

BÓGdAN SKALMIERSKI

## DRGANIA PUDŁA REZONANSOWEGO SKRZYPIEC

Wstęp

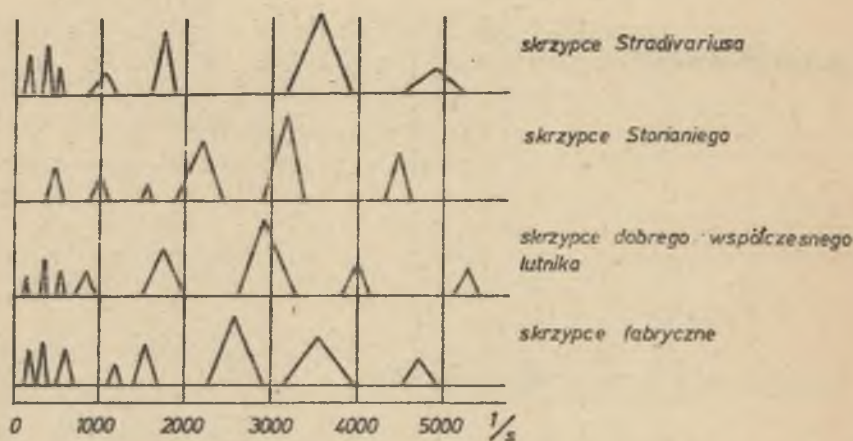
Problem wykonania skrzypiec, których brzmienie odpowiadałoby brzmieniu skrzypiec wykonanych przez STRADIVARIEGO, pozostaje otwarty. Współcześni lutnicy bezskutecznie poszukują nowych dróg, prześcigając się w pomysłach, wciąż łudząc się, że to jest właśnie "to". Niestety wysiłki te zwykle nie prowadzą do zamierzonego celu, dając rozczarowania.

Poruszam temat skrzypiec, gdyż jest on frapujący, a ponieważ pewne zagadnienia dotyczące tej kwestii przemyślałem, przeto pragnę je opisać. Wydaje mi się, że idąc za myślą tu przedstawioną można będzie zrealizować polepszenie efektów akustycznych instrumentów smyczkowych. W związku z tym niech mi będzie wolno do arsenału różnych "pomysłów" dorzucić jeszcze jeden.

1. Badania nad skrzypcami

Badania nad skrzypcami były prowadzone od dawna. W książkach i artykułach są publikowane liczne wyniki. Niewątpliwie największą uwagę zwróciły skrzypce starowłoskie, gdyż one posiadają jak dotąd niezrównane walory brzmienia. Jak czytamy w pracy [1], Backhaus przeprowadził porównanie czterech instrumentów: cennego, dobrze zachowanego instrumentu STRADIVARIUSA, instrumentu STORIANIEG /koniec XVII wieku/, skrzypiec dobrego współczesnego lutnika i wreszcie przeciętnych słabych skrzypiec fabrycznych. Za [1] zestawiam na rys.1 widma tych instrumentów.

Na podstawie analizy widma okazuje się, że rozstrzygający dla barwy instrumentu jest rozkład miejsc silnych wzmocnień. Z porównania wykresów okazuje się, iż czym skrzypce lepsze, tym obszary najsilniejszych formant są bliższe 4000 Hz. Jest to spostrzeżenie bardzo istotne sugerujące pewne rozwiązania; ale o tym później.



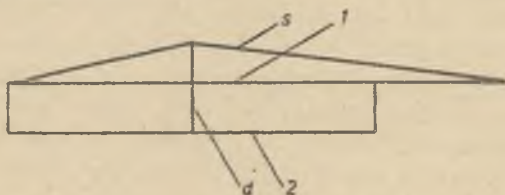
Rys.1

## 2. Dynamika pudła rezonansowego i hipoteza dobrego rozwiązania

Badania doświadczalne nad drganiami płyt /ściślejszej powłok/ górnej i dolnej były prowadzone i istnieją szczegółowe ich opisy [1]. Niestety opis teoretyczny jest bardzo złożony.

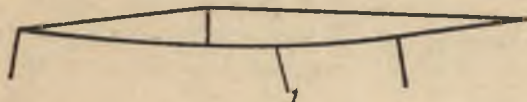
Zacznijmy nasze rozważania od analizy stanu obciążenia instrumentu z napiętymi strunami. Dla lepszego uzmysłowienia stanu naprężeń w pudle rezonansowym wyobrazimy sobie model ramowy /rys.2/ złożony z kilku prętów. Kto zna budowę skrzypiec, z łatwością odgadnie, który z prętów co reprezentuje na rys.2<sup>x/</sup>. Układ taki jest hiperstatyczny. Wysunę teraz hipotezę, którą następnie uzasadnię na podstawie rozkładów widmowych Backhaus'a.

Twierdzę, że dobroć pudła rezonansowego zależy od stanu naprężeń w nim, który w układzie hiperstatycznym można różnie zrealizować. I tak np. gdybyśmy usunęli pręt "2", to układ odkształciłby się tak, jak to pokazano na rys.3.



rys.2

<sup>x/</sup> dla uproszczenia rozmówiania dusza "d" została umieszczona pod podstawką



Rys.3

Następnie doczeraiając pręt "2" będzie już posiadał wszystkie elementy, jednakże stan naprężeń będzie się tym charakteryzował, że zamontowany pręt 2 /jemu w naszym schemacie odpowiada dolna płyta/ nie będzie przejmował żadnych obciążeń, tzn. stan naprężeń w nim będzie zerowy.

Zróbmy teraz inne doświadczenie myślowe. Odsuniemy pręt "1" ze schematu na rys.2. Układ nasz odkształci się, jak pokazano na rys.4.



Rys.4

Gdybyśmy teraz założyli pręt "1" swobodnie /pręt "1" reprezentuje w naszym modelu płytę górną/, to układ byłby kompletny, jednakże w tym wypadku pręt "1" byłby nienaprężony.

Już na podstawie tych dwóch zabiegów myślowych jest widoczne, że możemy przez odpowiednio różny montaż realizować diametralnie różne stany naprężeń w układzie. Można jeszcze inaczej zrealizować obciążenie, najpierw sklejjąc wszystkie pręty w stanie nienaprężonym, a następnie obciążając naszą ramę naciągiem strun. Stan naprężeń będzie wówczas taki, że górny /pręt 1/ będzie ściskany, a dolny /pręt 2/ rozciągany, a ponadto wystąpi zginanie obydwu prętów.

Ten sposób montaż odpowiada klejeniu skrzypiec bez wstępnych naprężeń /przypuszczalnie sposób powszechnie stosowany/.

Wracając do wcześniej opisanych dwóch pierwszych sposobów montażu naszego modelu, należy stwierdzić, że przez zmiany napięcia strun, czy cięgiem specjalnie użytym do tego celu, można realizować jeszcze inne rodzaje obciążeń poszczególnych elementów układu. I tak np. przez zmniejszenie siły naciągu dokonanej po montażu uzyskamy: w pierwszym sposobie montażu - ściskanie pręta "2", a w drugim sposobie montażu - rozciąganie pręta "1".

Czytelnik widzi, że ta analogia z układem prętowym doprowadzi nas do wniosku, że możemy otrzymywać różne rozkłady naprężeń pudła rezonansowego w zależności od sposobu klejenia. Ze względu na napięcie strun zawsze istnieje jakiś stan naprężeń, należy jednak odpowiedzieć na pytanie, który z tych stanów jest korzystny ze względu na efekty akustyczne.

Drganie strun pobudza najsilniej górną płytę wykonaną z drzewa jodłowego lub świerkowego. Jest wiadome, że pręt "1" drga zgodnie z równaniem:



$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left( EI \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right) + P \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + A \mu \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + \beta \frac{\partial y}{\partial t} = \sum_{n=1}^{\infty} z_n/x \cdot \sin \vartheta_n t \quad /1/$$

gdzie: E - moduł sprężystości,

I - moment bezwładności przekroju pręta,

y - wychylenie z położenia równowagi,

P - siła osiowa ściskająca pręt,

A - przekrój pręta,

$\mu$  - gęstość materiału pręta,

$\beta$  - intensywność tłumienia,

$\sum_{n=1}^{\infty} z_n/x \cdot \sin \vartheta_n t$  - wymuszenie pochodzące od drgań struny.

Analogiczne równania można wypisać dla płyty czy powłoki. Jest to zbędne, gdyż zjawiska zachodzące, o które nam przede wszystkim chodzi, w wszystkich tych wypadkach są podobne. Zostanemy zatem przy drganiach poprzecznych pręta i przeanalizujemy wpływ siły osiowej P na drgania.

Na początku uprośmy zagadnienie zajmując się wyłącznie drganiami swobodnymi, tzn. opisanymi równaniem

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + A \mu \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + P \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = 0 \quad /2/$$

przy czym założono, że pręt jest o stałej sztywności zginania, co jest nieścisłe, a co jednocześnie nie ma wpływu na jakościowe efekty dociekań. Wiadome jest [4], że np. przy przegubowym zamocowaniu pręta rozwiązanie drgań swobodnych poszukuje się w postaci

$$y = \sum_{m=1}^{\infty} T_m/t \cdot \sin \frac{m \pi x}{l} \quad /3/$$

co umożliwia rozdzielenie zmiennych i co prowadzi do równania

$$A \mu \ddot{T}_m/t + \left[ EI \left( \frac{m \pi}{l} \right)^4 - P \left( \frac{m \pi}{l} \right)^2 \right] T_m/t = 0 \quad /4/$$

Na podstawie analizy równania /4/ stwierdzamy, że częstość drgań własnych takiego pręta wyraża się wzorem:

$$\omega_m = \sqrt{\frac{1}{A \mu} \left( \frac{m^2 \pi^2 EI}{l^2} - P \right)} \frac{m \pi}{l} \quad /5/$$

Z wzoru /5/ wynika jasno, że częstość drgań własnych zależy od siły ściskającej P i są tym niższe, im większa jest siła P, która nie może przekroczyć wartości krytycznej

$$P_{kr} = \frac{l^2 EI}{1^2} \quad /6/$$

jest to tzw. siła EULERA. Widzimy zatem, że ściskanie daje obniżenie, zaś rozciąganie podwyższenie częstości własnych. Należy dorzucić, że badania analogiczne nad płytami [2] doprowadzają do analogicznych rezultatów.

Przechodząc do drgań wymuszonych, jakie zachodzą w układzie, a które opisaliśmy równaniem /1/, zauważymy, że analiza prowadzi do następujących charakterystyk amplitudowych dla każdej postaci drgań

$$a_n / \gamma_m / = \frac{A_n}{\sqrt{\omega_m^2 - \gamma_m^2/2 + 4n^2 \gamma_m^2}} \quad //7/$$

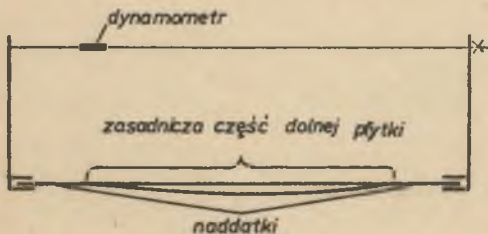
gdzie:

$$n = \frac{\beta}{\lambda \mu E}$$

Z //7/ widać, że obraz rozkładu format przesunie się ku wyższym częstościom wówczas, gdy pręt "1", albo nie będzie ścispany wogóle siłą P lub będzie rozciągany, stąd ważny wniosek. Płyta górna nie powinna być ścismana napięciem strun. Ze schematów montażu układu na rys.2 drugi sposób okazuje się tu lepszy. Tak więc należy kleić skrzypce, ażeby po ich sklejeniu i przy napięciu strunami płyta dolna wykonana z drzewa jaworowego przenosiła całe obciążenie.

Realizację praktyczną tego postulatu można wyobrazić sobie np. tak: dolną płytę obciążamy podobnie jak naciągłem /patrz rys.5/. Pod wpływem obciążenia płyta ulegnie odkształceniu, które przez pewien okres będzie ulegało zwiększeniu. Gdy ustaną zjawiska pęcznienia materiału, przystępujemy do dalszej budowy kolejno przyklejając do odpowiednio przygotowanej dolnej płyty pozostałe elementy. Po sklejeniu skrzypiec przystąpimy do lakierowania, wciąż utrzymując stan napięcia dolnej płyty. Następnie zakładamy struny, bardzo nieznacznie je naciągając. Zwalniając stopniowo napięcie wywołane przyrządem stroimy skrzypce. Ostatnią czynnością będzie usunięcie naddatków dolnej płyty wykończenia powierzchni i polakierowanie miejsc po naddatkach.

Układ na rys.5 można zmodyfikować np. przez wprowadzenie dodatkowej podpórki opierającej się na dodatkowym naddatku /rys.6/, przez co można w zależności od jej wysokości realizować różne warianty momentu zginającego.



Rys.5

Postawiona hipoteza odpowiada naturalnej konstrukcji pudła, gdzie części twarde stanowią fundament dla stosunkowo słabej i elastycznej płyty górnej. Wiadome mi jest, że w praktyce lutniczej przy sklejeniu belki do górnej płyty wprowadza się stan naprężeń pochodzący od zginania. To zginanie wstępne jest następnie kompensowane zginaniem wywołanym przez nacisk podstawka. Jest to słuszne dążenie do uwolnienia górnej płyty od obciążeń, co ma na celu umożliwienie lepszego współdziałania jej z poustawkiem, który pobudza ją do drgań. Rzecz w tym, ażeby konsekwentnie ideę zrealizować do końca przez przyklejanie górnej płyty do pozostałej części pudła rezonansowego z odkształconą płytą dolną.

Efekty końcowe można byłoby zrealizować również na drodze oddziaływań środków chemicznych, którymi nasycona górna płyta po sklejeniu kurczyłaby się lub dolna rozszerzała względnie górna rozszerzała przed sklejeniem, ażeby po pewnym czasie się skurczyć.

Wydaje się, że jednak prościej zrealizować stan naprężeń metodami czysto mechanicznymi.

### Zakończenie

Przedstawiona hipoteza jest, jak się wydaje, tylko jednym z warunków dobrego instrumentu. Ważna jest tu odporność na płynięcie dolnej płyty. Jej odkształcenie w czasie mogłoby doprowadzić do zmian stanu naprężenia układu i do pogorszenia warunków akustycznych. Z drugiej strony zainicjowanie podanym sposobem dobrych parametrów układu mogłoby w układzie z pamięcią zachować pewne cechy.

Tak, czy owak problem stawiam z punktu widzenia teorii oczekując jego rozstrzygnięcia w praktyce.

### LITERATURA

- [1] Colachowski S.: Akustyka muzyczna.  
Drobner M.: Polskie Wydawnictwo Muzyczne 1953.
- [2] Nowacki W.: Dynamika budowli. Arkady W-wa 1961.
- [3] Skalmierski B.: Mechanika z wytrzymałością materiałów dla automatyków. PWN W-wa 1973.
- [4] Skalmierski B.: Mechanika. PWN W-wa 1977.

ПОЛЕЧАННЕ РЕЗОНАНСНОГО КОРОБКА СКАЛЕНКА

VIBRATIONS OF THE VIOLIN RESONANCE BOX