

Jerzy Jaskulski

Instytut Metrologii Elektrycznej Politechniki Wrocławskiej

BŁĘDY PODZIAŁU NAPIĘCIA DWURDZENIOWYCH DZIELNIKÓW INDUKCYJNYCH W ZAKRESIE MAŁYCH CZĘSTOTLIWOŚCI AKUSTYCZNYCH

Streszczenie. Przedstawiono analizę źródeł błędów dwurdzeniowych indukcyjnych dzielników napięcia w zakresie częstotliwości 20-400 Hz. Podano zależności pozwalające na oszacowanie wartości błędów spowodowanych różnymi czynnikami oraz wyniki pomiaru błędów modułu i fazy.

1. Wprowadzenie

Spśród parametrów charakteryzujących właściwości metrologiczne indukcyjnych dzielników napięcia (IDN), za najważniejszy uważa się błąd podziału napięcia. Zapewnienie możliwie małych błędów w szerokim zakresie częstotliwości stanowi w większości przypadków główne kryterium wyboru materiałów oraz rozwiązania konstrukcyjnego dzielnika [1, 3]. Inne parametry takie jak: impedancja wejściowa i wyjściowa, wartość napięcia wejściowego itp. mają z reguły drugorzędne znaczenie i wymagają uwzględnienia w specjalnych wykonaniach IDN.

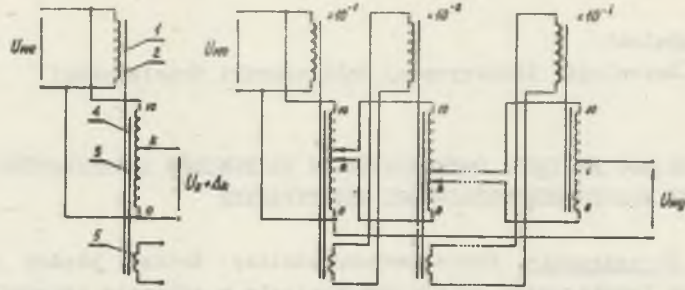
Opracowanie konstrukcji nowego typu dzielnika indukcyjnego-dwurdzeniowego wymaga: określenia źródeł błędów podziału napięcia, oszacowania wartości błędów spowodowanych parametrami resztkowymi materiałów użytych do jego konstrukcji oraz wyznaczenia udziału poszczególnych błędów w błędzie wypadkowym dzielnika.

2. Źródła błędów dzielnika dwurdzeniowego w zakresie małych częstotliwości akustycznych

Analizę źródeł błędów jednodekadowego dzielnika dwurdzeniowego przeprowadzono dzieląc je na dwie grupy: błędy w stanie jałowym dzielnika oraz błędy dodatkowe powstające przy obciążeniu dzielnika uzwojeniami niższych dekad (rys. 1).

Źródłami błędów w stanie jałowym dzielnika są:

- różnice w wartościach parametrów elektrycznych i magnetycznych każdej sekcji uzwojenia stosunkowego (rezystancji uzwojeń, indukcyjności rozproszenia, indukcyjności własnej i rezystancji strat),
- impedancje przewodów doprowadzających,
- admitancje między uzwojeniami poszczególnych sekcji oraz między uzwojeniem stosunkowym a ekranem, które stanowią wewnętrzne obciążenie dzielnika.



Rys. 1. Schemat ideowy dzielnika dwurdzeniowego

- a) dzielnik jednodekadowy nieobciążony; b) dzielnik wielodekadowy;
 1 - uzwojenie magnesujące, 2 - rdzeń magnesujący, 3 - rdzeń korekcyjny,
 4 - uzwojenie stosunkowe, 5 - uzwojenie wtórne

Wpływ obciążenia wewnętrznego na wartość błędu podziału odgrywa istotną rolę przy częstotliwościach $f > 1\text{kHz}$ i nie będzie analizowany w niniejszym artykule.

Źródłami błędów w dzielniku obciążonym są:

- spadki napięć na impedancjach rozproszenia poszczególnych sekcji spowodowane nierównością tych impedancji oraz niejednakową gęstością prądu obciążenia w uzwojeniu stosunkowym,
- spadki napięć na impedancjach przewodów doprowadzających.

2.1. Błędy spowodowane nierównościami parametrów elektrycznych i magnetycznych

Do rozważań przyjęto schemat zastępczy dzielnika dwurdzeniowego (rys.2) w którym:

- każda sekcja uzwojenia stosunkowego ma parametry związane z rdzeniem korekcyjnym oraz z rdzeniem magnesującym [2],
- impedancja każdej sekcji składa się z równoległego połączenia indukcyjności własnej i rezystancji strat, szeregowo połączonych z rezystancją uzwojenia i indukcyjnością rozproszenia,
- każdy z wymienionych parametrów, związany z dowolną j -tą sekcją uzwojenia stosunkowego, traktowany jest jako suma wartości średniej tego parametru i jego odchylenia od wartości średniej [3].

Stosunek napięcia wyjściowego j -tej sekcji do napięcia wejściowego dany jest równaniem:

$$\frac{U_j}{U_{we}} = 0,1 + \Delta_j, \quad (1)$$

przy czym Δ_j jest błędem podziału j -tej sekcji określonym zależnością:

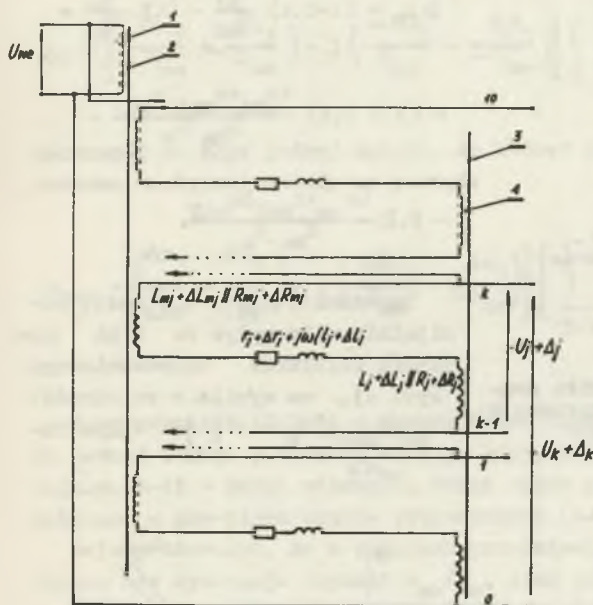
$$\Delta_j = \frac{z_{ma}}{Z_{ma}} \left[\left(\frac{\Delta l_j}{L_a} + \frac{\Delta r_j}{R_a} \right) + j \left(\frac{\omega \Delta l_j}{R_a} - \frac{r_j}{\omega L_a} \right) \right] +$$

$$+ \frac{z_{ma}}{Z_{ma}} \left[\left(\frac{c_{a1} \Delta L_j}{L_a} + \frac{c_{a2} \Delta R_j}{R_a} \right) + j \left(\frac{c_{a1} \omega \Delta L_j}{10 R_a} + \frac{c_{a2} \Delta R_j}{10 \omega L_a} \right) \right] + \quad (2)$$

$$+ \frac{z_a}{Z_a} \left[\left(\frac{c_{m1} \Delta L_{mj}}{L_{ma}} + \frac{c_{m2} \Delta R_{mj}}{R_{ma}} \right) + j \left(\frac{c_{m1} \omega \Delta L_{mj}}{10 R_{ma}} + \frac{c_{m2} \Delta R_{mj}}{10 \omega L_{ma}} \right) \right],$$

przy czym:

$$c_1 = \frac{R^2}{R^2 + \omega^2 L^2}; \quad c_2 = \frac{\omega^2 L^2}{R^2 + \omega^2 L^2}.$$



Rys. 2. Schemat zastępczy dzielnika dwurdzeniowego w zakresie małych częstotliwości akustycznych

1 - uzwojenie magnesujące, 2 - rdzeń magnesujący, 3 - rdzeń korekcyjny, 4 - uzwojenie stosunkowe

błąd Δ_j w dzielniku dwurdzeniowym jest (100±1000) razy mniejszy niż w autotransformatorowym IDN.

Błąd dzielnika na odczepie k jest sumą błędów wszystkich sekcji między odczepami 0 oraz k:

Ze wzoru (2) wynika, że błąd podziału każdej sekcji dzielnika zależy od odchylenia od wartości średniej rezystancji uzwojenia sekcji (Δr_j) i indukcyjności rozproszenia (Δl_j), od niejednorodności właściwości materiału magnetycznego rdzenia korekcyjnego ($\Delta L_j, \Delta R_j$) i magnesującego ($\Delta L_{mj}, \Delta R_{mj}$) oraz od indukcyjności własnej i rezystancji strat obu uzwojeń. Ponieważ reaktancja indukcyjna i rezystancja strat maleją wraz ze zmniejszeniem się częstotliwości napięcia wejściowego [5, 6], Δ_j osiąga największe wartości w zakresie małych częstotliwości akustycznych.

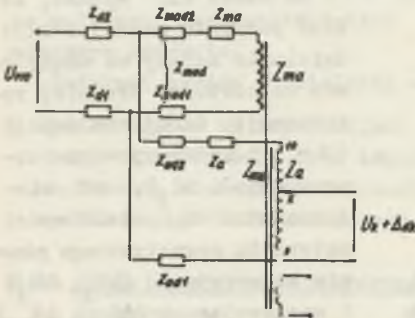
Należy jednak zauważyć, że ze względu na małe wartości z_{ma}/Z_{ma} i z_a/Z_a [4]

$$\Delta_k = \sum_{j=1}^k \Delta_j \quad (3)$$

Równania (2) i (3) pozwalają wyliczyć błąd modułu i błąd kątowy dzielnika przez pomiar wielkości występujących w tych zależnościach [3, 5].

2.2. Błędy spowodowane impedancjami przewodów doprowadzających

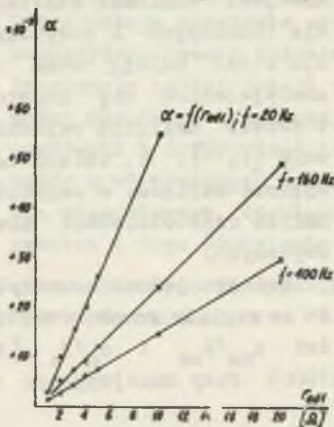
Analizę przeprowadzono wyliczając zmianę napięcia na uzwojeniu stosunkowym spowodowaną spadkami napięcia na impedancjach doprowadzeń przy przepływie prądu stanu jałowego [5]. Zakładając, że impedancje doprowadzeń występują w obu uzwojeniach magnesującym i stosunkowym (rys. 3) równanie na błąd ma postać:



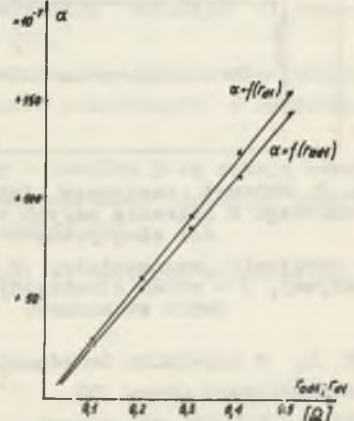
Rys. 3. Schemat ideowy dzielnika dwurdzeniowego uwzględniający impedancje przewodów doprowadzających

$$\begin{aligned} \Delta_{dk} = & (1-0,k) \frac{z_{d1}}{z_{ma}} - 0,k \frac{z_{d2}}{z_{ma}} + \\ & + (1-0,k) \frac{(z_{ma}+z_{mad})z_{ad1}}{z_{ma}z_a} - \\ & - 0,k \frac{(z_{ma}+z_{mad})z_{ad2}}{z_{ma}z_a} \end{aligned}$$

Impedancje z_{ad1} , z_{ad2} mają pojmialnie mały wpływ na błąd podziału dzielnika dwurdzeniowego (rys. 4), co wynika z zależności $(z_{ma}+z_{mad})/z_a \ll 1$ [5]. Wpływ im-



Rys. 4. Błędy modułu dzielnika dwurdzeniowego spowodowane rezystancją doprowadzeń



Rys. 5. Błędy modułu: α_1 - autotransformatorowego IDN, α_2 - dwurdzeniowego IDN z odłączonym uzwojeniem magnesującym

pedancji z_{d1} oraz z_{d2} jest wielokrotnie większy (rys. 5), taki sam jak w autotransformatorowym IDN. Z powyższego wynika, że wykonując niezależne doprowadzenia do uzwojenia magnesującego oraz stosunkowego i łącząc je w jednym punkcie układu pomiarowego, uzyskuje się $z_{d1} = z_{d2} \approx 0$ i błąd pomiaru spowodowany impedancjami doprowadzeń jest pomijalnie mały.

2.3. Błędy podziału dzielnika obciążonego niższymi dekadami

W literaturze [4] wykazano, że w dzielniku wielodekadowym wzajemne połączenie dekad (rys. 1) daje znaczny wzrost prądu płynącego przez sekcje uzwojenia stosunkowego. Prąd obciążenia powoduje zwiększenie różnic w spadkach napięć występujących na impedancjach rozproszenia poszczególnych sekcji.

Zakładając jednakowe parametry wszystkich i-dekad oraz przyjmując oznaczenia z rys. 3 błąd podziału jednej sekcji pierwszej dekady ma postać:

$$\Delta_j = \left[\left(\frac{\Delta r_j}{R_{ma}} + \frac{\Delta l_j}{L_{ma}} \right) + j \left(\frac{\omega \Delta l_j}{R_{ma}} - \frac{\Delta r_j}{\omega L_{ma}} \right) \right] \left[\sum_{j=1}^{i-1} 10^{-2j} + \frac{z_{ma}}{z_a} \sum_{j=1}^{i-1} 10^{-2j} \right]. \quad (5)$$

Zależność na błąd jednej sekcji, do której dołączone jest uzwojenie stosunkowe następnej dekady ma postać:

$$\Delta_{j+1} = \left[\left(\frac{\Delta r_j}{R_{ma}} + \frac{\Delta l_j}{L_{ma}} \right) + j \left(\frac{\omega \Delta l_j}{R_{ma}} - \frac{\Delta r_j}{\omega L_{ma}} \right) \right] \left[\sum_{j=1}^{i-1} 10^{-2j} - 9 \frac{z_{ma}}{z_a} \sum_{j=1}^{i-1} 10^{-2j} \right]. \quad (6)$$

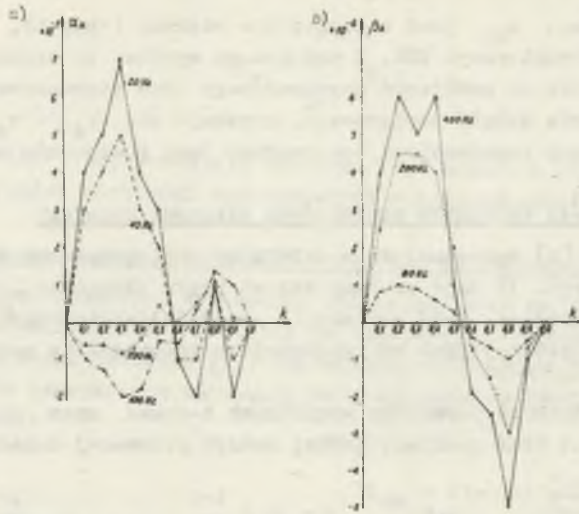
W wyrażeniach (5 i 6) pierwszy człon przedstawia dodatkowy błąd podziału jednej sekcji pierwszej dekady, gdy przepływają przez nią prądy magnesujące (i-1) - dekad niższych. Drugi człon przedstawia błąd podziału wynikający z przepływu prądów stosunkowych (i-1) - dekad niższych.

Należy zauważyć, że w członach przedstawiających wpływ prądów magnesujących nie występuje czynnik z_{ma}/z_a , stąd błędy podziału spowodowane tym zjawiskiem mogą mieć stosunkowo duże wartości (rys. 7).

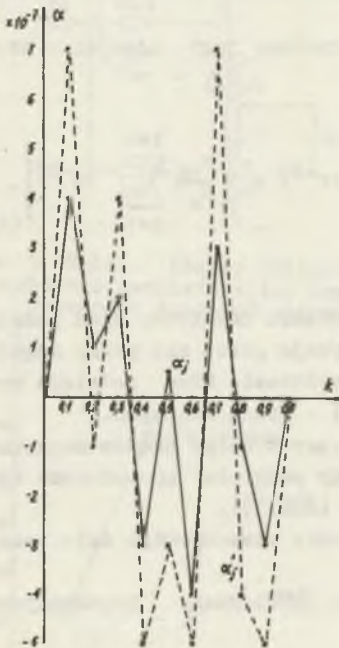
W równaniu (6) również wpływ obciążenia uzwojenia stosunkowego daje znaczne zwiększenie błędów podziału (rys. 8).

Prąd obciążenia daje również dodatkowy błąd spowodowany impedancjami doprowadzeń:

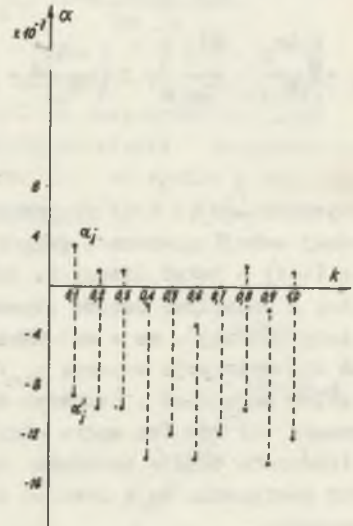
$$\Delta_{dk,0} = (1-0, k) \left[\frac{(z_{ma} + z_{mad}) z_{ad1}}{z_{ma} z_a} \sum_{j=1}^{i-1} 10^{-2j} - \frac{z_{ad1}}{z_{ma}} \sum_{j=1}^{i-1} 10^{-2j} \right] - 0, k \left[\frac{(z_{ma} + z_{mad}) z_{ad2}}{z_{ma} z_a} \sum_{j=1}^{i-1} 10^{-2j} - \frac{z_{ad2}}{z_{ma}} \sum_{j=1}^{i-1} 10^{-2j} \right] \quad (7)$$



Rys. 6. Błędy podziału napięcia nieobciążonego dzielnika dwurdzeniowego
a) błędy modułu, b) błędy fazy



Rys. 7. Błędy modułu poszczególnych sekcji dzielnika: α_j - błędy dzielnika nieobciążonego, α'_j - błędy dzielnika obciążonego uzwojeniami następczej dekady



Rys. 8. Przyrost błędów modułu poszczególnych sekcji spowodowany dołączeniem uzwojenia stosunkowego drugiej dekady: α_j - błąd sekcji nieobciążonej, α'_j - błąd sekcji obciążonej

O wartości $\Delta_{dk.0}$ decydują głównie składniki związane z przepływem prądów magnesujących niższych dekad (drugi wyraz w nawiasach prostokątnych). W literaturze [5] wykazano, że $\Delta_{dk.0}$ jest około 100 razy mniejszy w dzielniku dwurdzeniowym w porównaniu z dzielnikiem autotransformatorem.

3. Pomiary błędów podziału napięcia

Błędy podziału wykonanych dekad dwurdzeniowych zmierzono w układzie kompensacyjno-różnicowym opisanym w literaturze [3, 5]. Dla dzielnika jednodekadowego - nieobciążonego błędy podziału napięcia poszczególnych sekcji mieściły się w zakresie $\alpha_j = \pm (0,5 \div 4) 10^{-7}$, $\beta_j = + (1 \div 8) 10^{-6}$, przy $f = 20$ Hz. Błędy podziału dzielnika w funkcji nastawienia wynosiły $\alpha_k \leq \pm 2 \cdot 10^{-7}$, $\beta_k \leq \pm 5 \cdot 10^{-6}$ dla $f = 80 \div 400$ Hz.

Dołączenie uzwojenia magnesującego drugiej dekady powodowało przyrost błędów poszczególnych sekcji o wartość $\alpha_j = \pm (2 \div 4) 10^{-7}$, $\beta_j = \pm (3 \div 5) 10^{-6}$ przy $f = 20$ Hz. Dołączenie uzwojenia stosunkowego drugiej dekady powodowało przyrost błędu obciążonej sekcji o wartość $\alpha_j = -(10 \div 14) 10^{-7}$, a sekcji nieobciążonych o wartość $\alpha_j \leq 1 \cdot 10^{-7}$ przy $f = 20$ Hz.

Przykładowy zestaw wyników uzyskanych dla dekady o parametrach: rdzeń magnesujący: 75x40x25 mm rdzeń korekcyjny: 75x40x10 mm liczba zwojów 300 podano na rys. (4÷8).

4. Wnioski

Wyprowadzone zależności na błędy podziału napięcia pozwalają na oddzielne analizowanie poszczególnych źródeł błędów oraz indywidualne projektowanie dekad dzielnika wielodekadowego. Stanowią one podstawę przy doborze materiałów oraz przy optymalizacji konstrukcji dzielnika. Wykonane 7-dekadowe dwurdzeniowe IDN mają błąd $\pm 2 \cdot 10^{-6}$ przy częstotliwości 20 Hz i mniejszy niż $\pm 1 \cdot 10^{-6}$ w zakresie częstotliwości 80÷400 Hz.

Ważniejsze oznaczenia

- L_a, L_{ma} - indukcyjność własna uzwojenia stosunkowego i magnesującego;
- R_a, R_{ma} - rezystancja strat rdzenia korekcyjnego i magnesującego;
- r_j, l_j - rezystancja i indukcyjność rozproszenia jednej sekcji uzwojenia stosunkowego;
- U_j - napięcie wyjściowe j-tej sekcji dzielnika;
- U_{we} - napięcie wejściowe dzielnika;
- Z_a, Z_{ma} - impedancje uzwojenia stosunkowego i magnesującego;
- z_a, z_{ma} - impedancje rozproszenia uzwojenia stosunkowego i magnesującego;
- Δ_j - błąd podziału j-tej sekcji dzielnika;

- Δ_k - błąd podziału dzielnika na odczepie k;
 $\Delta_{dk}, \Delta_{dk0}$ - błędy podziału na odczepie k spowodowane impedancją doprowadzeń.

RECENZENT:

doc. dr hab. Ryszard Gotszalk
 Politechnika Wrocławska

LITERATURA

- [1] Deacon T.A., Hill I.I., Two-stage inductive voltage dividers. Proc. IEE, vol. 115, 1968, nr 6, s. 888-892.
- [2] Hill I.I., An optimized for a low-frequency inductive voltage divider. IEEE Trans., vol. IM-21, 1972, nr 4, s. 368-372.
- [3] Hill I.I., Deacon T.A., Theory, design and measurement of inductive voltage dividers. Proc. IEE, vol. 115, 1968, nr 5, s. 727-735.
- [4] Jaskulski J., Analiza obwodów dwurdzeniowych indukcyjnego dzielnika napięcia. Komunikat IME nr 155, Politechnika Wrocławska, 1975.
- [5] Jaskulski J., Możliwości budowy dwurdzeniowych indukcyjnych dzielników napięcia i ich zastosowania na przykładzie mostka Thomsona. Praca doktorska IME, Politechnika Wrocławska, 1975.
- [6] Skubis T., Opracowania konstrukcji i technologii wzorcowych wielodekadowych indukcyjnych dzielników napięcia. Praca doktorska IMIME, Politechnika Śląska, 1975.

ПОГРЕШНОСТИ ТРАНСФОРМАТОРНЫХ ДЕЛИТЕЛЕЙ НАПРЯЖЕНИЯ
 В ДИАПАЗОНЕ НИЗКИХ АКУСТИЧЕСКИХ ЧАСТОТ

Р е з ю м е

Приведён анализ источников погрешностей трансформаторных делителей напряжения в диапазоне частот 20÷400 Гц. Приведены зависимости, разрешающие вычислить значение погрешностей, вызванных разными факторами, а также результаты измерений погрешностей модуля и фазы.

ERRORS OF TWO-STAGE INDUCTIVE VOLTAGE DIVIDERS AT LOW ACCOUSTIC FREQUENCIES

S u m m a r y

The paper presents the analysis of error sources of two-stage inductive voltage dividers at frequencies 20-400 c.p.s. The relations making possible the estimation of errors value dependant of various causes have been given. There have also been shown the results of in-phase error and quadrature error measurements.