙ УМНОЖИТЕЛЬ КАК ЭЛЕМЕНТ ТЕОРИИ ЭЛЕКТРО-ЦЕПЕЙ

Р е з ю м е

В статье передано определение идеального аналогового умножителя как двойно управляемого источника. Переданы примеры управляемого импеданса, управляемого инвертора, управляемого конвертера, а также управляемых фильтров. Указана возможность синтеза нелинейного импеданса.

ANALOGUE MULTIPLIER AS ELEMENT OF CIRCUIT THEORY

S u m m a r y:

In the article, the definition of an ideal analogue multiplier as a double controlled source has been given. The models of controlled impedances, controlled inverters, controlled converters, and controlled filters as well as The possibility of the synthesis of non-linear impedance have been shown.