Juliusz Jędrzejczak
Instytut Badań Systemowych PAN

WYZNACZANIE OPTYMALNEGO HARMONOGRAMU PRACY KOPAREK W KOPALNI ODKRYWKOWEJ

Streszczenie. W artykule prezentowany jest model pracy kopalni odkrywkowej w postaci zadania programowania mieszanego, którego rozwiązanie sprowadza się do minimalizacji kosztów transportu koparek z jednego poziomu wydobywczego na inny.

Wprowadzenie

Celem artykułu jest opis modelu matematycznego w postaci zadania programowania mieszanego, którego rozwiązanie daje optymalny harmonogram pracy kopalni odkrywkowej. Optymalność tego harmonogramu rozumiana jest w tym sensie, że kopalnia odkrywkowa powinna zrealizować dane zapotrzebowania na poszczególne rodzaje minerałów przy minimalnych kosztach eksploatacji koparek, co w istocie rzeczy sprowadza się do minimalizacji kosztów związanych z transportem koparek z jednego poziomu wydobywczego na inny.

W tej pracy zakładamy, że kopalnia odkrywkowa jest to zbiór odkrywek, a każda odkrywka obsługiwana jest przez co najwyżej jedną koparkę. /W następnych modelach liczba koparek w odkrywce ≥ 1/.

W punktach 1 - 2 rozważamy przypadek odkrywki z jedną koparką.

W punkcie 3 podajemy pełny model matematyczny kopalni odkrywkowej. W zakończeniu omawiamy pewne uogólnienia i kierunki dalszych prac.

1. Opis odkrywki

Przez odkrywkę rozumiemy w tej pracy wyrobisko posiadające piętra i podpiętra /tzw. futry/ z systemem przenośników taśmowych pracujących na jeden przenośnik wylotowy, który dostarcza urobek na składowisko o określonej pojemności.

Zakładamy, że w kopalni odkrywkowej mamy n odkrywek K_i, $i=1,\ldots,n$. W każdej odkrywce są wyróżnione poziomy wydobywcze numerowane kolejnymi liczbami całkowitymi, przy czym poziom zerowy odpowiada poziomowi powierzchni ziemi. Załóżmy, że w i-tej odkrywce jest $n_i + 1$ poziomów roboczych K_{ij}, $j = 0,1,\ldots,n$.

Na podstawie badań geologicznych można określić jednostkową zawartość minerału l w np. $1m^3$ urobku z poziomu j odkrywki K_i, którą oznaczymy jako ϱ_{ijl}. Z tej definicji wynika, że $0 \leq \varrho_{ijl} \leq 1$ dla każdego $l = 1, 2, \ldots, m$, gdzie m jest liczbą wszystkich minerałów wydobywanych w kopalni odkrywkowej.

Ponieważ urobek zawiera nie tylko składniki użyteczne, to zwykle:

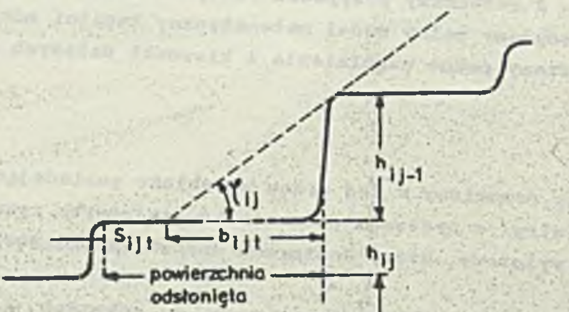
$$\sum_{l=1}^{m} \rho_{ijl} < 1 \qquad \text{dla danego } i \text{ oraz } j$$

np. dla poziomu zerowego powyższa suma jest zwykle równa zeru, co oznacza, że poziom ten stanowi tzw. nadkład, który należy zdjąć i przenieść w odpowiednie zwałowiska. Na zwałowiskach odkłada się też składniki wydobywcze, na które w najbliższym okresie nie ma zapotrzebowania.

Niech h_{ij} będzie głębokością j-tego poziomu, tj. odległością między poziomem j-tym i /j+1/-szym w odkrywce K_i. Symbolem S_{ijt} oznaczymy powierzchnię udostępnioną do urobku w K_i na poziomie j w t dniu pracy, gdzie $t = 1, 2, ..., T$. Stąd otrzymujemy V_{ijt}, jako objętość urobku w K_i na j-tym poziomie w t-tym dniu równą

$$V_{ijt} = \rho_{ijt}\, h_{ij}$$

Należy zaznaczyć, że powierzchnia udostępniona nie jest równa powierzchni odsłoniętej, gdyż ta ostatnia musi być większa niż S_{ijt} z uwagi na zachowanie warunków bezpieczeństwa m.in. przeciwdziałanie osuwaniu się zboczy. W tym celu dla każdej odkrywki K_i i poziomu j wyznacza się kąt krytyczny eksploatowanego zbocza φ_{ij}.



Rys.1. Kąt krytyczny φ_{ij} eksploatowanego zbocza

Stąd można wyznaczyć tzw. zapas bezpieczeństwa

$$b_{ij} = \frac{h_{ij}}{\operatorname{tg} \varphi_{ij}}$$

Przyjmując, że a_{ijt} jest szerokością odkrytej powierzchni w dniu t, natomiast l_{ijt} jest długością frontu wydobywczego na poziomie K_{ij} można obliczyć

$$V_{ijt} = S_{ijt} \cdot h_{ij} = h_{ij}\left(a_{ijt} - \frac{h_{ij-1}}{\operatorname{tg}\gamma_{ij}}\right)$$

2. Opis prac eksploatacyjnych

Koparka w odkrywce może być usytuowana na różnych poziomach, przy czym załóżymy, że poziomy te zostały tak zdefiniowane, iż koparka będąc na poziomie K_{ij} wydobywa urobek tylko z tego poziomu, $i = 1,\ldots, n$, $j = 0, 1, \ldots, n_i$. Przy podjęciu kopania np. na poziomie K_{ih} /$h \neq j$/ należy zdemontować koparkę na K_{ij}, przetransportować na K_{ih} i przygotować ją do pracy na nowym poziomie. Wymaga to łącznie c_{ijh} jednostek czasowych. Oznacza to, że dla każdej odkrywki mamy daną macierz kwadratową $C_i = /c_{ijh}/$ $j, h = ", 1, \ldots, n_i$, której elementy są nieujemne /$c_{ijh} \geq 0$/ i w ogólnym przypadku $c_{ijh} \neq c_{ihj}$.

Należy zaznaczyć, że c_{ijh} silnie zależy od warunków atmosferycznych /pory roku/, jednak w tym, pierwszym przybliżeniu zależność tę w sposób zamierzony pomijamy, Od warunków meteorologicznych zależy również wydajność koparki, jednak z tych samch przyczyn początkowo przyjmujemy, iż wydajność ta zależy tylko od poziomu wydobywczego i jest równa W_{ij}.

Niech $x_{ij} \geq 0$ oznacza czas rozpoczęcia pracy koparki na poziomie K_{ij} /$i = 1, \ldots, n.$; $j = 0, 1, \ldots, n_i$/.

Mając dane V_{ij} jako objętość, która może być wydobyta przez koparkę na poziomie K_{ij} możemy wyznaczyć czas pracy koparki na tym poziomie jako równy:

$$P_{ij} = \frac{V_{ij}}{W_{ij}}$$

Dana koparka nie może równocześnie pracować na dwóch różnych poziomach K_{ij} oraz K_{ih}, co możemy zapisać jako zależność logiczną:

$$x_{ij} \geq x_{ij} + P_{ij} \quad \text{lub} \quad x_{ij} \geq x_{ih} + P_{ih}$$

co można zapisać jako:

$$\text{albo} \quad x_{ij} - x_{ih} \geq P_{ij} \quad \text{albo} \quad x_{ih} - x_{ij} \geq P_{ih}$$

Można udowodnić [1], że powyższa zależność jest równoważna układowi ograniczeń

$$x_{ij} - x_{ih} \geq P_{ij} - \delta_{ijh} M$$

$$x_{ih} - x_{ij} \geq P_{hj} - /1 - \delta_{ijh}/ M,$$

gdzie

$$\delta_{ijh} = \begin{cases} 1, & \text{jeżeli praca koparki na poziomie } K_{ij} \text{ poprzedza} \\ & \text{bezpośrednio pracę na poziomie } K_{ih} \\ 0, & \text{w przeciwnym przypadku} \end{cases}$$

oraz M jest dostatecznie dużą liczbą dodatnią.

Optymalny harmonogram podaje czasy rozpoczęcia pracy koparek na poszczególnych poziomach, tj. x_{ij}, dla których łączny czas potrzebny na zmianę poziomów jest jak najkrótszy, co można zapisać dla ustalonej i-tej odkrywki jako:

$$f_i(\delta) = \sum_{j=0}^{n_i} \sum_{h=0}^{n_i} c_{ijh}\, \delta_{ijh}$$

3. Model matematyczny

Po wprowadzeniu oznaczeń i zależności opisujących pracę koparki oraz odkrywki możemy sformułować pełny model matematyczny pracy kopalni odkrywkowej.

Funkcję celu tego modelu uzyskamy sumując straty czasu potrzebne na przemieszczenia koparek w poszczególnych odkrywkach. Inaczej mówiąc poszukujemy takiego wektora δ minimalizującego wyrażenie:

$$F(\delta) = \sum_{i=1}^{n} f_i(\delta) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=0}^{n_i} \sum_{h=0}^{n_i} c_{ijh}\, \delta_{ijh}$$

przy ograniczeniach

Po pierwsze: w każdej odkrywce koparka może dla danego t pracować tylko na jednym poziomie:

$$x_{ij} - x_{ih} \geq \frac{V_{ijt}}{V_{ij}} - \delta_{ijh} M$$

$$x_{hj} - x_{ij} \geq \frac{V_{iht}}{V_{ih}} - /1 - \delta_{ijh}/\, M,$$

gdzie V_{ijt} jest objętością urobku, który można wykopać na poziomie K_{ij} poczynając od dnia t. Ograniczenie te formułujemy dla każdego $i = 1, \ldots, n$; $j, h, = 0, 1, \ldots, n_i$.

Druga grupa ograniczeń dotyczy zamówień na minerały. Niech z_l będzie zamówioną ilością l-tego minerału, $l = 1, \ldots, m$ Wprowadzimy zmienną binarną

$$y_{ijt} = \begin{cases} 1, & \text{jeśli w dniu } t \text{ wydobywa się urobek} \\ & \text{na } K_{ij} \\ 0, & \text{w przeciwnym przypadku.} \end{cases}$$

Wtedy należy ułożyć taki harmonogram prac koparek, aby w ciągu T dni spełnić zamówienia na wszystkie minerały,

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{t=1}^{T}\sum_{j=0}^{n_i} v_{ijt}\, y_{ijt}\, \varrho_{ijl} \geqslant z_l \qquad \text{dla } l=1,\dots,m$$

Między wprowadzonymi zmiennymi występuje następująca zależność:

$$\sum_{t=1}^{T} y_{ijt} \leqslant (x_{ih} - x_{ij})\, \delta_{ijh} \qquad \text{dla } i=1,\dots,n. \quad j,h=0,\dots,n_i,$$

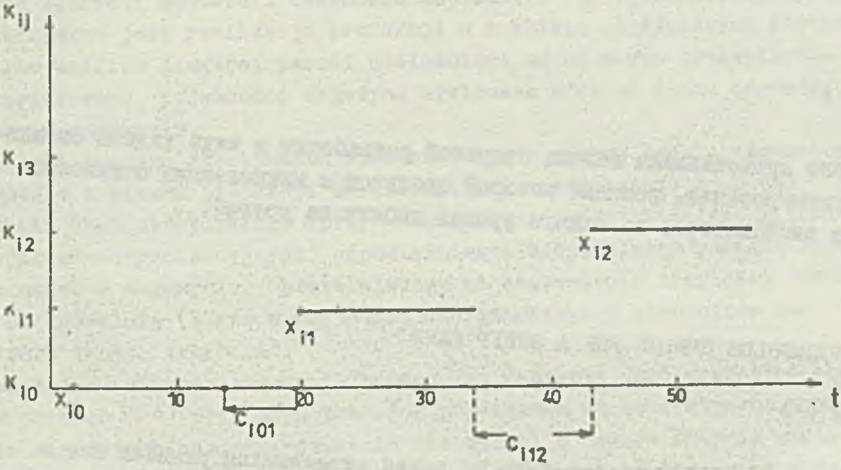
Zmienne te spełniają oczywiste zależności:

$$x_{ij} \geqslant 0 \qquad i = 1,\dots,n. \;, \quad j=0,1,\dots,n_i$$

$$\delta_{ijh} = 0 \text{ lub } 1$$

$$y_{ijt} = 0 \text{ lub } 1$$

Przykładowy harmonogram pracy podano na Rys.2



Rys.2. Graficzna interpretacja harmonogramu pracy kopalni

Zakończenie

Przedstawiony model matematyczny jest rezultatem wstępnego etapu prac, których celem końcowym jest ogólny model matematyczny kopalni odkrywkowej uwzględniający koszty eksploatacji, warunki geologiczne, ochronę środowiska, ograniczone pojemności składowisk i dynamikę zamówień. Przewiduje się w przyszłości uwzględnienie takich czynników, jak wpływ pogody na wydajność koparek traktowanych jako zmienne losowe.

Do modeli tych wykonane będą prace obliczeniowe z wykorzystaniem danych z kopalni odkrywkowej w Bełchatowie.

Modelowanie działalności kopalń odkrywkowych w krajowej literaturze fachowej /patrz np. [2]/ jest prawie pominięte, stanowi to znaczną zachętę do podjęcia prac aplikacyjnych w tym kierunku.

LITERATURA

[1] R.S.Garfinkel, G.L.Nemhauser "Programowanie całkowitoliczbowe" PWN Warszawa 1978 r.

[2] J.Sajkiewicz, K.Strzodka "Podstawy Górnictwa" cz.II. Wydawnictwo Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 1977 r.

Recenzent: Prof.dr inż.Henryk Kowalowski

Wpłynęło do 30.03.1984r.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОПТИМАЛЬНОГО КАЛЕНДАРНОГО ПЛАНА ДЛЯ ОТКРЫТОЙ РАЗРАБОТКИ

Р е з ю м е

В работе представлена модель открытой разработки в виде задачи смешанного программирования, решение которой сводится к минимизации стоимости транспорта экскаваторов из одного уровня добычи на другой.

OPTIMAL SCHEDULES DESIGN FOR A STRIP MINE

S u m m a r y

The operating model in the form of mixed programming problem for a strip mine has been presented in the paper; tho solution has effected in minimizing the handling costs involed in conveying the excavators from one production level to another.