ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1979

Seria: GÓRNICTWO z. 92 Nr kol. 589

STEFAN BARTKIEWICZ
WOJSKOWA AKADEMIA TECHNICZNA
WARSZAWA

ANALIZA PROCESÓW NARASTANIA I ZUŻYWANIA ZASOBÓW W ZŁOŻONYCH SYSTEMACH MASZYNOWYCH

Praca zawiera analizę możliwości oceny parametrów probabilistycznych procesu narastania /zużywania/ zasobów w złożonym systemie maszynowym, niezbędnych do syntezy sterowania systemami utrzymania ruchu. W tym: próbę klasyfikacji, rozwiązanie analityczne przypadku granicznego oraz metodę konstrukcji symulacyjnego modelu złożonego systemu maszynowego.

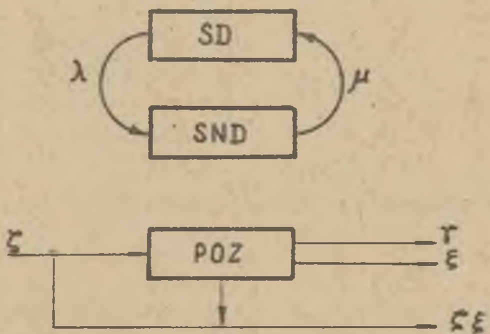
1. Wstęp

Każde działanie /operowanie/ związane jest ze zużywaniem, traceniem dóbr, przedmiotów, a także narastaniem produktów operowania. Utrzymanie ciągłości operowania /utrzymanie ruchu systemu/ uzależnione jest od istnienia systemów regulujących dopływ dóbr, energii a także przywracających własności i przymioty obiektów. Jeśli regulowany poziom dobra, energii, własności obiektu nazwiemy poziomem zasobów, to systemy regulujące można nazwać systemami regulacji lub odtwarzania zasobów. W literaturze spotyka się kilka bliskoznacznych określeń takich systemów. Najczęściej nazywa się je systemami zabezpieczenia lub systemami utrzymania ruchu.

Skuteczne regulowanie poziomu zasobów posiada olbrzymie znaczenie w systemach technicznych o wysokim współczynniku gotowości. Jednocześnie brak jest obecnie kompleksowych metod rozwiązania tego zagadnienia. W większości wypadków spotyka się metody sterowania zapasami przy założeniu, że znany jest proces zużywania zapasu [1] a nawet, że jest to proces o znanym rozkładzie i stałej intensywności [5]. Rozpatruje się także optymalne sterowanie systemami operacyjnymi przy założeniu, że uzupełnianie jest ciągłe [2]. Warunkiem koniecznym stosowania jakiejkolwiek z powyższych metod jest znajomość rozkładu zużycia w czasie. Przy czym najbardziej zbliżoną do rzeczywistości byłaby umiejętność szacowania aktualnego rozkładu zużycia, naturalnie zmieniającego się w trakcie działania złożonego systemu maszynowego.

2. Postawienie problemu i próba klasyfikacji modeli

Wyobraźmy sobie pojedyncze stanowisko obsługi /rys. 1/



Rys. 1. Zużywanie zasobów przez pojedyncze stanowisko obsługi

SND - stan niedziałania,
SD - stan działania,
POZ - proces obsługi zgłoszeń,
λ, μ - intensywności przejścia,
ζ - strumień zgłoszeń,
ξ - strumień zgłoszeń obsłużonych,
γ - strumień zużycia /narastania/ zasobu.

Do syntezy regulacji zasobem niezbędne jest określenie rozkładu zużycia zasobu w czasie /t/ oraz zależność jego parametrów od charakterystyk procesu operacyjnego /obsługi/

$$E\left[G(\gamma,t)\right] = F_1(\zeta,\lambda,\mu) \tag{1}$$

$$\sigma^2\left[G(\gamma,t)\right] = F_2(\zeta,\lambda,\mu). \tag{2}$$

Łatwo zauważyć, że proces zużywania zasobów zależy od dwu grup czynników:

1. Charakterystyk tracenia i osiągania gotowości przez stanowiska obsługi /obiekty/ zużywające zasób.
2. Charakterystyk procesu zgłoszeń, oraz samego procesu obsługi.

Znakomite uproszczenie zadania uzyskujemy rozpatrując problemy, w których wpływ pojawienia się losowych zgłoszeń i ich losowej obsługi zostaje pominięty. Tak więc można wyróżnić dwie grupy zagadnień:

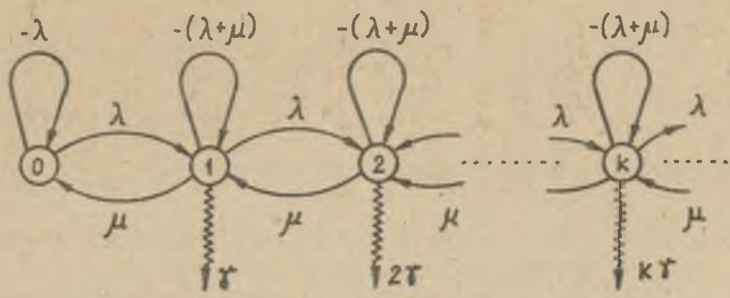
1. Zagadnienia zużywania /narastania/ zasobów przy nieskończonej kolejce oczekujących na obsługę.
2. Zużywanie zasobów przy innych modelach kolejek.

Oszacowania parametrów rozkładu zużycia w wielu zagadnieniach pierwszej grupy, na skutek wyeliminowania wpływu stochastycznego procesu obsługi, można dokonać stosując metody masowej obsługi. Natomiast zagadnienia należące do drugiej grupy w wyniku nakładania się kilku procesów stochastycznych na siebie są rozwiązywalne tylko metodami Monte Carlo lub mieszanymi.

3. Próba oszacowania parametrów rozkładu zużywania zasobu w prostym modelu obsługi

Założenia modelu:

1. Nieskończona ilość obiektów potencjonalnie uczestniczących w procesie zużywania /narastania/ zasobu.
2. Wszystkie obiekty posiadają taki sam wykładniczy rozkład czasu przebywania w stanie działania i niedziałania, z intensywnościami odpowiednio λ i μ.
3. Obiekty zużywają zasoby dokładnie w trakcie działania.
4. Przedziały czasu pomiędzy poszczególnymi momentami zużycia kolejnego elementu zasobu posiadają rozkład wykładniczy. Pojedynczy obiekt w czasie działania zużywa zasób z intensywnością γ.
5. Intensywność zużywania zasobu przez k obiektów działających jednocześnie wynosi $k\gamma$.



Rys. 2 Prosty model zużywania /narastania/ zasobu.
0,1,2,...k... - stany systemu polegające na jednoczesnym działaniu k-elementów,
γ - intensywność zużywania /narastania/ zasobu,
λ, μ - intensywności przejść.

Przy powyższych założeniach na podstawie znanego rozwiązania problemu narodzin i śmierci można określić graniczne prawdopodobieństwa jednoczesnego działania k obiektów.

$$p_k = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^k \frac{\mu - \lambda}{\mu} \qquad (3)$$

lub inaczej:

$$p_k = \alpha^k /1 - \alpha/ \qquad \text{dla} \qquad \alpha = \frac{\lambda}{\mu} .$$

Dla każdego k-tego stanu procesu można wyznaczyć parametry rozkładu zużycia zasobu w czasie t, traktując p_k jako częstość występowania k-tego stanu.

$$E_k = \frac{p_k \cdot t}{k\gamma} = \frac{/1-\alpha/ \cdot t}{\gamma} \cdot \frac{\alpha^k}{k}$$

$$\sigma_k^2 = \frac{p_k \cdot t}{k^2 \cdot \gamma^2} = \frac{/1-\alpha/\, t}{\gamma^2} \cdot \frac{\alpha^k}{k^2} \qquad (4)$$

$$b_k^3 = \frac{p_k \cdot t}{k^3 \cdot \gamma^3} = \frac{/1-\alpha/\, t}{\gamma^3} \cdot \frac{\alpha^k}{k^3} .$$

Sumując zużycie po wszystkich stanach od $k = 1$ do $k = \infty$ na mocy twierdzenia LAPUNOWA otrzymamy, że zużycie w tak zdefiniowanym systemie posiada rozkład normalny o parametrach:

$$\mathbb{E} = \sum_{k=1} E_k = \frac{t\,/1-\alpha/}{\gamma} \cdot \sum_{k=1} \frac{\alpha^k}{k}$$

$$\mathbb{D}^2 = \sum \sigma_k^2 = \frac{t\,/1-\alpha/}{\gamma^2} \cdot \sum_{k=1} \frac{\alpha^k}{k^2} . \qquad (5)$$

Po zbadaniu warunków zbieżności uzyskano:

$$\mathbb{E} = -/1-\alpha/ \ln /1-\alpha/ \frac{t}{\gamma}$$

$$\mathbb{D}^2 \approx /1 - \tfrac{3}{4}\alpha/ \frac{t}{\gamma^2} . \qquad (6)$$

Należy zwrócić uwagę, że mimo uzyskania żądanego rezultatu otrzymane wzory, ze względu na bardzo silne założenia, mogą być przydatne jedynie po weryfikacji i w ograniczonej liczbie zagadnień.

4. Metoda analizy systemu rzeczywistego w oparciu o koncepcję złożonego systemu zdarzeniowego.

Pojęciem pierwotnym koncepcji systemu zdarzeniowego jest element zwany zdarzeniem. Przez nałożenie odpowiednich relacji na zbiór zdarzeń otrzymujemy definicję przestrzeni zdarzeń [4] :

$$\mathcal{E} = \langle E, H, P, S \rangle \tag{7}$$

E - zbiór zdarzeń,
H - relacja pokrewieństwa zdarzeń,
P - relacja poprzedzania zdarzeń,
S - relacja pokrewieństwa zdarzeń,

oraz kolejne definicje:

chwili - jako klasy abstrakcji relacji Q / Q - relacja równoważności relacji P /

$$T = E \Big|_{Q} ,$$

czasu - jako struktury

$$\mathbb{T} = \langle T, P_t \rangle \text{ gdzie } P_t \text{ - porządek liniowy w zbiorze } T,$$

linii zdarzeniowej -

$$L = E \Big|_{H} ,$$

trajektorii linii zdarzeniowej -

$$\Phi = \left\{ \varphi_1 : 1 \in L \right\}$$

$$\varphi_1 = \left\{ \langle t, c \rangle : t \in T_1 \wedge c \in C \wedge 1 \cap t \subset c \right\} .$$

Różnorodność przebiegu trajektorii linii zdarzeniowych w systemach rzeczywistych jest ograniczona. Pełną różnorodność uporządkowanych odcinków trajektorii reprezentuje tzw. zbiór tworzący w postaci:

$$\langle x_1, x_2, \dots x_n \rangle \in Y . \tag{8}$$

W oparciu o powyższą koncepcję, w pracy [3] zaproponowano definicję skierowanego systemu zdarzeniowego:

$$\phi = \bar{\mathcal{E}} \subset Y \times Y \tag{9}$$

oraz pojęcie procesu dynamicznego elementarnego systemu zdarzeniowego:

$$\mathcal{P}/\mathcal{E}_e/ = \{ R_{\omega/x/} : x \in D/\mathcal{E}_e/ \} \tag{10}$$

$\mathcal{P}/\mathcal{E}_e/$ - proces dynamiczny elementarnego systemu zdarzeniowego $\mathcal{E}_e$,

$R_{\omega/x/}$ - realizacja procesu dynamicznego od zdarzenia x przy parametrze ω,

$D/\mathcal{E}_e/$ - dziedzina systemu zdarzeniowego $\mathcal{E}_e$.

Istnieje zwykle znaczna trudność w funkcyjnym określeniu reprezentacji skomplikowanych procesów dynamicznych, zachodzących w systemie. Stosuje się więc pewną hierarchizację. Można przyjąć za pracą [4] koncepcję złożonego systemu zdarzeniowego. Składa się on ze zbioru systemów składowych:

$$\{ \mathcal{E}_{e_i} : i \in I \} \tag{11}$$

oraz funkcji K wiążącej zdarzenia jednoczesne systemów składowych ze zdarzeniami systemu wypadkowego.

$$K \subset Z \times /E \times \Omega_o/ \tag{12}$$

$$Z = \prod_{i \in I} \{ D/\mathcal{E}_{e_i}/ \times \Omega_i \}$$

$$Z \subset D_{/K/} = \{ < x_1, x_2, \ldots x_k, \ldots x_i > : \bigwedge_{k \in I} x_k \in [[x]]_{\equiv_p} \}$$

E - zbiór zdarzeń systemu wypadkowego,

Ω_o - zbiór parametrów systemu wypadkowego,

Ω_i - zbiór parametrów i-tego systemu składowego,

$D/\mathcal{E}_{e_i}/$ - dziedzina i-tego systemu składowego,

$D/K/$ - dziedzina funkcji K.

Zgodnie z koncepcją złożonego systemu zdarzeniowego analiza rzeczywistości rozłoży się na trzy etapy:

1. Poszukiwanie wszystkich składowych elementarnych systemów zdarzeniowych. Są one związane z obiektami istniejącymi w systemie a realizowane w nich procesy dynamiczne prowadzą do zmiany wektora cech będących przestrzenią stanów składowego systemu elementarnego.
2. Poszukiwanie postaci funkcyjnej procesu dynamicznego każdego ze składowych systemów elementarnych.
3. Poszukiwanie postaci funkcji wiążącej, wyróżnionej klasy zdarzeń /początek, trwanie/ systemów składowych, w celu wyznaczenia przestrzeni zdarzeń i reprezentacji funkcyjnej wypadkowego systemu zdarzeniowego.

Ad.1. - Proponowane rozwiązanie opiera się na interpretacji linii zdarzeniowych jako odpowiedników obiektów systemu analizowanego. Można więc arbitralnie wyróżnić w badanym systemie zbiór obiektów O, posiadających wpływ na badane zjawisko, oraz relację D podobieństwa obiektów. Określimy zbiór typów obiektów jako zbiór klas abstrakcji relacji D

$$\mathbb{O} = O\big|_D \qquad \mathbb{O} = \left\{\mathbb{O}_n : n \in N\right\} \tag{13}$$

N - zbiór indeksów typów obiektów,
oraz funkcję:

$$F : \mathbb{O} \xrightarrow[na]{/-/} \mathbb{C} \qquad \mathbb{C} = \left\{C_n : n \in N\right\} \qquad C_n = \left\{c_1^n, \dots c_m^n\right\} \tag{14}$$

Przypisującą każdemu typowi obiektu zbiór cech zmieniających się w czasie istnienia obiektu. Poszukiwania składowych systemów elementarnych proponuje się dokonywać na podstawie analizy wszystkich podzbiorów tak wyróżnionych cech. Dla każdego typu obiektu ze zbioru 2^{C_n} wybieramy tylko podzbiory cech zmieniających się jednocześnie.

$$C_n^{\lambda} \subset 2^{C_n} \tag{15}$$

Każdemu z takich podzbiorów możemy przypisać jeden system elementarny, realizujący jeden proces.

$$g : \bigcup_n \bigcup_\lambda C_n^{\lambda} \xrightarrow[na]{/-/} \left\{\mathcal{E}_{e_i}\right\}. \tag{16}$$

Jeśli uda się nam znaleźć reprezentację funkcyjną każdego tak określonego systemu składowego, otrzymamy model, w którym w jednym czasie jest realizowane nie więcej procesów niż jest obiektów w systemie.

Ad.2. Przy wyznaczaniu reprezentacji funkcyjnej kolejnych składowych systemów elementarnych można spotkać trzy rodzaje zagadnień:

1. Pełna informacja o zbiorze parametrów Ω. Jawna postać $\mathcal{P}/\mathcal{E}_e/$
2. Zbiór Ω jest przestrzenią probabilistyczną, znany jest rozkład prawdopodobieństwa. Jawna postać $\mathcal{P}/\mathcal{E}_e/$
3. Zbiór Ω jest przestrzenią probabilistyczną. Znamy rozkład prawdopodobieństwa. $\mathcal{P}/\mathcal{E}_e/$ jest procesem stochastycznym, którego realizacje $R_{\omega/x/}$ zależą od parametrów $\omega \in \Omega$.

Każdy z tych typów zadań rozwiązuje się odmiennie, znanymi ogólnie metodami.

Ad.3. Zbiór zdarzeń należących do wnętrza składowego systemu elementarnego nazwiemy stanem obiektu systemu wypadkowego. Każdemu typowi obiektu przypiszemy zbiór stanów.

$$S_i = \left\{ s_i^1, \dots s_i^m \right\}. \tag{17}$$

Wprowadzając relację dopuszczalnego przejścia,

$$R_p \subset \bigcup_n S_i \times S_i \qquad (18)$$

otrzymamy graf BERGE'A $\langle S, R_p \rangle$, zawierający tyle składowych spójności ile obiektów wchodzi w skład systemu. Zbiór R_p można uporządkować wprowadzając relację Γ implikacji zdarzeń. Otrzymamy wtedy nowy graf $\langle R_p, \Gamma \rangle$. Oba te grafy stanowią istotę funkcji K systemu wypadkowego.

Konstrukcję przestrzeni stanów systemu wypadkowego proponuje się wykonać w oparciu o wyznaczenie maksymalnych podgrafów pustych grafu:

$\langle S, J \rangle$, gdzie $J \subset S \times S$ jest relacją taką, że $\langle S_i, S_k \rangle \in J$ (19)

wtedy i tylko wtedy gdy S_i i S_k nie występują równocześnie. Konfiguracja stanów wszystkich obiektów systemu jest dopuszczalna wtedy i tylko wtedy, gdy istnieje maksymalny podgraf pusty grafu $\langle S, J \rangle$ taki, że badana konfiguracja jest podzbiorem jego wierzchołków.

5. Wnioski

Badanie procesu zużywania /narastania/ zasobów posiada istotne znaczenie dla syntezy regulacji zasobów. Pewne efekty uzyskano z badania prostych modeli analitycznych. Ze względu jednak na poczynione założenia mają one ograniczone zastosowanie. Skomplikowane systemy należy badać za pomocą modeli symulacyjnych. Efektywną metodę budowy takich modeli naszkicowano w pracy.

LITERATURA

[1] BELLMAN R.: Adaptacyjne procesy sterowania. PWN, Warszawa 1965.

[2] GORDON G.: Symulacja systemów. WNT, Warszawa 1974.

[3] JACAK W.: Zagadnienia optymalizacji na gruncie definicji celowych systemów zdarzeniowych. Komunikaty ICT PWr, Wrocław 1975.

[4] TCHOŃ K.: Zdarzenie jako pojęcie pierwotne teorii systemów. Komunikaty ICT PWr, Wrocław 1975.

[5] Van der VEEN B.: Wstęp do teorii badań operacyjnych. PWN, Warszawa 1970.

АНАЛИЗ ПРОЦЕССОВ НАРАЩИВАНИЯ И ИЗНОСА В СЛОЖНЫХ МАШИННЫХ СИСТЕМАХ.

Резюме

В статье проанализированы возможности оценки пробабилистических параметров процесса наращивания /износа/ запасов в сложной машинной системе, необходимых для синтеза управления системами поддерживания движения.
При этом: попытка классификации, аналитическое решение предельного случая, а также метод конструкции моделирующего устройства сложной машинной системы.

ANALYSIS OF A PROCESS OF RESOURCES INCREASE AND USE UP IN A COMPLEX MACHINE SYSTEM

Summary

The paper deals with the analysis of evaluation of probability parameters in the process of repources increasing /using up/ in a complex machine system. Familianty of these parameters is indispensable for synthesis of steening movement mantaining systems. Possibility of obtaining solutions of analytic limited cases has been pointed ont. Effective method of construction of machine system models directed towards simulation solutions has been presented.