

ALEKSANDER KOWAL  
INSTYTUT MECHANIZACJI GÓRNICCTWA  
POLITECHNIKA ŚLĄSKA  
GLIWICE

WPLYW SIŁY POPRZECZNEJ DO ZĘBA KOŁA ZĘBATEGO  
NA TRWAŁOŚĆ PRZEKŁADNI ZĘBATEJ

W referacie przedstawiono wpływ siły poprzecznej do zęba na trwałość przekładni zębatach. Wykazano, że wyniki otrzymane z poszczególnych metod obliczeń wytrzymałościowych kół zębatach mają duże rozrzuty. Przy silnie wyteżonych przekładniach, trwałość jest uzależniona od naprężeń. Wyznaczono nową wartość współczynnika udziału naprężeń wywołanych siłą poprzeczną do osi zęba w naprężeniu całkowitym.

Przekładnie zębate stosowane w górnictwie są zazwyczaj silnie wyteżone. Na ich trwałość i niezawodność istotny wpływ ma wytrzymałość zębów na złamanie. Wytrzymałość zębów na złamanie jest jednym z głównych kryteriów w procesie konstruowania przekładni zębatach. Odgrywa ona coraz większą rolę z uwagi na stałe podnoszenie się wymagań odnośnie niezawodności, przy równoczesnych tendencjach do zwiększania obciążenia jednostkowego przekładni.

O wytrzymałości zębów na złamanie decyduje między innymi stan naprężeń w jego podstawie. Wartość naprężeń można obliczyć na podstawie wielu stosowanych wzorów. Niektóre z nich uwzględniają wszystkie skutki wywołane obciążeniem zęba, tj. zginaniem, ściskaniem i ścinaniem. Przykładami tych charakterystycznych metod do obliczania naprężeń są wzory:

Mullera [16]

$$\sigma_{\max} = \alpha_g \sigma_g + \alpha_s \cdot \tau_s + \alpha_c \sigma_c, \quad (1)$$

Niemanna [8]

$$\sigma_z = \sqrt{(\sigma_g - \sigma_c)^2 + 6,25 \tau_m^2} \quad (2)$$

Heckmanna [3]

$$\sigma_{\max} = \alpha_g \sigma_g + \alpha_s \tau_m \pm \alpha_c \sigma_c + \alpha_H \sigma_H \quad (3)$$

Aidy [1]

$$\sigma_z = (1 + 0,08 \frac{2s}{\rho}) (0,66 \sigma_g + 0,40 \sqrt{\sigma_g^2 + 36 \tau_m^2} + 1,15 \sigma_c) \quad (4)$$

Neubera [7]

$$\sigma_{\max} = \mp \frac{P_t}{2bs} [\frac{2s}{s} \alpha_2 + \alpha_3] - \frac{P_c}{2bs} \alpha_2, \quad (5)$$

gdzie:  $\rho$  - promień krzywizny karbu,  
 $b$  - szerokość wieńca koła zębatego,  
 $e$  - ramię działania siły gnącej na zębie,  
 $2s$  - grubość zęba w przekroju kontrolnym zęba,  
 $P_t$  - międzyzębna siła styczna do koła zębatego,  
 $P_c$  - międzyzębna siła promieniowa do koła,  
 $\alpha_{g,s,c,H,2,3}$  współczynniki kształtu.

Wpływ siły poprzecznej do zęba na wartość naprężeń w stopie zęba ocenić można na podstawie wartości współczynnika  $\mu$ . W celu określenia wartości współczynnika  $\mu$  we wzorach (1 + 5) sprowadzono je do wspólnej postaci

$$\sigma_z = \frac{\sigma_{\max}}{\alpha_g} = \sigma_g + \mu \tau_m - \xi \sigma_c, \quad (6)$$

gdzie:  $\mu$  - współczynnik udziału naprężeń, wywołanych siłą poprzeczną do osi zęba, w naprężeniu całkowitym,  
 $\xi$  - współczynnik udziału naprężeń wywołanych ściskaniem.

Przekształcając wzór (6), otrzymuje się

$$\sigma_z = \sigma_g \left( \mu \cdot \frac{\tau_m}{\sigma_g} - \xi \frac{\sigma_c}{\sigma_g} + 1 \right), \quad (7)$$

po podstawieniu otrzymuje się

$$\sigma_z = \sigma_g \left( \frac{s}{3e} \mu - \xi \frac{s}{3e} \tau_g \psi + 1 \right), \quad (8)$$

gdzie:  $\psi$  - kąt zawarty między kierunkiem działania siły międzyzębnej na wierzchołku i prostopadłą do osi zęba.

Współczynnik  $\mu$  jest współczynnikiem udziału średnich naprężeń wywołanych siłą poprzeczną do zęba w naprężeniach całkowitych.

W metodzie Müllera wartości współczynnika  $\mu$  obliczyć można z teoretycznej zależności [6.]

$$\mu = \frac{\alpha_B}{\alpha_G} = 3 \left( 1 + \frac{\rho}{B} \right) \operatorname{tg} \alpha. \quad (9)$$

Jeżeli wzór Niemann'a zapisać w postaci (8), to wartości współczynnika  $\mu$  obliczyć można z zależności

$$\mu = \sqrt{\frac{3e}{B} + 6,25} - \frac{3e}{B}. \quad (10)$$

We wzorze Aidy współczynnik  $\mu$  przyjmuje postać

$$\mu = \frac{3e}{B} \left\{ \left( 1 + 0,16 \frac{B}{\rho} \right) \left[ 0,66 + 0,40 \sqrt{1 + 36 \left( \frac{e}{3B} \right)^2} \right] - 1 \right\}, \quad (11)$$

gdzie:  $\rho$  - promień krzywizny karbu,  
natomiast we wzorze Neubera

$$\mu = \frac{6}{\pi} \frac{\sqrt{\left( \frac{B}{\rho} \right)^2 + 6 \frac{B}{\rho} + 1} - \frac{B}{\rho}}{\sqrt{\frac{2B}{\pi \rho} \left\{ \frac{4}{\pi} \left[ \sqrt{\left( \frac{B}{\rho} \right)^2 + 6 \frac{B}{\rho} + 1} - \frac{B}{\rho} \right] - \frac{4}{\pi}} \right\}}}. \quad (12)$$

Dla zębów obrabianych obwiedniowo, obliczone wartości współczynnika  $\mu$  dla poszczególnych metod, w zależności od względnego ramienia działania momentu zginającego, przedstawiono na rys. 1. W metodzie Müllera dla celów praktycznych przyjęto stałą wartość średnią  $\mu = 1,5$ .

Przedstawione na rys. 1 wartości współczynnika  $\mu$  w zależności od względnej wysokości przyłożonego obciążenia na zębie, różnią się między sobą znacznie.

Uwzględniając, że udział naprężeń w przekroju krytycznym u podstawy zęba wywołanych siłą poprzeczną, dla zębów obciążonych na wierzchołku wynosi ponad 20 % naprężeń całkowitych i dodatkowo silnie wzrasta ze zmianą położenia siły poprzecznej [5] oraz biorąc pod uwagę zależność

$$\sigma^m \cdot N = C \quad (13)$$

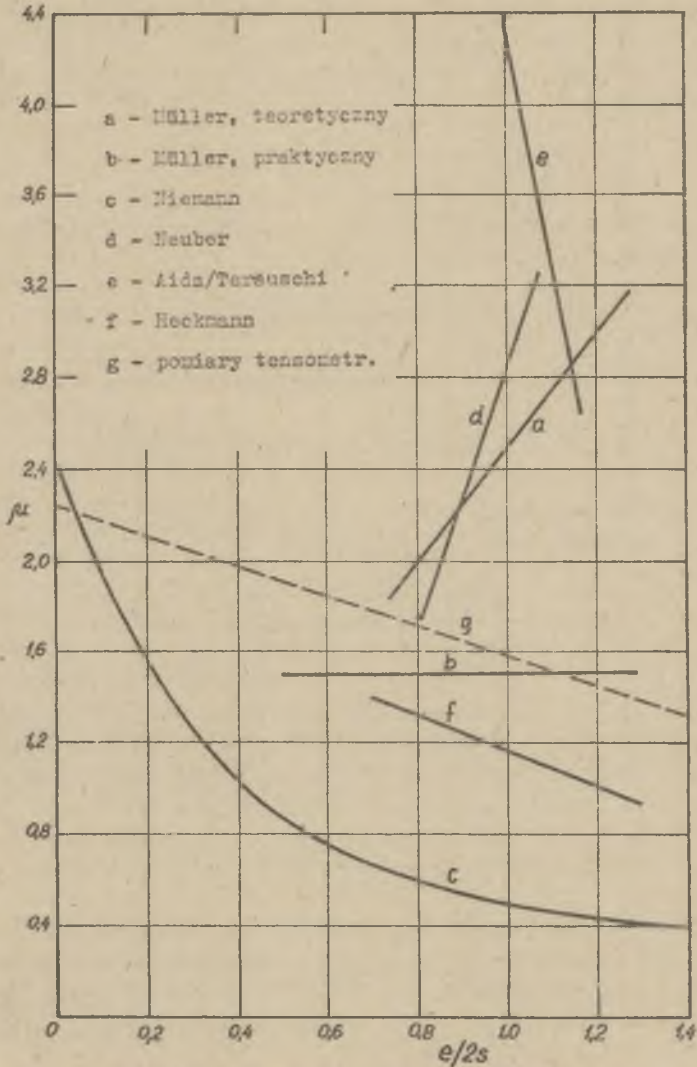
przy czym [2,4]  $m = 6,0 + 10,0$ ; najczęściej  $m_{\text{gr}} = 6,8$

gdzie:  $N$  - liczba cykli obciążenia,

$C$  - stała,

$m$  - cotanges pochylenia prostej /krzywa Wöhlera we współrzędnych logarytmicznych/,

można stwierdzić, że trwałość przekładni zębatych jest oceniana wg poszczególnych metod obliczeniowych z dużymi rozrzutami.



Rys. 1. Wartości współczynnika  $\mu$  wg niektórych metod

W celu uściślenia oceny trwałości eksploatacyjnej przekładni zębatach przeprowadzono w Instytucie Mechanizacji Górnictwa Politechniki Śląskiej badania stanu naprężeń u podstawy zęba koła zębatego [5]. Przy pomocy pomiarów tensometrycznych wyznaczono wartości współczynnika  $\mu$ . Obliczyć je można z zależności

$$\mu = 2 \left( 1,12 - 0,33 \frac{e}{2s} \right). \quad (14)$$

Przy założonym sposobie obciążania zębów w okolicy wierzchołka, dla zębów najczęściej spotykanych w praktyce, wartości  $\frac{\sigma}{2\sigma}$  zawierają się w granicach  $0,8 + 1,1$ . Dla praktycznych obliczeń wytrzymałościowych zębów, można przyjąć, że  $\mu = 1,6$ . Błąd względny obliczonej wartości naprężeń zastępczych nie przekracza w tym przypadku 1 %.

## LITERATURA

- [1] Aida T., Terauchi Y.: On the Bending Stress of a Spur Gear. Bulletin of ISME, Vol. 5, nr 17, 1962.
- [2] Folwarczny B., Spałek J.: Przyspieszone badania trwałościowe przekładni zębatych. Przegląd Mechaniczny nr 23, 1977.
- [3] Heckman W.K.: Analytisch- spanungsoptische Bestimmung der maximalen Zahnflussspannungen bei verschiedenen Zahnformen. VDI - Z, 1961, ss. 237 - 40.
- [4] Kocańda S.: Zmęczeniowe niszczenie metali. WNT, Warszawa 1972.
- [5] Kowal A.: Wpływ siły stycznej do koła na wielkość naprężeń u podstawy zęba. Praca doktorska. Politechnika Śląska 1976.
- [6] Müller L.: Przekładnie zębate. Obliczenia wytrzymałościowe. WNT, Warszawa 1970.
- [7] Neuber H.: Über die Berechnung der Zahnflusbeanspruchung. Konstruktion 22, 1970, nr 11, ss. 447 - 450.
- [8] Niemann G., Glaubitz H.: Zahnflusfestigkeit geradverzahnter Stirnräder aus Stahl. VDI - Z, 1950, nr 33, s. 923.

ВЛИЯНИЕ ПОПЕРЕЧНОЙ СИЛЫ К ЗУБУ ЗУБЧАТОГО КОЛЕСА  
НА ПРОЧНОСТЬ ЗУБЧАТОЙ ПЕРЕДАЧИ

Резюме

В статье представлено влияние поперечной силы к зубу на прочность зубчатой передачи. Доказано, что у полученных, после проведения соответствующих методов результатов расчётов на устойчивость зубчатых колёс большой разброс. При большом натяжении передач прочность зависит от напряжений. Обозначено новое значение коэффициента относительно участия напряжений образованных поперечной силой к оси зуба в общем напряжении.

INFLUENCE OF FORCE TRANSVERSE TO  
A GEAR TOOTH ON LIFE OF GEAR

Summary

This report presents on influence of force transverse to a gear tooth on life of gear. It has been proved that the results derived from respective methods of gear strength calculations have scattered significantly. When a gear effort is high its life depends on stresses. A new value of the coefficient of stress share i.e. stress due to transverse force versus overall stress has been given.