ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1979
Seria: GÓRNICTWO z. 92 Nr kol. 589

JACEK M.CZAPLICKI
INSTYTUT MECHANIZACJI GÓRNICTWA
POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ
GLIWICE

MODEL PROCESU ODNOWY O SKOŃCZONYM CZASIE ODNOWY GÓRNICZYCH MASZYN WYCIĄGOWYCH

W referacie zaprezentowano model procesu odnowy o skończonym czasie odnowy górniczych maszyn wyciągowych. Na podstawie trzyletnich badań niezawodnościowych określono klasę rozkładów czasów trwania stanów i na tej podstawie wyznaczono wskaźniki i charakterystyki niezawodnościowe omawianej klasy obiektów technicznych. Podano także wyniki badań empirycznych.

1. Wstęp

Proces eksploatacji górniczych maszyn wyciągowych jest procesem o wielostanowym repertuarze eksploatacyjnym, gdzie jako stany można wyróżnić: pracę, postój użytkowy, awarię i postój koncesyjny [6]. Jak wykazano w [2], czas trwania postoju użytkowego nie ma wpływu na niezawodność maszyn wyciągowych; ma wpływ czas trwania postoju koncesyjnego oraz czas trwania stanu pracy. Ponieważ czas postoju koncesyjnego jest wielkością zdeterminowaną /jest bowiem określony a priori dla każdej maszyny z osobna/, dlatego też istotne zmiany własności maszyn wyciągowych do spełniania stawianych przed nimi wymagań zachodzą w sposób losowy, w procesie dwustanowym: praca - awaria. Proces ten na ogół określa się jako proces odnowy o skończonym czasie odnowy.

2. Wskaźniki i charakterystyki niezawodnościowe górniczych maszyn wyciągowych

Przypomnijmy określenie procesu odnowy o skończonym czasie odnowy.

Niech $t_{p1}, t_{p2}, \ldots$ oznaczają czasy trwania stanu pracy oraz niech $t_{a1}, t_{a2}, \ldots$ oznaczają czasy trwania stanu awarii.
Chwile $Z_n' = \sum_{i=1}^{n} t_{pi} + t_{ai-1}$; $n = 1,2,\ldots$ nazywa się chwilami awarii, natomiast chwile $Z_n'' = Z_n' + t_{an}$ nazywa się chwilami odnowy. Zakłada się, że zmienne losowe t_{pi}, t_{ai}; $i = 1,2,\ldots$ są niezależne oraz, że czasy trwania stanu pracy mają jednakowy rozkład $P\{t_{pi} < t\} = F(t)$ o skończonej średniej i wariancji, a czasy trwania stanu awarii mają jednakowy rozkład $P\{t_{ai} < t\} = G(t)$ również o skończonej średniej i wariancji.

Proces odnowy o skończonym czasie odnowy definiuje się jako:

$$\Psi(t) = \begin{cases} 1, & \text{dla } t \in (Z_n'', Z_{n+1}'], \\ 0, & \text{dla } t \in (Z_{n+1}', Z_{n+1}''], \; n = 0,1,\ldots, \end{cases} \tag{1}$$

gdzie: 1 i 0 odpowiednio stan pracy i awarii.

Wydaje się celowe wyjaśnienie, iż powyższe założenia: o możliwości opisania jednym rozkładem prawdopodobieństwa czasów trwania stanu pracy i jednym rozkładem prawdopodobieństwa czasów trwania stanu awarii oraz o niezależności czasów trwania stanów są, dla znakomitej większości maszyn wyciągowych, spełnione /patrz [2]/. Wyjątek stanowić mogą jedynie niektóre procesy odnowy maszyn w początkowym okresie ich eksploatacji /proces może okazać się niestacjonarny o wzrastającym średnim czasie trwania stanu pracy/, bądź też procesy odnowy maszyn, dla których uległ istotnej zmianie sposób ich eksploatacji.

Proces odnowy jest w pełni określony przez rozkłady prawdopodobieństwa czasów trwania stanów.

Na podstawie trzyletnich badań niezawodnościowych kilkudziesięciu maszyn wyciągowych można stwierdzić, iż rozkłady czasów trwania stanów można na ogół z wystarczającą dla praktyki dokładnością opisać rozkładami klasy gamma.

Rozważmy zatem jak przedstawiają się wskaźniki i charakterystyki niezawodnościowe górniczych maszyn wyciągowych.

Funkcję gęstości czasów trwania stanów można przedstawić jako:

$$f(t) = \frac{q^b}{\Gamma(b)} t^{b-1} e^{-qt} \quad ; \; b,q > 0, \text{ dla stanu pracy,}$$
$$g(t) = \frac{w^a}{\Gamma(a)} t^{a-1} e^{-wt} \quad ; \; a,w > 0, \text{ dla stanu awarii.} \tag{2}$$

Funkcje dystrybuanty odpowiednio

$$F(t) = \frac{\Gamma(b, qt)}{\Gamma(b)}, \qquad G\,t = \frac{\Gamma(a, wt)}{\Gamma(a)}, \tag{3}$$

gdzie: $\Gamma(x,y)$ - niekompletna funkcja gamma. Dla praktycznych obliczeń można korzystać z tablic [10] lub tablic "wycinkowych" [7].

Jeżeli $b \in \mathcal{N}$ oraz $a \in \mathcal{N}$, gdzie: $\mathcal{N}$ - zbiór liczb naturalnych, to

$$F(t) = 1 - e^{-qt} \sum_{i=0}^{b-1} \frac{(qt)^i}{i!}, \quad G(t) = 1 - e^{-wt} \sum_{i=0}^{a-1} \frac{(wt)^i}{i!} \tag{4}$$

Wartości oczekiwane i wariancje czasów trwania stanów określają wzory:

$$E\{t_p\} = \frac{b}{q}, \quad D^2\{t_p\} = \frac{b}{q^2}, \quad E\{t_a\} = \frac{a}{w}, \quad D^2\{t_a\} = \frac{a}{w^2} \tag{5}$$

Funkcja gęstości i dystrybuanta sumy n zmiennych losowych t_{pi} oraz sumy n zmiennych losowych t_{ai} mają postać:

$$f_n(t) = \frac{q^{bn}}{\Gamma(nb)} t^{nb-1} e^{-qt}, \quad g_n(t) = \frac{w^{an}}{\Gamma(na)} t^{na-1} e^{-wt} \tag{6}$$

$$F_n(t) = \frac{\Gamma(nb, qt)}{\Gamma(nb)}, \quad G_n(t) = \frac{\Gamma(na, wt)}{\Gamma(na)}. \tag{7}$$

Jeżeli $b \in \mathcal{N}$ i $a \in \mathcal{N}$, to

$$F_n(t) = 1 - e^{-qt} \sum_{i=0}^{nb-1} \frac{(qt)^i}{i!}, \quad G_n(t) = 1 - e^{-wt} \sum_{i=0}^{na-1} \frac{(wt)^i}{i!}. \tag{8}$$

Funkcja gęstości sumy n par czasów trwania stanów $t_{pi} + t_{ai}$

$$\varphi_n(t) = P\{Z_n^* < t\} = \frac{(q^b w^a)^n}{\Gamma(nb)\Gamma(na)} e^{-qt} \int_0^t (t-u)^{nb-1} u^{na-1} e^{-u(w-q)} du$$

Powyższa całka jest analitycznie nierozwiązalna, dlatego korzystając ze wzoru Simpsona na przybliżoną wartość całki możemy napisać, iż:

$$\varphi_n(t) \cong \frac{(q^b w^a)^n}{\Gamma(nb)\Gamma(na)} e^{-qt} t^{n(b+a)-1} \frac{(2r)^{2-n(a+b)}}{3r} \left[\sum_{k_2} (2r-k_2)^{nb-1} k_2^{na-1} \cdot e^{-\frac{k_2 t}{2r}(w-q)} + 2\sum_{k_1} (2r-k_1)^{nb-1} k_1^{na-1} e^{\frac{k_1 t}{2r}(w-q)} \right], \tag{9}$$

gdzie: $k_1 = 1, 3, \ldots, 2r-1$; $k_2 = 2, 4, \ldots, 2r-2$,

$2r \in \mathcal{N} - \langle 0 \rangle$; liczba, na którą dzielimy przedział całkowania $(0,t)$ określona założoną dokładnością obliczenia całki [8]:

$$|\Delta_r| \leq \frac{t^5}{46080\, r^4} \max_{0 \leq u \leq t} \left| l^{(IV)} u \right|,$$

gdzie: Δ_r – założony błąd oszacowania całki,

$1^{(IV)}u$ – pochodna IV rzędu funkcji podcałkowej.

Jeżeli $b \in \mathfrak{N}$ i $a \in \mathfrak{N}$, to

$$\varphi_n(t) = \frac{(q^b w^a)^n}{\Gamma(nb)\,\Gamma(na)} e^{-qt} \sum_{i=0}^{nb-1} \binom{bn-1}{i} (-1)^i \frac{t^{bn-i-1}}{(w-q)^{i+na}} \Big\{ \Gamma(na+i) - e^{-t(w-q)} \cdot$$

$$\Big([t(w-q)]^{i+an-1} + \sum_{k=1}^{i+an-1} (na+i-1)\ldots(na+i-k)\,[t(w-q)]^{na+i-1-k} \Big) \Big\} \qquad (10)$$

Funkcja dystrybuanty w tym przypadku

$$\phi_n(t) = G_n(t) - \frac{w^{na}}{\Gamma(na)} e^{-qt} \sum_{i=0}^{bn-1} \frac{q^i}{i!} \sum_{j=0}^{i} \binom{i}{j} (-1)^j \frac{t^{i-j}}{(w-q)^{i+an}} \Big\{ \Gamma(na+i) - e^{-t(w-q)} \cdot$$

$$\Big([t(w-q)]^{i+an-1} + \sum_{k=1}^{i+an-1} (na+i-1)\ldots(na+i-k)\,[t(w-q)]^{i+an-1-k} \Big) \Big\} \qquad (11)$$

Prawdopodobieństwo bezawaryjnej pracy maszyny na odcinku $(t, t+\tau)$

$$p(t,\tau) = \frac{\Gamma(b) - \Gamma(b,qt)}{\Gamma(b)} + \int_0^t [1-F(t+\tau-x)] \sum_{n=1}^{\infty} \varphi_n(x)\,dx\,. \qquad (12)$$

Jeżeli $b \in \mathfrak{N}$ i $a \in \mathfrak{N}$, to

$$p(t,\tau) = \frac{\Gamma(b) - \Gamma(b,qt)}{\Gamma(b)} + e^{-q(t+\tau)} \sum_{i=0}^{b-1} \frac{q^i}{i!} \sum_{j=0}^{i} \binom{i}{j} (t+\tau)^{i+j} (-1)^j \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(q^b w^a)^n}{\Gamma(na)\,\Gamma(nb)} \cdot$$

$$\cdot \sum_{l=0}^{bn-1} \binom{bn-1}{l} (-1)^l (w-q)^{-l-na} \Big\{ t^{bn+j-l} \frac{\Gamma(bn+l)}{nb+j-l} - (w-q)^{l-j-nb} \Big[\Gamma(nb+na+j-1) - e^{-t(w-q)} \cdot$$

$$\Big([t(w-q)]^{n(a+b)+j-2} + \sum_{s=1}^{n(a+b)+j-2} (nb+na+j-2)\ldots(nb+na+j-1-s)\,[t(w-q)]^{n(a+b)+j-2-s} \Big) \Big] -$$

$$- (w-q)^{l-j-nb} \sum_{k=1}^{l+an-1} (na+l-1)\ldots(na+l-k) \Big[\Gamma(nb+na+j-k-1) - e^{-t(w-q)} \Big([t(w-q)]^{n(a+b)+j-k-2} +$$

$$+ \sum_{z=0}^{n(a+b)+j-k-2} (na+nb+j-k-2)\ldots(na+nb+j-k-1-z)\,[t(w-q)]^{n(a+b)+j-k-2-z} \Big) \Big] \Big\} \qquad (13)$$

Jeżeli $b \notin \mathfrak{N}$ i $a \notin \mathfrak{N}$, to całka we wzorze (12) jest analitycznie niewyznaczalna. Można wówczas skorzystać ze wzoru (13), z tym, że dla $b = \nabla(b)$ i $a = \nabla(a)$, gdzie: $\nabla(x)$ oznacza całkowitą liczbę x, otrzymujemy dolne oszacowanie $p(t,\tau)$, natomiast dla $b = \nabla(b) + 1$ i $a = \nabla(a) + 1$ otrzymujemy górne oszacowanie funkcji $p(t,\tau)$.

Asymptotyczna postać funkcji prawdopodobieństwa bezawaryjnej pracy maszyny $\lim\limits_{t \to \infty} p(t,\tau) = p(\tau)$ dla $b \in \mathfrak{N}$ ma postać:

$$p(\tau) = \frac{w}{wb+aq} \; e^{-q\tau} \sum_{i=0}^{b-1} \sum_{k=0}^{i} \frac{(q\tau)^k}{k!} . \tag{14}$$

Jeżeli $b \notin \mathfrak{N}$, wówczas można postąpić analogicznie jak w poprzednim przypadku. Łatwo zauważyć, że różnica pomiędzy górnym i dolnym oszacowaniem jest w postaci jednego tylko członu pierwszej sumy wzoru (14).

Oznaczmy przez $N_{ij}(t)$ liczbę przejść ze stanu i do stanu j; $i,j = 0,1$; w przedziale $(0,t)$, przy czym przejście ze stanu i do stanu i rozumieć będziemy jako przejście w dwóch krokach: $i \to j \neq i \to i$. Określmy:

$$H_{ij}(t) = E\{N_{ij}(t)\} \quad \text{oraz} \quad h_{ij}(t) = H'_{ij}(t). \tag{15}$$

Jeżeli $b \in \mathfrak{N}$ i $a \in \mathfrak{N}$, to transformaty Laplace'a - Stieltjesa funkcji $h_{ij}(t)$ określone są wzorami:

$$h^*_{11}(s) = h^*_{00}(s) = \frac{q^b w^a}{s \sum\limits_{i=0}^{b-1} \binom{b}{i} q^i \sum\limits_{j=0}^{a-1} \binom{a}{j} w^j \, s^{b-i+a-j-1}} ,$$

$$h^*_{01}(s) = \frac{w^a (s+q)^b}{s \sum\limits_{i=0}^{b-1} \binom{b}{i} q^i \sum\limits_{j=0}^{a-1} \binom{a}{j} w^j \, s^{b-i+a-j-1}} , \tag{16}$$

$$h^*_{10}(s) = \frac{q^b (s+w)^a}{s \sum\limits_{i=0}^{b-1} \binom{b}{i} q^i \sum\limits_{j=0}^{a-1} \binom{a}{j} w^j \, s^{b-i+a-j-1}} .$$

Ponieważ powyższe transformaty są funkcjami wymiernymi, łatwo więc, dokonując ich rozkładu na ułamki proste, odgadnąć rzeczywiste postaci funkcji $h_{ij}(t)$. Jeżeli $b \notin \mathfrak{N}$ i $a \notin \mathfrak{N}$, wówczas można postąpić tak samo, jak w przypadku oszacowania funkcji $p(t,\tau)$.

Znając funkcje $H_{ij}(t)$, można wyznaczyć prawdopodobieństwa przejścia $P_{ij}(t)$ zgodnie ze wzorami:

$$
\begin{aligned}
&P_{10}(t) = H_{10}(t) - H_{11}(t)\\
&P_{11}(t) = 1 - P_{10}(t)\\
&P_{01}(t) = H_{01}(t) - H_{00}(t)\\
&P_{00}(t) = 1 - P_{01}(t)\ .
\end{aligned}
\tag{17}
$$

Warto odnotować, iż $P_{11}(t) = P\{\Psi(t) = 1\} = K_g(t)$ i jest to współczynnik gotowości górniczych maszyn wyciągowych.

Oszacowania asymptotyczne funkcji wartości oczekiwanych liczby przejść stanów oraz prawdopodobieństw tych przejść mają postać:

$$H_{10}(t) = \frac{t - E\{t_p\}}{E\{t_p\} + E\{t_a\}} + \frac{D^2\{t_p\} + D^2\{t_a\} + \left(E\{t_p\} + E\{t_a\}\right)^2}{2\left(E\{t_p\} + E\{t_a\}\right)^2} + 0(1)$$

$$H_{00}(t) = H_{11}(t) = \frac{t - E\{t_p\} - E\{t_a\}}{E\{t_p\} + E\{t_a\}} + \frac{D^2\{t_p\} + D^2\{t_a\} + \left(E\{t_p\} + E\{t_a\}\right)^2}{2\left(E\{t_p\} + E\{t_a\}\right)^2} + 0(1)$$

$$H_{01}(t) = \frac{t - E\{t_a\}}{E\{t_p\} + E\{t_a\}} + \frac{D^2\{t_p\} + D^2\{t_a\} + \left(E\{t_p\} + E\{t_a\}\right)^2}{2\left(E\{t_p\} + E\{t_a\}\right)^2} + 0(1) \tag{18}$$

$$P_{00}(t) = P_{10}(t) = \frac{E\{t_a\}}{E\{t_p\} + E\{t_a\}} + 0(1) = \frac{aq}{bw+aq}$$

$$P_{11}(t) = P_{01}(t) = \frac{E\{t_p\}}{E\{t_p\} + E\{t_a\}} + 0(1) = K_g = \frac{bw}{bw+aq}\ , \tag{19}$$

Ostatni wzór jest znaną graniczną wartością współczynnika gotowości. Wartość oczekiwana procesu odnowy o skończonym czasie odnowy

$$E\{\Psi(t)\} = K_g(t)\ . \tag{20}$$

Wariancja procesu odnowy

$$D^2\{\Psi(t)\} = K_g(t)\left[1 - K_g(t)\right]\ . \tag{21}$$

Sumaryczny czas przebywania maszyny wyciągowej w stanie pracy w czasie $(0,t)$ ma rozkład

$$P\{A(t) < x\} = \sum_{n=0}^{\infty} F_{n+1}(x)\left[G_n(t-x) - G_{n+1}(t-x)\right],\quad t > x\ , \tag{22}$$

gdzie: $G_0(x) = 1$ dla $x > 0$,

$$A(t) = \int_0^t \Psi(x)\,dx.$$

Wartość oczekiwana i wariancja sumarycznego czasu przebywania maszyny wyciągowej w stanie pracy w czasie $(0,t)$ są określone wzorami [3]:

$$E\{A(t)\} = \int_0^t E\{\Psi(x)\}\,dx \tag{23}$$

$$D^2\{A(t)\} = 2\int_0^t\left(\int_0^y E\{\Psi(y-x)\}E\{\Psi(x)\}dx\right)dy - \left(\int_0^t E\{\Psi(x)\}dx\right)^2, \tag{24}$$

Wzór (22) jest niewygodny do obliczeń, dlatego korzystne jest określenie rozkładu

$$M(t,x) = \begin{cases} 0 & \text{dla } x < 0 \\ F(t) & \text{dla } x = 0 \\ F(t)+\left[1 - F(t)\right] B(t,x) & \text{dla } 0 < x \leqslant 1 \\ 1 & \text{dla } x > 1 \end{cases} \tag{25}$$

gdzie: $B(t,x) = P\{[A(t)/t] \leqslant x \mid A(t) > 0\}$, co po przyjęciu założenia, że maszyna wyciągowa jest zdatna w momencie rozpoczęcia pracy, jest równoznaczne z warunkową dystrybuantą

$$B(t,x) = P\{[A(t)/t] \leqslant x \mid t > 0\}.$$

Rozkład $B(t,x)$ można dość dobrze aproksymować rozkładem beta

$$f_B = \frac{\Gamma(\alpha+\beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)}\,x^{\alpha-1}(1-x)^{\beta-1}\ ;\ 0 < x < 1;\ \alpha,\beta > 0, \tag{26}$$

przy czym

$$\alpha = E\{A(t)/t\}\left\{E\{A(t)/t\}\left[1-E\{A(t)/t\}\right]D^{-2}\{A(t)/t\} - 1\right\}$$

$$\beta = \frac{1-E\{A(t)/t\}}{E\{A(t)/t\}}\,\alpha$$

$$E\{A(t)/t\} = \frac{E\{A(t)\}}{t\left[1-F(t)\right]} \tag{27}$$

$$E\{[A(t)/t]^2\} = \frac{D^2\{A(t)\} + E\{A(t)\}}{t^2\left[1-F(t)\right]}$$

Sumaryczny czas przebywania maszyny wyciągowej w stanie awarii w czasie $(0,t)$ ma rozkład

$$P\{L(t) < x\} = \sum_{n=0}^{\infty} G_n(x)\left[F_n(t-x) - F_{n+1}(t-x)\right],\quad t > x, \tag{28}$$

gdzie: $F_0(x) = 1$ dla $x > 0$

$$L(t) = \int_0^t \left[1 - \Psi(x)\right] dx.$$

Wartość oczekiwaną i wariancję sumarycznego czasu przebywania maszyny wyciągowej w stanie awarii w czasie $(0,t)$ można wyznaczyć ze wzorów:

$$
\begin{aligned}
E\{L(t)\} &= t - E\{A(t)\} \\
D^2\{L(t)\} &= D^2\{A(t)\}.
\end{aligned}
\tag{29}
$$

Również wzór (28) jest niewygodny do obliczeń, dlatego postępując podobnie jak w przypadku sumarycznego czasu przebywania maszyny w stanie pracy w czasie $(0,t)$, definiujemy dystrybuantę

$$
J(t,x) = \begin{cases} 0 & \text{dla } x < 0 \\ 1-F(t) & \text{dla } x = 0 \\ 1-F(t)\left[1-K(t,x)\right] & \text{dla } 0 < x \leq 1 \\ 1 & \text{dla } x > 1 \end{cases}
\tag{30}
$$

gdzie: $K(t,x)$ jest dystrybuantą warunkową określoną wzorem

$$K(t,x) = P\left\{\left[L(t)/t\right] \leq x \mid L(t) > 0\right\},$$

przy czym warunek $L(t) > 0$ oznacza, że co najmniej jedna awaria pojawiła się w czasie $(0,t)$.

Rozkład ten można przybliżyć rozkładem beta (26), gdzie tym razem:

$$
\begin{aligned}
\alpha &= \frac{E\{L(t)/t\}}{D^2\{L(t)/t\}}\left[E\{L(t)/t\} - \frac{D^2\{L(t)\} + E^2\{L(t)\}}{t^2\,F(t)}\right] \\
\beta &= \frac{1 - E\{L(t)/t\}}{E\{L(t)/t\}}\,\alpha \\
E\{L(t)/t\} &= \frac{E\{L(t)\}}{t\,F(t)} \\
D^2\{L(t)/t\} &= \frac{D^2\{L(t)\} + E^2\{L(t)\}}{t^2\,F(t)} - \frac{E^2\{L(t)\}}{t^2\,F^2(t)}.
\end{aligned}
\tag{31}
$$

Rozkład sumarycznego czasu przebywania maszyny wyciągowej w stanie pracy jest asymptotycznie normalny ze średnią $K_g t$ i wariancją

$$\sigma^2 = \frac{D^2\{t_p\}E^2\{t_a\} + D^2\{t_a\}E^2\{t_p\}}{\left(E\{t_p\} + E\{t_a\}\right)^3}\,t,$$

natomiast rozkład sumarycznego czasu przebywania maszyny wyciągowej w stanie awarii jest również asymptotycznie normalny ze średnią $(1-K_g)t$ i tą samą wariancją σ^2.

Zauważmy, że jeżeli $t \to \infty$, to $F(t) \to 1$ i wówczas $K(t,x) \to J(t,x)$. Tak więc dystrybuanta $K(t,x)$ jest asymptotycznie normalna dla dużych wartości t.

Transformata Laplace'a funkcji kowariancyjnej procesu odnowy maszyn wyciągowych ma postać:

$$\overset{*}{c}(s) = \frac{K_g(1-K_g)}{s} - \frac{K_g\, q}{s^2\, b}\,\frac{\left[(s+q)^b-q^b\right]\left[(s+w)^a-w^a\right]}{(s+q)^b(s+w)^a-q^b w^a} \tag{30}$$

3. Uwagi praktyczne

a. W zaprezentowanych wskaźnikach i charakterystykach niezawodnościowych górniczych maszyn wyciągowych występuje czas t. Jest to czas pracy maszyn. Wiadomo, że w ciągu doby maszyna jest w sumie tylko przez pewien czas w tym stanie /ściślej - jest wiele razy, lecz na ogół przez stosunkowo krótkie okresy czasu/. Dlatego, jeżeli chcemy przeliczyć dany czas t na czas kalendarzowy, np. liczbę dni, to niezbędne jest posiadanie informacji o przeciętnym sumarycznym czasie trwania stanu pracy $E\{t_{\Sigma p}\}$ w ciągu doby [4]. Liczbę dni k określa wówczas prosta zależność

$$k = \frac{t}{E\{t_{\Sigma p}\}}. \tag{33}$$

b. W wielu wzorach występują sumy, w których liczba składników jest zależna od wartości parametrów kształtu b i a. Warto więc odnotować fakt, że wartości tych parametrów praktycznie nie przekraczają 3, co znacznie ułatwia obliczenia.
Na ogół oceny parametrów kształtu są bliskie 1, co pozwala na wysunięcie hipotezy, iż rozkłady czasów trwania stanów mogą być opisane rozkładami wykładniczymi. Postaci analityczne wskaźników i charakterystyk niezawodnościowych są wówczas dość proste i były już prezentowane w wielu pracach /patrz np. [9]/.
Do wyznaczenia charakterystyk (10), (11) i (13), gdy b i a $\neq$ 1, niezbędne jest dysponowanie maszyną matematyczną.

c. Wyznaczając oceny parametrów z równań największej wiarygodności /albowiem tylko te są godne stosowania dla uzyskiwania ocen parametrów rozkładów klasy gamma/ otrzymuje się b i a $\notin \mathcal{N}$. Jednakże, jeżeli świadomie, przybliżyć rzeczywiste oceny parametrów kształtu do najbliższych liczb naturalnych, to jak się okazuje, dość często test zgodności Kołmogorowa nie daje podstaw do odrzucenia hipotezy głoszącej, iż dane empiryczne można z wystarczającą dla praktyki dokładnością /poziom istotności $\xi \leq 0{,}05$/ przybliżyć rozkładami Erlanga. Ma to duże znaczenie praktyczne, albowiem pozwala na stosunkowo proste wyznaczenie orientacyjnych wskaźników i charakterystyk niezawodnościowych maszyn wyciągowych.

d. Jeżeli a lub b jest istotnie mniejsze od jedności, to można wysunąć hipotezę, że strumień awarii lub - odpowiednio - odnawiania jest złożonym strumieniem Poissona z losowym parametrem; zwykle przyjmuje się, iż parametr ma rozkład gamma.

e. Wiadomo, że jedną z najważniejszych charakterystyk niezawodnościowych obiektów technicznych, których proces eksploatacji z niezawodnościowego punktu widzenia można przybliżyć procesem odnowy o skończonym czasie odnowy, jest współczynnik gotowości. Wartość asymptotyczna współczynnika dla wszystkich klas obiektów technicznych jest taka sama /jeżeli tylko zmienne losowe czasy trwania stanów mają skończoną wartość oczekiwaną/. Warto więc odnotować, że w przypadku górniczych maszyn wyciągowych postać analityczna współczynnika totowości jest na ogół następująca

$$K_g(t) = K_g + \sum_{i=1}^{Z} u_i \quad e^{v_i t}, \tag{34}$$

gdzie: u_i, v_i - pewne stałe; $v_i < 0$.

Drugi składnik prawej strony wzoru (34) jest miernikiem szybkości zbliżania się współczynnika gotowości $K_g(t)$ do wartości asymptotycznej.

f. Tabela 1 podaje wyniki oszacowań parametrów rozkładów czasów trwania stanów: pracy i awarii dla 25 maszyn wyciągowych /czas podany jest w godzinach/.

Tabela 1

Typ maszyny	PARAMETRY					
	b	g	a	w	T_p	T_a
4L-4250/2x1900	1,36	$7,7 \cdot 10^{-3}$	1,17	1,36	176,6	0,86
2L-6000/1600	0,70	$1,54 \cdot 10^{-3}$	0,70	0,56	454,3	1,26
4L-4250/2x2400	0,56	$2,4 \cdot 10^{-3}$	2,69	5,60	233,6	0,48
4L-4250/2x2400	1,26	$1,1 \cdot 10^{-2}$	0,64	0,93	114,5	0,69
4L-4250/2x2400	1,39	$9,2 \cdot 10^{-3}$	0,55	0,50	151,2	1,09
K-6500/2400	0,56	$1,1 \cdot 10^{-3}$	1,45	1,16	509,9	1,23
4L-4000/3000	0,84	$1,6 \cdot 10^{-3}$	1,31	1,01	523,7	1,29
4L-4000/3000	1,32	$2,28 \cdot 10^{-3}$	0,80	0,41	578,9	1,94
4L-3400/2400	0,85	$2,11 \cdot 10^{-3}$	1,94	3,08	403,8	0,63
4L-4000/2900	0,81	$1,28 \cdot 10^{-3}$	0,76	0,87	63,5	0,87
K-6000/1600	0,88	$2,8 \cdot 10^{-3}$	0,83	0,78	313,9	1,06
2L-5000/1100	1,18	$2,33 \cdot 10^{-3}$	1,18	0,94	506	1,26
4L-5000/2x2900	0,40	$1,22 \cdot 10^{-3}$	0,41	0,19	329,18	2,11
K-6000/1600	1,03	$1,59 \cdot 10^{-3}$	0,98	0,64	647,2	1,53
2L-5000/2000	1,08	$2,67 \cdot 10^{-3}$	1,29	1,52	404,9	0,85
2L-3400/630	1,06	$2,26 \cdot 10^{-3}$	1,21	1,29	468,4	0,94
2L-5000/2000	1,26	$2,1 \cdot 10^{-3}$	1,27	1,36	599,6	0,93
K-5000/1100	1,20	$6,1 \cdot 10^{-3}$	1,52	1,49	197,9	1,02
4L-4000/3000	0,87	$1,79 \cdot 10^{-3}$	1,09	0,97	487	1,12
4L-4000/3000	0,82	$1,71 \cdot 10^{-3}$	0,94	0,66	478,3	1,43

c.d. Tabeli 1

Typ maszyny	PARAMETRY					
	b	g	a	w	T_p	T_a
K-6000/1800	0,65	$1,72\cdot10^{-3}$	0,39	0,33	376,9	1,18
4L-4000/3000	0,58	$1,39\cdot10^{-3}$	0,37	0,34	417,1	1,09
K-6000/1000	1,10	$1,99\cdot10^{-3}$	0,79	0,33	551,9	2,36
K-6000/1000	1,41	$3,86\cdot10^{-3}$	0,76	0,93	365,7	0,83
K-6500/2400	0,88	$1,84\cdot10^{-3}$	1,11	1,29	479,3	0,86

[1] Antoniak J., Brodziński S., Czaplicki J., Lutyński A.: Badania niezawodnościowe urządzeń wyciągowych z uwzględnieniem badań rozruchowych. Praca n-b /mat. nie publ./ IMG, Pol.Śl., Gliwice 1976-78.

[2] Czaplicki J.M.: Analiza korelacyjna niektórych własności procesu eksploatacji maszyn wyciągowych. ZN Pol.Śl., Górnictwo z.89, Gliwice 1978.

[3] Czaplicki J.M.: Analiza niezdatności obiektu w procesie odnowy o skończonym czasie odnowy. ZN Pol.Śl., Górnictwo z.84, Gliwice 1978.

[4] Czaplicki J.M.: Analiza wykorzystania czasu dyspozycyjnego w eksploatacji maszyn wyciągowych. Konf. Modelowanie górniczych maszyn wyciągowych. ZN Pol.Śl., Górnictwo z.80, Gliwice 1977.

[5] Czaplicki J.M.: O gotowości obiektu. ZN Pol.Śl., Górnictwo z.91. Gliwice 1978.

[6] Czaplicki J.M., Ziemba S.: Próba zbudowania modelu systemowo ujętej problematyki naukowo-technicznej górniczych maszyn wyciągowych. Konf. Modelowanie górniczych maszyn wyciągowych. ZN Pol.Śl., Górnictwo z.80, Gliwice 1977.

[7] Firkowicz S.: Statystyczne badanie wyrobów. WNT, Warszawa 1970.

[8] Janowski W.: Matematyka. t.I, PWN, Warszawa 1962.

[9] Kopociński B.: Zarys teorii odnowy i niezawodności. PWN, Warszawa 1973.

[10] Pearson K.: Tables of Incompletle Γ-Function. Camb.Univ. Press, London 1957.

МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА РЕМОНТИРОВАНИЯ ГОРНЫХ ПОДЪЁМНЫХ
МАШИН ПРИ ЗАКОНЧЕННОМ ВРЕМЕНИ РЕМОНТИРОВАНИЯ

Резюме

В статье представлена модель процесса ремонтирования горных подъёмных машин при законченном времени ремонтирования. Определено класс распределения времени продолжительности состояния на основе трёхлетних надёжных исследований, обозначено надёжные показатели и характеристики обсуждаемого класса технических объектов. Даны результаты эмпирических исследований.

A MODEL OF RENEWAL PROCESS WITH FINITE RENEWAL TIME
FOR WINDERS

Summary

This report presents a method of renewal process with finite time for winders. Based on the three year reliability tests a class of time distribution of states has been determined. Due to it reliability indexes and characteristics have been worked out. Results of empiric investigations are also included.