ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1979

Seria: GÓRNICTWO z. 88 Nr kol. 571

Kazimierz PODGÓRSKI, Józef ULIASZ,
Józef STRAŚ

OBLICZANIE NAPRĘŻEŃ I DEFORMACJI SKAŁ WOKÓŁ POZIOMEGO WYROBISKA KOŁOWEGO WYKONANEGO W GÓROTWORZE TRAKTOWANYM JAKO PEŁZAJĄCY OŚRODEK SPRĘŻYSTO-PLASTYCZNY

Streszczenie. W pracy podano podstawy teoretyczne obliczania ciśnień górotworu na obudowę szybów w górotworze traktowanym jako pełzający ośrodek sprężysto-plastyczny oraz zalecenie praktycznego wykorzystania wzorów przy projektowaniu szybów w warunkach dużych głębokości.

Procesy deformacyjne oraz stany naprężeniowe wokół wyrobisk górniczych opisywane są za pomocą szeregu modeli mechanicznych górotworu. Stosowane są tu następujące modele:

- sprężysto-liniowe i nieliniowe, jednorodne i niejednorodne, izotropowe oraz anizotropowe,
- lepko-sprężyste liniowe, izotropowe oraz anizotropowe,
- lepko-idealnie plastyczne ze wzmocnieniem,
- sprężysto-plastyczne z osłabieniem jak i wzmocnieniem.

W praktyce projektowej stosowane są do określania naprężeń i deformacji górotworu modele ośrodków: sprężystego, lepko-sprężystego i sprężysto-plastycznego. Podane modele sprawdzają się w obliczeniach stanów naprężeniowych, natomiast dają zbyt małe wielkości, jeżeli chodzi o wartości deformacji.

Przykładowo Liberman [1] podaje analizę wyników obliczonych deformacji dla wybranych modeli mechanicznych górotworu; wielkości te wynoszą od 0,5-2,0 cm, natomiast obserwacje in situ [2] dla zbliżonych warunków zalegania skał wykazały wielkości od 2,0-20,0 cm.

W celu przybliżenia obliczonych wielkości przemieszczeń do wartości rzeczywistych spotkać można dwa podejścia. Pierwsze sprowadza się do określenia wokół wyrobiska strefy spękań, w której następuje pełna dekohezja materiału, w tym przypadku rozmiary strefy niesprężystych deformacji są znaczne, co w końcowym efekcie daje znaczne przyrosty deformacji na konturze wyrobiska.

Drugi sposób polega na wprowadzeniu do rozwiązania efektu wzrostu objętości skały będącego skutkiem wystąpienia procesu spękań. Dla rozwiązania

tego typu zagadnienia zachodzi konieczność poczynienia pewnych idealizujących założeń oraz wprowadzenia empirycznych współczynników.

W pracy niniejszej podjęto próbę zastosowania modelu, który byłby wolny od wymienionych zastrzeżeń.

Dla opisania procesów deformacyjnych ośrodków sprężysto-plastycznych zastosowany został model podany przez A.G. Protosjenia [3], a oparty na pracy L.M. Kaczanowa [4].

Model ten zawiera dwa połączone szeregowo elementy, jeden pełzający a drugi plastyczny. Przemieszczenia w ośrodku są równe sumie deformacji obydwu elementów, natomiast naprężenia w obydwu elementach są sobie równe.

Przyjmuje się, że element plastyczny deformuje się według warunku Coulomba-Mohra, co dla przypadku płaskiej deformacji przedstawia się następująco:

$$(\sigma_z - \sigma_y)^2 + 4\tau_{zy} = \sin^2\varphi(\sigma_z + \sigma_y + 2\,c\,\mathrm{ctg}\,\varphi)^2 \tag{1}$$

gdzie:

$\sigma_z, \sigma_y, \sigma_{zy}$ - normalne i styczne naprężenia w płaszczyźnie prostopadłej do osi wyrobiska, z założenia $\sigma_z > \sigma_y$,

c, φ - kohezja i kąt tarcia wewnętrznego.

Deformacje pełzania skał opisuje z wystarczającą dokładnością równanie Boltzmanna-Volterry; jest to prawo dziedziczności w liniowej teorii lepko-sprężystości.

$$\varepsilon_{(t)} = \frac{1}{E}\left[\sigma_{(t)} + \int_0^t L(t-\tau)\,\sigma_{(t)}\,d\tau\right] \tag{2}$$

gdzie:

$\varepsilon_{(t)}; \sigma_{(t)}$ - deformacje i naprężenia istniejące w czasie t,

$L(t-\tau)$ - jądro pełzania opisujące proces pełzania danej skały,

E - moduł Younga.

Łącząc obydwa elementy szeregowo, otrzyma się ośrodek uplastyczniony wykazujący pełzanie liniowe, zamiast ośrodka wykazującego lepkie płynięcie.

Wprowadzić należy również dodatkowy warunek, przy którym wokół wyrobiska wystąpi strefa plastyczna, mianowicie chodzi o wartość naprężenia działającego na kierunku równoległym do osi wyrobiska, wokół którego nastąpi uplastycznienie. W tym celu wprowadza się współrzędne biegunowe r, Θ, x, dobrane następująco: x pokrywa się z osią wyrobiska, Θ - kąt liczony od osi y, przyjmuje się, że $\sigma_r > \sigma_x > \sigma_\Theta$.

Warunki brzegowe w zadaniu określenia rozkładu naprężeń i deformacji wokół wyrobiska w ośrodku sprężysto-plastycznym sformułowane są następująco:

$$\sigma_r = -p$$
$$\tau_r = 0 \qquad \text{gdy} \quad r = a$$

oraz

$$\sigma_z = \sigma_z^*$$
$$\sigma_y = \sigma_y^* \qquad \text{gdy} \quad r \to \infty$$
$$\tau_{yz} = 0$$

gdzie:

σ_z^* i σ_y^* - naprężenia w dostatecznie dużej odległości od ociosu wyrobiska,

p - reakcja obudowy.

Przyjmuje się również warunek ciągłości naprężeń i deformacji na powierzchni rozdziału stref plastycznej i sprężystej. Rozpatruje się zadanie określania naprężeń i deformacji wokół poziomego wyrobiska kołowego o promieniu "a", gdy przestrzeń na całym obwodzie znajduje się w stanie deformacji plastycznych. Wokół wyrobiska w górotworze wydziela się rurę grubościenną o wymiarach: promień wewnętrzny a, promień zewnętrzny R. Z rury grubościennej wydziela się następnie element jednostkowy obciążony jak na rys. 1.

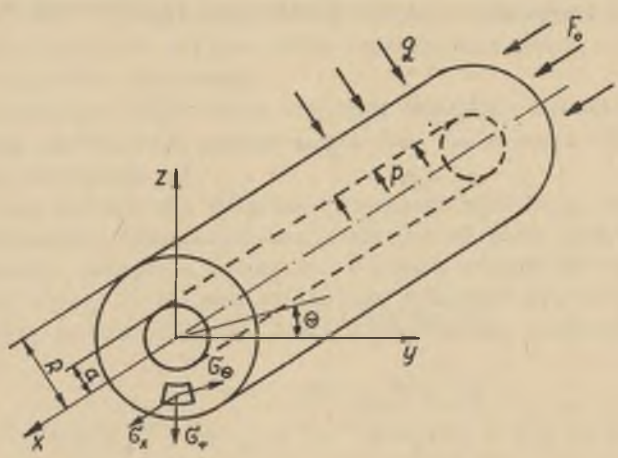
Średnie naprężenie osiowe określone na powierzchni czołowej wycinka rury wynosi:

$$\sigma_x^o = \frac{2}{R^2-a^2} \int_0^R \sigma_x \, r \, dr \tag{3}$$

Można to wyraźnie interpretować jako osiowe obciążenie równe sile F_o

$$F_o = \pi (R^2-a^2) \sigma_x^o = \int_0^{2\pi} \int_a^R \sigma_x \, r \, dr \, d\theta \tag{4}$$

i przeciwdziałające powstawaniu odkształcenia osiowego ε_x^o.



Rys. 1. Schemat zadania o stanie naprężenia wokół wyrobiska kołowego

Ciśnienie wewnętrzne p wywołane jest przez obudowę, natomiast ciśnienie zewnętrzne q określane może być jako wartość σ_r, gdy $r \longrightarrow R_o$, tj. do promienia powierzchni rozdziału stref plastycznych i sprężystych.

Znając warunki brzegowe, a więc p, q oraz wielkości a i R, określić można dla danego materiału rury grubościennej, przy jakich wartościach F_o materiał zostanie uplastyczniony. Zadanie to znajduje się w monografii z zakresu wytrzymałości materiałów [5], rozwiązano je z podaniem poszerzonych warunków w [6]. W tej sytuacji zależności między odkształceniami a naprężeniami dla ośrodka plastycznego wykazującego pełzanie są podane następująco:

$$\varepsilon_x - \varepsilon = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{G} + \frac{\varkappa}{G}\right)(\sigma_x - \sigma) \qquad \gamma_{xy} = \left(\frac{1}{G} + \frac{\varkappa}{G}\right)\tau_{xy}$$

$$\varepsilon_y - \varepsilon = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{G} + \frac{\varkappa}{G}\right)(\sigma_y - \sigma) \qquad \gamma_{yz} = \left(\frac{1}{G} + \frac{\varkappa}{G}\right)\tau_{yz} \tag{5}$$

$$\varepsilon_z - \varepsilon = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{G} + \frac{\varkappa}{G}\right)(\sigma_z - \sigma) \qquad \gamma_{zx} = \left(\frac{1}{G} + \frac{\varkappa}{G}\right)\tau_{zx}$$

gdzie:

ε_{ij}, σ_{ij} – składowe tensora odkształcenia i tensora naprężenia,

ε – odkształcenie objętościowe,

G – moduł odkształcenia postaciowego,

σ - naprężenia średnie:

$$\sigma = \frac{1}{3}(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)$$

χ - wielkość zmienna, na granicy strefy plastycznej równa jedności.

$$\bar{\sigma} = \sigma_{exp}\left[\frac{3(1-\alpha)^{1-\alpha}\ \delta\Gamma(1-\alpha)}{2(1+\nu)}\ t^{1-\alpha}\right] \tag{6}$$

gdzie:

α, δ - stałe reologiczne określane doświadczalnie,

ν - współczynnik Poissona,

Γ - funkcja stabelaryzowana gamma.

Wiadome jest, że w ośrodkach sprężysto-kruchych, a w szczególności w skałach w pobliżu powierzchni odsłonięcia rozwija się strefa spękań w przypadku osiągnięcia przez nie stanów uplastycznionych.

Kąt tarcia wewnętrznego górotworu spękanego można przyjąć, nie popełniając większego błędu, jako równy kątowi tarcia górotworu nienaruszonego oraz można górotwór uważać za jednorodny, wówczas wartość kohezji jest stałą. Zadanie sprowadza się do określenia zasięgu strefy plastycznej wokół wyrobiska, podania wartości naprężeń w strefie plastycznej jak również w strefie sprężystej oraz obliczenia wartości przemieszczeń.

Zasięg strefy plastycznej wzdłuż osi przyjętego układu, jak na rys. 1, wyznaczyć można ze wzoru:

$$\left.\begin{matrix} R_{zp} \\ R_{yp} \end{matrix}\right\} = \left[\frac{\sigma_z^* + \sigma_y^* + 2\,\mathrm{ctg}\varphi}{Q(2+\alpha_1)}\right]^{-\alpha_1} \pm \frac{\sigma_z^* - \sigma_y^*}{\alpha_1 Q}\left[\frac{\sigma_z + \sigma_y + 2c\,\mathrm{ctg}\varphi}{Q(2+\alpha_1)}\right]^{1-2\alpha_1} \tag{7}$$

gdzie:

$$Q = p + c\,\mathrm{ctg}\varphi\ , \tag{8}$$

$$\alpha_1 = \frac{2\sin\varphi}{1-\sin\varphi}\ , \tag{9}$$

c - kohezja,

φ - kąt tarcia wewnętrznego.

Stan naprężeń w strefie uplastycznionej dla warunku plastyczności (1) określić można ze wzoru:

$$\left.\begin{matrix} \sigma_r + k\,\mathrm{ctg}\varphi \\ \\ \sigma_\theta + k\,\mathrm{ctg}\varphi \end{matrix}\right\} = \mp \frac{(p - k\,\mathrm{ctg}\varphi)(1 \mp 1 + \sin\varphi)}{1 \mp 1 - \sin\varphi}\, r^{\alpha_1} \tag{10}$$

$$\tau_{r\theta} = 0 \tag{11}$$

gdzie:

k - stała plastyczności skały.

Natomiast stan naprężeń w strefie sprężystej oblicza się jak dla przypadku otworu eliptycznego, którego powierzchnia obciążenia jest ciśnieniem hydrostatycznym, którego wartość dana jest wzorem (10).

Przemieszczenia ociosu wyrobiska przy uwzględnieniu oddziaływania obudowy można obliczyć z poniższych wzorów, które wyprowadzono wykorzystując równania (1-11) oraz zależności podane przez A,G. Protosjenia w pracach[3] i [7]. Równania na przemieszczenia ociosów posiadają postać:

- w kierunku osi z:

$$U_z = \frac{a}{2\bar{G}}\frac{A}{A+B} < Q\left(1 + \frac{\alpha_1}{2}\right)\Big\{ A^{\alpha_1}(1-\bar{\varkappa}_1)(A^2-B^2) + \bar{\varkappa}_1 A^{\frac{\alpha_1}{2}}\big[A^3 - BA^2 - \tfrac{1}{3}B\,x$$

$$x(A+B) - A^{\frac{\alpha_1}{2}}\big[B(A^2-AB-B^2)-A^3\big]\Big\} - \tfrac{1}{2}\alpha_1 Q A^{\frac{\alpha_1}{2}}\Big\{(A+B)\big[\tfrac{1}{3A}B(A^2+B^2) + \tag{12}$$

$$- B^2(\alpha_1+2) - A(2A-B)\big] - AB(A^2-B)\Big\} - \tfrac{1}{2}(A^2-B^2)(\sigma_z^* - \sigma_y^*) >$$

- w kierunku osi y:

$$U_y = \frac{a}{2\bar{G}}\frac{A}{A-B} < Q\left(1 + \frac{\alpha_1}{2}\right)\Big\{ A^{\alpha_1}(1+\bar{\varkappa}_1)(A^2-B^2) + \bar{\varkappa}_1 A^{\frac{\alpha_1}{2}}\big[A^3 - A^2B - \tfrac{1}{3}B^2(B-1)\big] +$$

$$- A^{3+\frac{\alpha_1}{2}} - BA^{\frac{\alpha_1}{2}}(A^2-AB-B^2)\Big\} - \tfrac{1}{2}Q\alpha_1 A^{\frac{\alpha_1}{2}}\big[A(A^2-B) + \tag{13}$$

$$- \tfrac{1}{3A}(A^2+B^2)(A-B) - (\alpha_1+2)(A-B)B^2\big] + \tfrac{1}{2}(A^2-B^2)(\sigma_z^* - \sigma_y^*) >$$

gdzie:

$$A = \left[\frac{\sigma_z^* + \sigma_y^* + 2c\,\mathrm{ctg}\varphi}{Q(2 + \alpha_1)} \right]^{-\alpha} \tag{14}$$

$$B = \frac{\sigma_z^* - \sigma_y^*}{\alpha_1 Q} A^{1-2\alpha_1} \tag{15}$$

$$\bar{\varkappa}_1 = 3 - 4\bar{\nu} \tag{16}$$

$$\bar{\nu} = \nu \left\{ 1 + \frac{1-2\nu}{2\nu} \exp\left[-(1-\alpha)^{1-\alpha} \delta \Gamma (1-\alpha)\, t^{1-\alpha} \right] \right\} \tag{17}$$

Wzory powyższe uproszczą się znacznie, jeżeli przyjmie się kąt tarcia wewnętrznego skał otaczających wyrobisko $\varphi = 30^\circ$, wówczas: $\alpha_1 = 2$

$$A = \left[\frac{\sigma_z^* + \sigma_y^* + 2\sqrt{3}\,c}{4Q} \right] \tag{18}$$

$$B = \frac{\sigma_z^* - \sigma_y^*}{2Q} A^{-3} \tag{19}$$

$$Q = p + \sqrt{3}\,c \tag{20}$$

Przemieszczenia stropu wynoszą:

$$U_{z\,\varphi=30^\circ} = \frac{a}{2\bar{G}} \frac{A}{A+B} < 2Q \Big\{ A^2(1-\bar{\varkappa}_1)(A^2-B^2) + A\bar{\varkappa}_1 \left[A^3 - BA^2 - \tfrac{1}{3} B^2(A+B) \right] + - A\left[B(A^2-AB-B^2) - A^3 \right] \Big\} - QA \Big\{ (A+B) \left[\tfrac{1}{3A} B(A^2+B^2) - 2B^2 + - A(2A-B) \right] - AB(A^2-B) \Big\} - \tfrac{1}{2}(A^2-B^2)(\sigma_z^* - \sigma_y^*) > \tag{21}$$

Przemieszczenia ociosów wyrobiska:

$$U_{y\,\varphi=30^\circ} = \frac{a}{2\bar{G}} \frac{A}{A-B} < 2Q \Big\{ A^2(1-\bar{\varkappa}_1)(A^2-B^2) - A\bar{\varkappa}_1 \left[A^3 - A^2B - \tfrac{1}{3} B^2(B-1) \right] +$$

$$- A^4 - BA(A^2-AB-B^2)\Big\} - QA\Big[A(A^2-B) - \frac{1}{3A}(A^2+B^2)(A-B) +$$

$$- 4B^2(A-B)\Big] \pm \frac{1}{2}(A^2-B^2)(\sigma^*_z - \sigma^*_y)> \qquad (22)$$

Podane wzory mogą być stosowane do projektowania wyrobisk na dużych głębokościach lub warobisk zakładanych w skałach osiągających przy małych wartościach naprężeń stan uplastycznienia.

Powyższe zależności ulegną znacznemu uproszczeniu w przypadku projektowania warobisk szybowych. Przykładowo zakładając stan hydrostatycznego obciążenia $\sigma^*_x = \sigma^*_y$, $\sigma^*_z >> 0$ otrzyma się zależności:

$$A = \left[\frac{2\,\sigma^*_y + 2\sqrt{3}\,c}{2\,Q}\right]^{-2} \qquad (23)$$

$$B = 0$$

$$U_{x\,\varphi=30^\circ} = U_{z\,\varphi=30^\circ} = \frac{1}{G}\,4\,a\,Q\,A^4 \qquad (24)$$

Wykorzystując podane wzory, można przewidzieć kształtowanie się obciążeń obudowy oraz prognozować jej deformacje w zależności od czasu. W dalszej kolejności przewidzieć można odpowiednie zabezpieczenie zapewniające stateczność obudowy.

LITERATURA

[1] Liberman Ju. M.: Dawljenie na kriep kapitalnych wyrabotok. Nauka, Moskwa 1969.

[2] Zasławski Ju.Z. i inni: Razcziety parametrow kriepi wyrabotok głubokich szacht. Technika, Kijów 1972.

[3] Protosjenia A.G.: Priłożjenie modeli pełzoczie-plast. tieła dla issled. napr.-deform. sostojania massiwa porod wokrug wyrabotok. Fizyka Techn. Probl. Rozrabotki Poleznych Iskop. Nr 3 1975, 8-15.

[4] Kaczonow L.M.: Osnowy teorii płasticznosti. Nauka, Moskwa 1969.

[5] Iliuszyn A.A., Leński W.A.: Wytrzymałość materiałów. PWN, Warszawa 1963. (tłumaczenie z ros. Soprotiwlenie materiałow. GIFML, Moskwa 1959).

[6] Christianowicz S.A., Szemjakin K.I.: K teorii idealnej płastocznosti. Mech. Twierd. Tieła nr 4, 1967, 86-97.

[7] Protosjenia A.G.: Uprugo-płast. rosprjedielenie napw. wozle krugowa otwierstia dla płasticzieski nieodnorodnej srjedy. Prikł. Mech. 1972. Nr 2, 73, 78.

[8] Sażin W.S.: Uprugo-płast. raspriedielenie napr. wokrug wyrabotok rozlicznowo-oczjertanja. Nauka, Moskwa 1968.

ВЫЧИСЛЕНИЕ НАПРЯЖЕНИЙ И ДЕФОРМАЦИЙ ПОРОД
ВОКРУГ ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ ВЫРАБОТКИ СДЕЛАНОЙ В ГОРНОМ МАССИВЕ
ПРИНЯТОМ КАК ПОЛЗУЮЩАЯ ПЛАСТИЧЕСКАЯ СРЕДА

Р е з ю м е

В докладе передаины теоретические основы вычисления горных давлений на крепь стволов в горном массиве принятым как ползующая пластическая среда, как и директивные указания практического использоваиия формул для проектирования стволов на больших глубинах.

CALCULATING ROCK STRESS AND STRAIN AROUND A CIRCULAR
WORKING WITH THE OROGEN TREATED AS A CREEPING PLASTIC
AND ELASTIC MEDIUM

S u m m a r y

The work presents Theoretical principles for orogenic pressure calculations with the orogen perceived as a creeping plastic and elastic medium as well as suggestions for the practical utilisation of formulas for deep shaft designing.