ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1978

Seria: ELEKTRYKA z. 60 Nr kol. 552

Zygmunt GARCZARCZYK

WŁASNOŚCI NIEKTÓRYCH ŻYRATORÓW REALIZOWANYCH ZA POMOCĄ DWÓCH WZAMCNIACZY OPERACYJNYCH

Streszczenie. W artykule przedstawiono własności macierzy admitancyjnej kilku znanych z literatury układów żyratorów zbudowanych z dwóch wzmacniaczy operacyjnych i elementów biernych - oporników [4-7]. Rozważa się także wrażliwość elementów tej macierzy na zmiany wartości oporników. Znajomość zmian parametrów żyratora ma istotne znaczenie przy określaniu własności aktywnych filtrów RC [7]. Na koniec podano kilka uwag dotyczących stabilności niektórych z omawianych układów oraz przedstawiono przykład oceny wpływu parametrów żyratora rzeczywistego na własności filtru bezindukcyjnego.

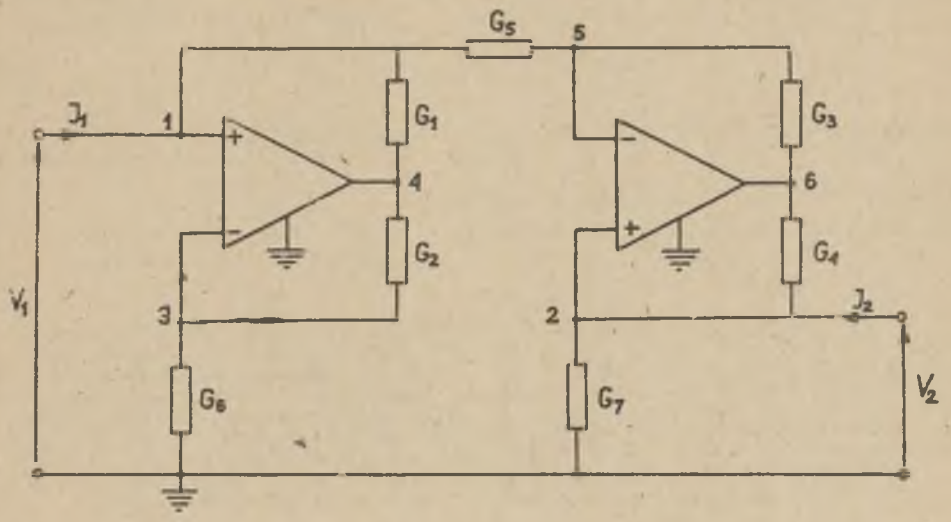
1. Wstęp

Stosowane w syntezie układy żyratorów budowane są przeważnie na bazie wzmacniaczy operacyjnych i oporników. Aby skonstruować żyrator idealny konieczne jest użycie co najmniej dwóch wzmacniaczy operacyjnych oraz kilkunastu (w omawianych przypadkach 7) oporników o jednakowych wartościach [4, 5, 7]. Ten drugi postulat nie musi być spełniony, jeśli zwiększymy liczbę wzmacniaczy, co jednakże powoduje znaczne rozbudowanie układu [6].

W praktyce trudno jest zapewnić absolutną równość wartości rezystancji wszystkich oporników. Aby określić własności przedstawionych układów, gdy warunek ten nie może być spełniony, analizuje się macierz admitancyjną układu.

2. Macierz admitancyjna żyratora

Rozpatrywany układ przedstawiony jest na rys. 1. Układ ten w pracy [4] prezentowano jako żyrator idealny. Aby określić macierz admitancyjną tego czwórnika dogodnie jest zastosować metodę podaną przez Nathana [1, 3].



Rys. 1

Stosując metodę potencjałów węzłowych otrzymujemy:

$$\begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_1+G_5 & 0 & 0 & -G_1 & -G_5 & 0 \\ 0 & G_4+G_7 & 0 & 0 & 0 & -G_4 \\ 0 & 0 & G_2+G_6 & -G_2 & 0 & 0 \\ -G_1 & 0 & -G_2 & G_1+G_2 & 0 & 0 \\ -G_5 & 0 & 0 & 0 & G_5+G_3 & -G_3 \\ 0 & -G_4 & 0 & 0 & -G_3 & G_3+G_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \\ V_5 \\ V_6 \end{bmatrix} \tag{1}$$

Obecność w układzie wzmacniaczy operacyjnych wprowadza ograniczenia:

$$V_1 = V_3, \qquad V_2 = V_5,$$

poza tym węzły 4 i 6 stają się węzłami zależnymi [1].

Opis układu z ograniczeniami jest więc następujący:

$$\begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_1+G_5 & -G_5 & -G_1 & 0 \\ 0 & G_4+G_7 & 0 & -G_4 \\ G_2+G_6 & 0 & -G_2 & 0 \\ -G_5 & G_5+G_3 & 0 & -G_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_4 \\ V_6 \end{bmatrix} \tag{2}$$

Zapiszmy równanie (2) w postaci:

$$\begin{bmatrix} J_A \\ J_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{AA} & Y_{AB} \\ Y_{BA} & Y_{BB} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_A \\ V_B \end{bmatrix} \tag{3}$$

gdzie:

$$J_A = \begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \end{bmatrix}; \quad J_B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad V_A = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}; \quad V_B = \begin{bmatrix} V_4 \\ V_6 \end{bmatrix}$$

stąd

$$J_A = (Y_{AA} - Y_{AB}\, Y_{BB}^{-1}\, Y_{BA})\, V_A$$

macierz admitancyjna czwórnika

$$Y = Y_{AA} - Y_{AB}\, Y_{BB}^{-1}\, Y_{BA} \tag{4}$$

Korzystając z równania (2) i związku (4) otrzymujemy

$$Y = \begin{bmatrix} G_5 - \dfrac{G_1 G_6}{G_2} & -G_5 \\ \dfrac{G_4 G_5}{G_3} & G_7 - \dfrac{G_4 G_5}{G_3} \end{bmatrix} \tag{5}$$

Z równania (5) wynika, że rozważany układ będzie żyratorem idealnym w następujących dwu przypadkach:

a) $G_i = G \qquad i = 1,2,\ldots 7$

b) $G_1 = G_2, \quad G_3 = G_4, \quad G_5 = G_6 = G_7 = G$

c) $G_1 = G_3 = G_4 = G_5 = G_7, \quad G_2 = G_6;$

jego macierz admitancyjna jest wtedy równa:

$$Y = \begin{bmatrix} 0 & -G \\ G & 0 \end{bmatrix} \tag{6}$$

Zauważmy także, że jeśli

$$G_1 = G_2, \quad G_3 = G_4 \quad \text{oraz} \quad G_7 > G_5 > G_6$$

układ jest żyratorem pasywnym o niezerowych admitancjach wejściowych y_{11} i y_{22}.

W szczególności, gdy

$$G_5 = \frac{1}{2}(G_6 + G_7)$$

$$Y = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}(G_7 - G_6) & -G_5 \\ G_5 & \frac{1}{2}(G_7 - G_6) \end{bmatrix} \tag{7}$$

żyrator staje się czwrónikiem symetrycznym.

W praktyce przewodności poszczególnych oporników dobieramy z określoną tolerancją.

Niech

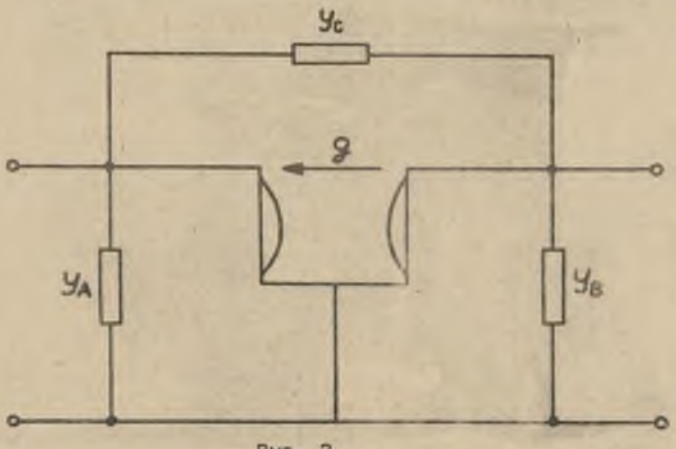
$$G_i = G \pm \Delta G = G(1 \pm \delta)$$
$$\delta = \frac{\Delta G}{G} \ll 1. \tag{8}$$

Biorąc pod uwagę "najgorszy przypadek" odchyleń wartości poszczególnych admitancji otrzymamy następujące oszacowanie parametrów macierzy (5):

$$\begin{aligned} -4\delta G &\leq y_{11} \leq 4\delta G \\ G(1-\delta) &\leq y_{12} \leq G(1+\delta) \\ G(1-3\delta) &\leq y_{21} \leq G(1-3\delta) \\ -4\delta G &\leq y_{22} \leq 4\delta G. \end{aligned} \tag{9}$$

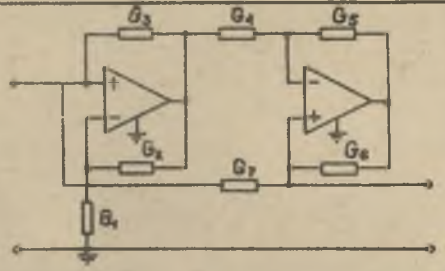
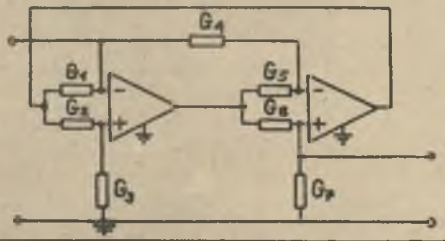
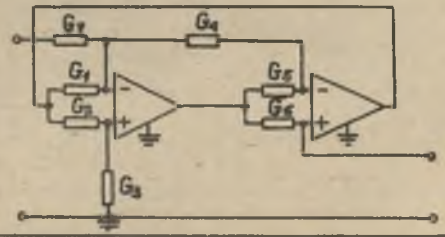
Parametry szacowano niezależnie, stąd podane granice należy uważać za wartości najbardziej pesymistyczne.

Schemat zastępczy układu odpowiadającego oszacowaniu (9) przedstawiono na rys.2.

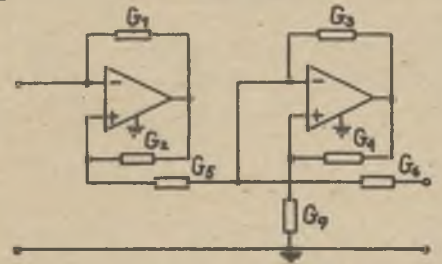
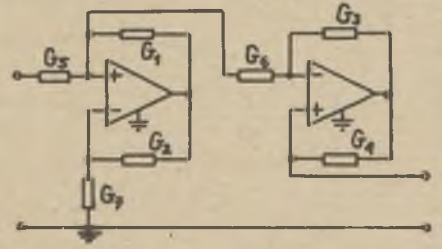
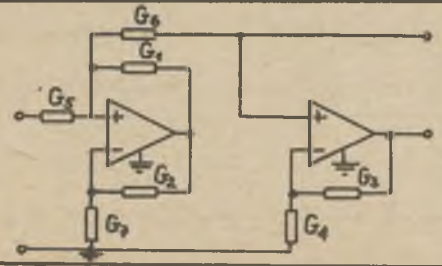


Rys. 2

Tablica 1

Lp.	Schemat żyratora	Macierz admitancyjna	
		$G_i \neq G_j \quad i,j = 1,2\ldots 7 \quad i \neq j$	$G_i = G \pm \Delta G = G(1 \pm \delta);\ \delta \ll 1$
I		$\begin{bmatrix} G_1 - \frac{G_4 G_3}{G_2} & -G_7 \\ \frac{G_4 G_5}{G_2 G_3}(G_1+G_2) - G_7 & G_7 - \frac{G_4 G_6}{G_5} \end{bmatrix}$	$-4\delta G \leq y_{11} \leq 4\delta G$ $G(1-\delta) \leq y_{12} \leq G(1+\delta)$ $G(1-11\delta) \leq y_{21} \leq G(1+10\delta)$ $-4\delta G \leq y_{22} \leq 4\delta G$
II		$\begin{bmatrix} G_2 - \frac{G_4 G_3}{G_2} & -G_4 \\ \frac{G_6}{G_3} G_4 & G_7 - \frac{G_4 G_6}{G_3} \end{bmatrix}$	$-4\delta G \leq y_{11} \leq 4\delta G$ $G(1-\delta) \leq y_{12} \leq G(1+\delta)$ $G(1-3\delta) \leq y_{21} \leq G(1+3\delta)$ $-4\delta G \leq y_{22} \leq 4\delta G$
III		$\begin{bmatrix} G_7\left(1 - \frac{G_2 G_5}{M}\right) & -\frac{G_2 G_4 G_5}{M} \\ \frac{G_2 G_4 G_6 G_7}{G_3 \cdot M} & \frac{G_4 G_6}{G_5}\left(\frac{G_1 G_4}{M} - 1\right) \end{bmatrix}$ $M = G_2(G_4 + G_7) - G_1 G_3$	$-4\delta G \leq y_{11} \leq 4\delta G$ $G(1-3\delta) \leq y_{12} \leq G(1+9\delta)$ $G(1-5\delta) \leq y_{21} \leq G(1+11\delta)$ $-6\delta G \leq y_{22} \leq 6\delta G$

cd. tablicy 1

Lp.	Schemat żyratora	Macierz admitancyjna	
		$G_i \neq G_j \quad i,j = 1,2 \ldots 7 \quad i \neq j$	$G_i = G(1 \pm \delta) \quad \delta \ll 1$
IV		$\begin{bmatrix} \frac{G_1 G_5}{G_2}\left(\frac{G_4 G_5}{M} - 1\right) & -\frac{G_1 G_4 G_5 G_6}{G_2 \cdot M} \\ \frac{G_4 G_5 G_6}{M} & G_6\left(\frac{G_4 G_6}{M} - 1\right) \end{bmatrix}$ $M = G_4(G_5 + G_6) - G_3 G_7$	$-4\delta G \leq y_{11} \leq 4\delta G$ $G(1-3\delta) \leq y_{12} \leq G(1+11\delta)$ $G(1-3\delta) \leq y_{21} \leq G(1+9\delta)$ $-4\delta G \leq y_{22} \leq 4\delta G$
V		$\begin{bmatrix} G_5\left(1 - \frac{G_2 G_5}{M}\right) & -\frac{G_2 G_5 G_6}{M} \\ \frac{G_2 G_4 G_5 G_6}{G_3 \cdot M} & G_6\left(\frac{G_2 G_4 G_5}{G_3 \cdot M} - \frac{G_4}{G_3}\right) \end{bmatrix}$ $M = G_2(G_5 + G_6) - G_1 G_7$	$-4\delta G \leq y_{11} \leq 4\delta G$ $G(1-3\delta) \leq y_{12} \leq G(1+9\delta)$ $G(1-5\delta) \leq y_{21} \leq G(1+11\delta)$ $-4\delta G \leq y_{22} \leq 4\delta G$
VI		$\begin{bmatrix} G_5\left(1 - \frac{G_2 G_5}{M}\right) & \frac{G_2 G_3 G_5 G_6}{G_4 \cdot M} \\ -\frac{G_2 G_5 G_6}{M} & G_6\left(\frac{G_2 G_3}{M} - \frac{G_3}{G_4}\right) \end{bmatrix}$ $M = G_2(G_5 + G_6) - G_4 G_7$	$-4\delta G \leq y_{11} \leq 4\delta G$ $G(1-5\delta) \leq y_{12} \leq G(1+11\delta)$ $G(1-3\delta) \leq y_{21} \leq G(1+9\delta)$ $-6\delta G \leq y_{22} \leq 6\delta G$

gdzie:

$$\begin{aligned} G(1-2\delta) &\leq g \leq G(1+2\delta) \\ -5\delta G &\leq y_A \leq 3\delta G \\ -5\delta G &\leq y_B \leq 5\delta G \\ -\delta G &\leq y_C \leq \delta G. \end{aligned} \tag{10}$$

Oszacowanie (9) pokazuje, że rozważany układ przy niekorzystnym doborze admitancji może być układem aktywnym i potencjalnie niestabilnym [9]. Powoduje to na ogół niestabilność całej struktury RC - żyrator (patrz przykład).

W tablicy 1 przedstawiono macierze admitancyjne kilku innych żyratorów. Wspólną cechą tych układów jest ta sama ilość wzmacniaczy operacyjnych i rezystorów. Układy te były prezentowane bądź cytowane jako żyratory idealne w następujących pracach: I - [4], [7]; II i III - [5]; IV, V - [1], [6]; VI - [6].

3. Wrażliwość parametrów żyratora

Rozważa się tu wrażliwość parametrów macierzy admitancyjnej żyratora na zmiany wartości użytych oporników. Wiąże się to z zagadnieniem wrażliwości charakterystyk filtrów bezindukcyjnych na zmiany parametrów jego elementów składowych [7, 8].

Jako miarę wrażliwości wielkości $y = f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ na zmiany parametru x_i przyjmuje się wyrażenie:

$$S^{y}_{x_i} = \frac{d \ln y}{d \ln x_i} = \frac{dy}{dx_i} \cdot \frac{x_i}{y}. \tag{11}$$

Wychodząc z określenia (11) wyliczono wrażliwości elementów macierzy (5), przyjmując założenia upraszczające $G_1 = G_2$, $G_3 = G_4$ w celu uzyskania większej przejrzystości wyników.

Rezultaty zestawiono w tablicy 2.

Tablica 2

y \ x_i	G_1	G_2	G_3	G_4	G_5	G_6	G_7
Y_{11}	$-\frac{G_6}{G_5-G_6}$	$\frac{G_6}{G_5-G_6}$	0	0	$\frac{G_5}{G_5-G_6}$	$-\frac{G_6}{G_5-G_6}$	0
Y_{12}	0	0	0	0	1	0	0
Y_{21}	0	0	-1	1	1	0	0
Y_{22}	0	0	$\frac{G_5}{G_7-G_5}$	$-\frac{G_5}{G_7-G_5}$	$-\frac{G_5}{G_7-G_5}$	0	$\frac{G_7}{G_7-G_5}$

Tablica 3

Lp.	x_i \ y	G_1	G_2	G_3	G_4	G_5	G_6	G_7	Uwagi
I	y_{11}	$-\frac{G_3}{G_7 - G_3}$	$\frac{G_3}{G_7 - G_3}$	$-\frac{G_3}{G_7 - G_3}$	0	0	0	$\frac{G_7}{G_7 - G_3}$	$G_1 = G_2$ $G_4 = G_7$ $G_5 = G_6$ $G_7 > G_3$
	y_{12}	0	0	0	0	0	0	1	
	y_{21}	1	-1	0	2	-2	2	-1	
	y_{22}	0	0	0	0	0	0	0	
II	y_{11}	$-\frac{G_3}{G_2 - G_3}$	$\frac{G_2 + G_3}{G_2 - G_3}$	$-\frac{G_3}{G_2 - G_3}$	0	0	0	0	$G_1 = G_2$ $G_5 = G_6$ $G_2 > G_3$ $G_7 > G_4$
	y_{12}	0	0	0	1	0	0	0	
	y_{21}	0	0	0	1	-1	1	0	
	y_{22}	0	0	0	$-\frac{G_4}{G_7 - G_4}$	$\frac{G_4}{G_7 - G_4}$	$-\frac{G_4}{G_7 - G_4}$	$\frac{G_7}{G_7 - G_4}$	
III	y_{11}	$\frac{-G_3 G_7}{(G_4 - G_3)(G_4 + G_7 - G_3)}$	$\frac{G_3 G_7}{(G_4 - G_3)(G_4 + G_7 - G_3)}$	$\frac{-G_3 G_7}{(G_4 - G_3)(G_4 + G_7 - G_3)}$	$\frac{G_4 G_7}{(G_4 - G_3)(G_4 + G_7 - G_3)}$	0	0	$\frac{G_4 - G_3}{G_4 + G_7 - G_3}$	$G_1 = G_2$ $G_5 = G_6$ $G_4 > G_3 > G_7$
	y_{12}	$\frac{G_3}{G_4 + G_7 - G_3}$	$\frac{-G_3}{G_4 + G_7 - G_3}$	$\frac{G_3}{G_4 + G_7 - G_3}$	$\frac{G_7 - G_3}{G_4 + G_7 - G_3}$	0	0	$\frac{G_4 - G_3}{G_4 + G_7 - G_3}$	
	y_{21}	$\frac{G_3}{G_4 + G_7 - G_3}$	$\frac{-G_3}{G_4 + G_7 - G_3}$	$\frac{G_3}{G_4 + G_7 - G_3}$	$\frac{G_7 - G_3}{G_4 + G_7 - G_3}$	1	-1	$\frac{G_4 - G_3}{G_4 + G_7 - G_3}$	
	y_{22}	$\frac{G_4(G_4 + G_7)}{(G_4 + G_7 - G_3)(G_7 - G_3)}$	$\frac{-G_4(G_4 + G_7)}{(G_4 + G_7 - G_3)(G_7 - G_3)}$	$\frac{-G_3 G_4}{(G_4 + G_7 - G_3)(G_7 - G_3)}$	$\frac{G_7 - G_3}{G_4 + G_7 - G_3}$	1	-1	$\frac{G_4 G_7}{(G_7 - G_3)(G_4 + G_7 - G_3)}$	

cd. tablicy 3

Lp.	y \ x_1	G_1	G_2	G_3	G_4	G_5	G_6	G_7	Uwagi
IV	Y_{11}	1	-1	0	0	$\frac{G_6 - G_7}{G_5 + G_6 - G_7}$	$\frac{G_5 G_6}{(G_5+G_6-G_7)(G_6-G_7)}$	$\frac{-G_5 G_6}{(G_5+G_6-G_7)(G_6-G_7)}$	$G_1 = G_2$
	Y_{12}	1	-1	$\frac{G_7}{G_5 + G_6 - G_7}$	$\frac{-G_7}{G_5 + G_6 - G_7}$	$\frac{G_6 - G_7}{G_5 + G_6 - G_7}$	$\frac{G_5 - G_7}{G_5 + G_6 - G_7}$	$\frac{G_7}{G_5 + G_6 - G_7}$	$G_3 = G_4$
	Y_{21}	0	0	$\frac{G_7}{G_5 + G_6 - G_7}$	$\frac{-G_7}{G_5 + G_6 - G_7}$	$\frac{G_6 - G_7}{G_5 + G_6 - G_7}$	$\frac{G_5 - G_7}{G_5 + G_6 - G_7}$	$\frac{G_7}{G_5 + G_6 - G_7}$	$G_7 > G_5, G_6$
	Y_{22}	0	0	$\frac{G_6 G_7}{(G_5+G_6-G_7)(G_7-G_5)}$	$\frac{-G_6 G_7}{(G_5+G_6-G_7)(G_7-G_5)}$	$\frac{-G_5 G_6}{(G_5+G_6-G_7)(G_7-G_5)}$	$\frac{G_5 - G_7}{(G_5+G_6-G_7)(G_7-G_5)}$	$\frac{G_5 G_7}{(G_5+G_6-G_7)(G_7-G_5)}$	
V	Y_{11}	$\frac{-G_5 G_7}{(G_5+G_6-G_7)(G_6-G_7)}$	$\frac{G_5 G_7}{(G_5+G_6-G_7)(G_6-G_7)}$	0	0	$\frac{G_6 - G_7}{G_5 + G_6 - G_7}$	$\frac{G_5 G_6}{(G_5+G_6-G_7)(G_6-G_7)}$	$\frac{-G_5 G_7}{(G_5+G_6-G_7)(G_6-G_7)}$	$G_1 = G_2$
	Y_{12}	$\frac{G_7}{G_5 + G_6 - G_7}$	$\frac{-G_7}{G_5 + G_6 - G_7}$	0	0	$\frac{G_6 - G_7}{G_5 + G_6 - G_7}$	$\frac{G_5 - G_7}{G_5 + G_6 - G_7}$	$\frac{G_7}{G_5 + G_6 - G_7}$	$G_3 = G_4$
	Y_{21}	$\frac{G_7}{G_5 + G_6 - G_7}$	$\frac{-G_7}{G_5 + G_6 - G_7}$	-1	1	$\frac{G_6 - G_7}{G_5 + G_6 - G_7}$	$\frac{G_5 - G_7}{G_5 + G_6 - G_7}$	$\frac{G_7}{G_5 + G_6 - G_7}$	$G_6 > G_7 > G_5$
	Y_{22}	$\frac{G_6 G_7}{(G_5+G_6-G_7)(G_7-G_5)}$	$\frac{-G_6 G_7}{(G_5+G_6-G_7)(G_7-G_5)}$	-1	1	$\frac{-G_5 G_6}{(G_5+G_6-G_7)(G_7-G_5)}$	$\frac{G_5 - G_6}{G_5 + G_6 - G_7}$	$\frac{G_6 G_7}{(G_5+G_6-G_7)(G_7-G_5)}$	
VI	Y_{11}	$\frac{-G_5 G_7}{(G_5+G_6-G_7)(G_6-G_7)}$	$\frac{G_5 G_7}{(G_5+G_6-G_7)(G_6-G_7)}$	0	0	$\frac{G_6 - G_7}{G_5 + G_6 - G_7}$	$\frac{G_5 G_6}{(G_5+G_6-G_7)(G_6-G_7)}$	$\frac{-G_5 G_7}{(G_5+G_6-G_7)(G_6-G_7)}$	$G_1 = G_2$
	Y_{12}	$\frac{G_7}{G_5 + G_6 - G_7}$	$\frac{-G_7}{G_5 + G_6 - G_7}$	1	-1	$\frac{G_6 - G_7}{G_5 + G_6 - G_7}$	$\frac{G_5 - G_7}{G_5 + G_6 - G_7}$	$\frac{G_7}{G_5 + G_6 - G_7}$	$G_3 = G_4$ $G_6 > G_7$
	Y_{21}	$\frac{G_7}{G_5 + G_6 - G_7}$	$\frac{-G_7}{G_5 + G_6 - G_7}$	0	0	$\frac{G_6 - G_7}{G_5 + G_6 - G_7}$	$\frac{G_5 - G_7}{G_5 + G_6 - G_7}$	$\frac{G_7}{G_5 + G_6 - G_7}$	
	Y_{22}	$\frac{G_3 G_7}{(G_5+G_6-G_7) \cdot m}$	$\frac{-G_3 G_7}{(G_5+G_6-G_7) \cdot m}$	1	$\frac{G_5 + G_6 - G_7}{m}$	$\frac{-G_3 G_5}{(G_5+G_6-G_7) \cdot m}$	$\frac{G_3(G_5-G_7)+G_7-G_5-G_6}{(G_5+G_6-G_7) \cdot m}$	$\frac{G_3 G_7}{(G_5+G_6-G_7) \cdot m}$	$G_3-G_5 > G_6-G_7$ $m = G_3+G_7-$ $-G_6-G_5$

Dla "najgorszego przypadku" rozkładu odchyleń wartości elementów wrażliwości $S_{x_i}^{y_{11}}$ i $S_{x_i}^{y_{22}}$ będą zawarte w przedziale:

$$\left\langle -\frac{1-\delta}{4\delta},\quad \frac{1+\delta}{4\delta} \right\rangle$$

Z porównania macierzy (5) i (7) oraz rezultatów zawartych w tablicy 2 wynika, że chcąc aby parametry pasożytnicze y_{11} i y_{22} były małe, musimy jednocześnię liczyć się z ich dużą wrażliwością na zmiany admitancji G_1, G_2, G_5, G_6. Użyte oporniki winny odznaczać się dużą stabilnością temperaturową i czasową.

Sumaryczna wrażliwość parametru y_{21} zawarta jest w granicach (1-3) i można ją zminimalizować przez odpowiedni dobór charakterystyk zmian admitancji G_3, G_4, G_5 (np. równomierny wzrost).

W tablicy 3 podano wrażliwości pozostałych układów. Przedstawione w nich wyniki pozwalają oszacować poszczególne wrażliwości, a także określić, które z elementów biernych mogą wpływać w decydujący sposób na zmiany parametrów żyratorów.

4. Uwagi o stabilności

Zauważmy, że układ z rys. 1 zbudowany jest zasadniczo z dwóch konwerterów ujemno-impedancyjnych. Konwertery charakteryzują się stabilnością zwarciową i rozwarciową (SZ, SR). Aby układ był stabilny, konieczne jest określenie odpowiednich zasad orientacji tych elementów aktywnych. Zasady te w odniesieniu do rozważanego układu podane są w pracy [1]. Tutaj podamy sposób łączenia konwerterów w układach IV, V, VI. Układy I, II, III nie będą rozważane ze względu na odmienność struktury, zresztą pewne uwagi na temat ich stabilności można znaleźć w pracy [5].

Rozważmy układ IV. Stanowi on realizację kaskadowego połączenia konwertera ujemno-impedancyjnego z inwersją prądu (CNIC) i inwertera ujemno-impedancyjnego (NIV) - rys. 3a,b.

Obliczmy impedancję Z_{bd} w przypadku obciążenia wejść układu impedancjami Z_1 i Z_2

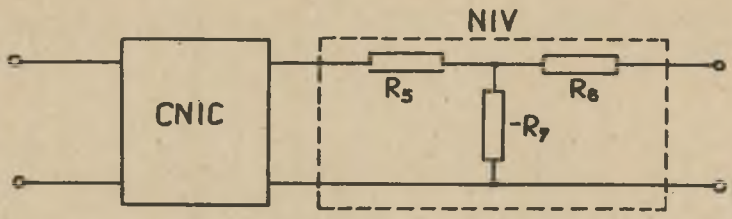
$$Z_{bd} = R_5 - \frac{(R_6+Z_2)R_7}{R_6-R_7+Z_2}.$$

Jeżeli moduł Z_2 zmienia się w przedziale $(0,\infty)$, to moduł Z_{bd} należy do przedziału $(\infty, 0)$, przy czym dla uproszczenia zakładamy $R_5 = R_6 = R_7 = R$. Wynika stąd, że gdy:

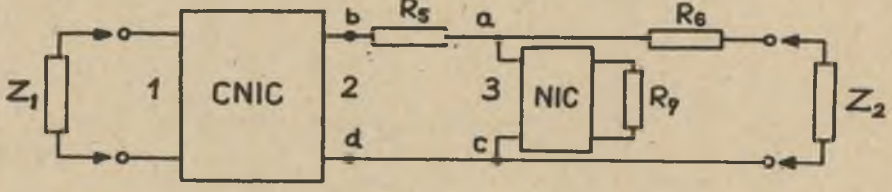
$|Z_2| \to 0$ wejście 2 pierwszego konwertera musi być SR,

a ponieważ wejście 1 jest wtedy SZ, więc $|Z_1| \to 0$

a)



b)



Rys. 3a,b

lub jeśli:

$$|Z_2| \to \infty \qquad \text{to wejście 2 SZ}$$

i

$$|Z_1| \to \infty \qquad \text{bo wejście 1 SR}$$

Analizując admitancję Y_{ac}, zbadamy orientację drugiego konwertera. W tym przypadku warunki stabilności są następujące [6]:

a) jeśli wejście 3 SZ $|Y_{ac}| > \frac{1}{R_7}$

$$\left|\frac{1}{R_5 - Z_1} + \frac{1}{R_6 + Z_2}\right| > \frac{1}{R_7}$$

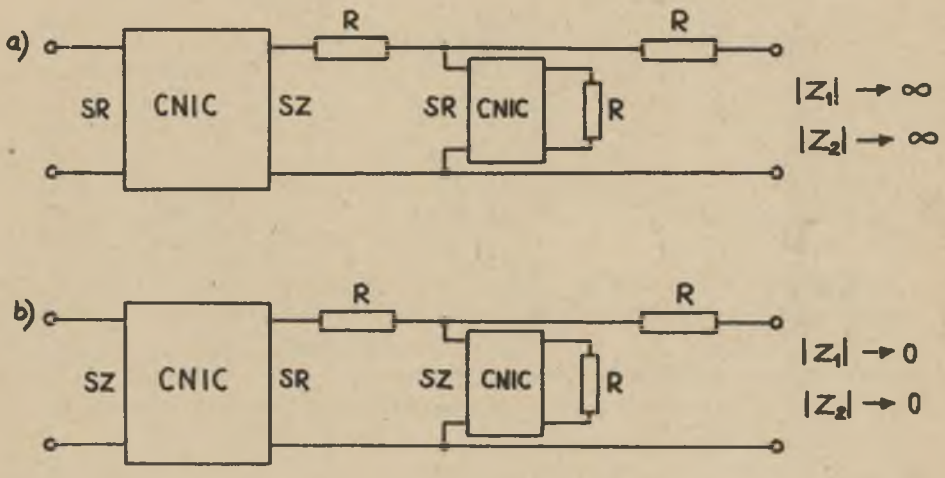
jest to spełnione na pewno, gdy: $|Z_1| \to 0$, $|Z_2| \to 0$

b) jeśli wejście 3 SR $|Y_{ac}| < \frac{1}{R_7}$

$$\left|\frac{1}{R_5 - Z_1} + \frac{1}{R_6 + Z_2}\right| < \frac{1}{R_7}$$

zachodzi, gdy: $|Z_1| \to \infty$, $|Z_2| \to \infty$

Możliwe są zatem dwa przypadki stabilnych struktur, przedstawione na rys. 4a,b.



Rys. 4a,b

Schemat układu IV w tablicy 2 odpowiada przypadkowi a.

Układ V stanowi realizację tej samej idei, ale z przeciwnym kierunkiem żyracji i orientacją jak w przypadku b.

W układzie VI zastosowano konwerter z inwersją napięcia (VNIC). Możliwa jest tu tylko jedna orientacja, gdyż VNIC, realizowany na wzmacniaczu operacyjnym, nie posiada struktury trójnikowej [6]. Układ podany w tabeli powinien poprawnie pracować, gdy:

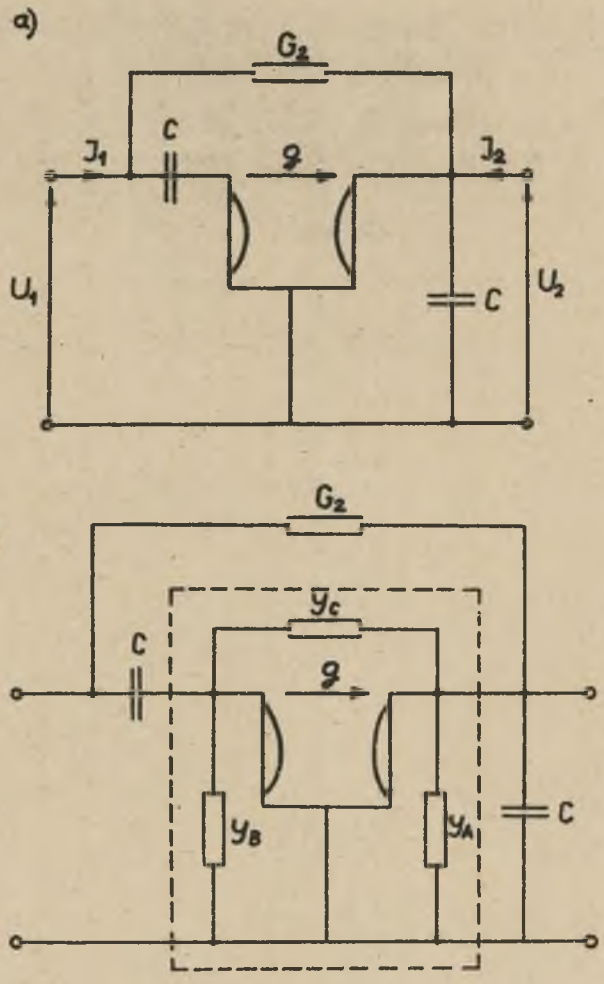
$$|Z_1| \to 0 \qquad |Z_2| \to 0$$

5. Przykład

Rozważmy w oparciu o model filtru pasmowego, realizującego parę biegunów sprzężonych (rys. 5a), wpływ oszacowanych poprzednio własności żyratora rzeczywistego.

Transmitancja filtru

$$H(s) = \left.\frac{U_2}{U_1}\right|_{J_2=0} = \frac{\frac{G_2+g}{C}s}{s^2 + \frac{G_2}{C}s + \frac{p_2^2}{C^2}} = \frac{H_o \alpha \omega_o s}{s^2 + \alpha\omega_o s + \omega_o^2}$$



Rys. 5a,b

Filtr posiada następujące parametry:

- pulsacja rezonansowa:

$$\omega_o = \frac{g}{C} = \frac{1}{rC},$$

- dobroć:

$$Q = \frac{1}{\alpha} = \frac{g}{G_2} = \frac{R_2}{r}$$

- wzmocnienie:

$$H_o = |H(j\omega_o)| = \frac{G_2+g}{G_2} = \frac{R_2+r}{r}$$

Uwzględniając schemat zastępczy żyratora rzeczywistego (rys. 2) otrzymujemy układ podany na rys. 5b. Jego transmitancja

$$H_{rz}(s) = \frac{s\,\frac{G_2+g+y_c}{C} + \frac{G_2(y_B+y_c)}{C^2}}{s^2 + s\,\frac{G_2+y_A+y_B+2y_C}{C} + \frac{g^2+(y_B+y_C)G_2+(y_A+y_B)y_C+y_Ay_B}{C^2}} = \frac{L(s)}{M(s)}$$

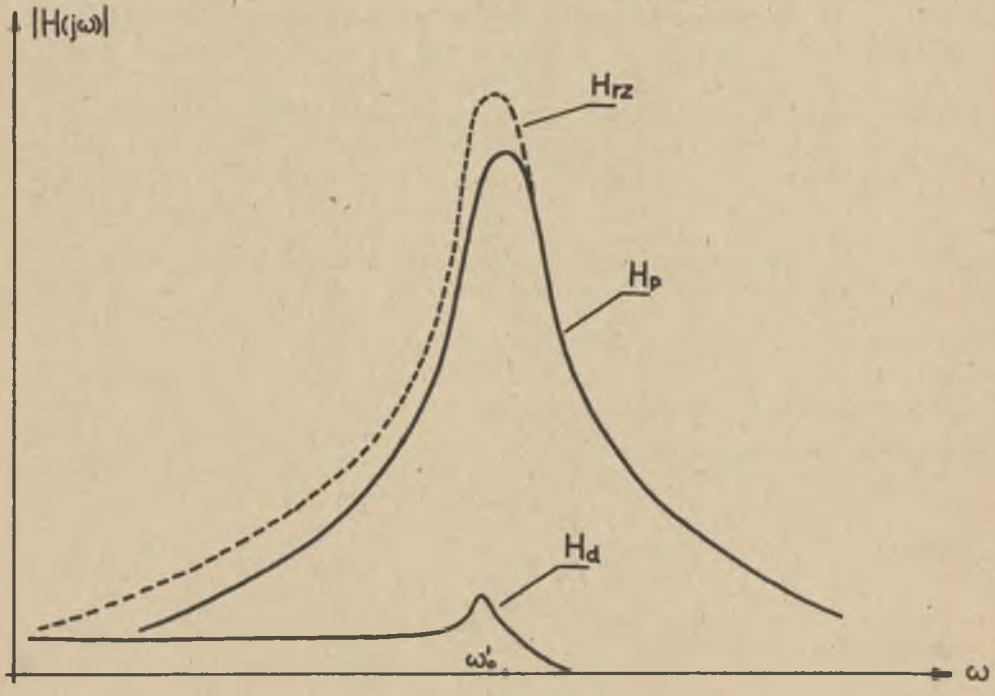
jest sumą transmitancji pasmowej i dolnoprzepustowej:

$$H_{rz}(s) = H_p(s) + H_d(s)$$

gdzie:

$$H_p(s) = \frac{s\,\frac{G_2+g+y_c}{C}}{M(s)} = \frac{H'_o\alpha'\omega'_o s}{s^2+\alpha'\omega'_o s+\omega'^2_o}$$

$$H_d(s) = \frac{\frac{G_2(y_B+y_C)}{C^2}}{M(s)} = \frac{H''_o\omega'^2_o}{s^2+\alpha'\omega'_o s+\omega'^2_o}$$



Rys. 6

Pojawienie się składnika dolnoprzepustowego może powodować pogorszenie własności filtru w zakresie małych częstotliwości (rys. 6). Zauważmy, że zmieniły się dobroć i pulsacja rezonansowa.

Aby ocenić te zmiany, weźmy pod uwagę górne wartości oszacowania (10) parametrów schematu zastępczego żaratora. Otrzymamy stąd następujące oszacowania parametrów filtru:

a) dla wartości górnych:

$$\omega'_{01} \approx \frac{G}{C}(1+2\delta) = \omega_0(1+2\delta)$$

$$Q'_1 \approx \frac{G}{G_2}\,\frac{1+2\delta}{1+10\delta} \approx Q(1-8\delta)$$

$$H'_{01} \approx \frac{G_2+G(1+3\delta)}{G_2+10\delta G} = \frac{1+Q(1+3\delta)}{1+10\delta Q}$$

$$H''_{01} \approx \frac{G_2 6\delta G}{G^2(1+4\delta)+G_2 6\delta G} = \frac{6\delta}{Q(1+4\delta)+6\delta}$$

b) dla wartości dolnych:

$$\omega'_{02} \approx \frac{G}{C}(1-2\delta) = \omega_0(1-2\delta)$$

$$Q'_2 \approx \frac{G}{G_2}\,\frac{1-2\delta}{1-12\delta} \approx Q(1+10\delta)$$

$$H'_{02} \approx \left|\frac{G_2+G(1-3\delta)}{G_2-12\delta G}\right| = \left|\frac{1+Q(1-3\delta)}{1-12\delta Q}\right|$$

$$H''_{02} \approx \left|-\frac{G_2 6\delta G}{G^2(1-4\delta)-G_2 6\delta G}\right| = \left|-\frac{6\delta}{Q(1-4\delta)-6\delta}\right|$$

Zauważmy, że jeśli $\delta > \frac{1}{12} = 0{,}083$ to $Q'_2 = \frac{1}{\alpha'_2} < 0$ - układ staje się niestabilny. Na przykład, jeśli przyjmiemy dla modelu teoretycznego filtru następujące parametry:

$R_2 = \frac{1}{G_2} = 50\ k\Omega$ $\qquad$ $\omega_0 = 1000$ rad/s

$r = \frac{1}{g} = \frac{1}{G} = 1\ k\Omega$ $\qquad$ $Q = 50$

$C = 1\ \mu F$ $\qquad$ $H_0 = 51$

to przy założeniu, że do wykonania żyratora zastosowano oporniki o wartościach nominalnych 1 kΩ, wykonane z tolerancją 1% (δ = 0,01), można spodziewać się przy stabilnej pracy filtru następujących rezultatów

$$980 \text{ rad/s} \leq \omega_0 \leq 1020 \text{ rad/s}$$

$$46 \leq Q \leq 55$$

$$H_0' \geq 8{,}75$$

$$H_0'' \approx 0{,}001$$

Jak z tego widać, pogorszenie charakterystyki przenoszenia w zakresie małych częstotliwości można w tym przypadku zaniedbać.

6. Zakończenie

Podane wyniki mogą być użyteczne przy projektowaniu żyratorów, a także przy ocenie własności bezindukcyjnych filtrów aktywnych. Uwzględnienie w dalszej kolejności własności rzeczywistych wzmacniaczy operacyjnych winno pozwolić na jeszcze lepsze poznanie własności przedstawionych układów.

LITERATURA

[1] Mitra S.K.: Analiza i synteza układów aktywnych liniowych, WNT, Warszawa 1974.

[2] Su K.L.: Teoria układów aktywnych, WNT, Warszawa 1969.

[3] Nathan A.: Matrix analysis of networks having infinite gain operational amplifiers. Proc. JEEE October 1961.

[4] Deboo G.J.: Application of a gyrator - type circuit to realize underground inductors. JEEE Trans. on Circuit Theory, March 1967.

[5] Antonion A.: 3-terminal gyrator circuits using operational amplifiers. Electronics Letters, vol. 4, no 26 December 1968.

[6] Marchais J.C.: L'amplificateur operationnel et ses applications. Masson et Cie, Editeurs, Paris 1971 (wyd. ros. 1974).

[7] Huelsman L.P.: Active filters; Lumped, Distributed, Integrated, Digital, and Parametric. McGraw-Hill New York 1970 (wyd. ros. 1972).

[8] Geher K.: Teoria tolerancji i wrażliwości układów elektronicznych, WNT, Warszawa 1976.

[9] Kudrewicz J., Osiowski J.: Wybrane zagadnienia teorii obwodów. Wyd. Politechniki Warszawskiej, Warszawa 1974.

Przyjęto do druku w marcu 1977 r.

СВОЙСТВА НЕКОТОРЫХ ГИРАТОРОВ РЕАЛИЗУЕМЫХ С ПОМОЩЬЮ ДВУХ ОПЕРАЦИОННЫХ УСИЛИТЕЛЕЙ

Р е з ю м е

В статье представлено свойства матрицы проводимостей нескольких знакомых гираторов построенных из двух операционных усилителей и сопротивлений. Рассматривается тоже чувствительность элементов этой матрицы к изменениям сопротивлений. Знание изменений параметров гиратора очень важно при определению свойств активных РС-цепей. В конце статьи рассмотрено устойчивость некоторых с гираторных цепей и представлено пример оценки влияния параметров действительного гиратора к своиствам активного фильтра.

THE PROPERTIES OF SOME OF THE GYRATORS REALIZED WITH THE AID OF TWO OPERATIONAL AMPLIFIERS

S u m m a r y

The article presents the admittance matrix properties of some of the gyrators built of two operational amplifiers and resistors. Sensitivity of matrix elements on the change of resistors values is considered too.

The acquaintance with the change of gyrator parameters is very important by the definition of active RC filters properties. At the end some remarks were made about the stability of some of presented circuits and the example of estimation of real gyrator parameters influence on the properties of inductorless filters was presented.