

Jadwiga RUMATOWSKA

ANALIZA OBWODU RC O ZMIENNEJ W CZASIE POJEMNOŚCI
METODĄ SYMULACJI CYFROWEJ

Streszczenie. W pracy rozważa się zagadnienie analizy obwodów RC z okresowo zmienną pojemnością. Wyznaczono przebiegi napięcia wyjściowego w obwodzie szeregowym RC. Wyniki uzyskano drogą symulacji cyfrowej.

1. Wprowadzenie

Wyznaczanie przebiegów w obwodach elektrycznych o zmiennych w czasie parametrach, zwanych niekiedy w literaturze obwodami parametrycznymi, związane jest na ogół z rozwiązywaniem równań różniczkowych o zmiennych współczynnikach.

Znane z teorii równań różniczkowych rozwiązanie tego rodzaju nie jest dogodnie w analizie obwodów. Ta dziedzina elektrotechniki teoretycznej nie doczekała się jeszcze ogólnego ujęcia.

Można zauważyć, że większość autorów zajmujących się problematyką obwodów parametrycznych poddaje analizie określony, konkretny obwód, stosując wybraną przez siebie i dogodną w danych warunkach metodę analizy, jak np. metodę przekształcenia Fouriera czy Mellina.

Próby całościowego ujęcia zagadnienia analizy obwodów z parametrami zmiennymi w czasie prowadzą (po żmudnych przekształceniach) do podania jedynie przybliżonego rozwiązania.

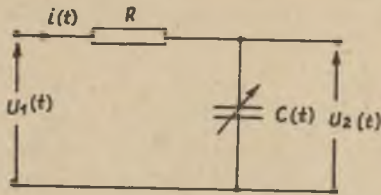
Mając na uwadze duże trudności, jakie napotyka się przy rozwiązywaniu wspomnianych obwodów metodami analitycznymi, wydaje się celowe wykorzystanie do tego celu maszyn cyfrowych.

2. Opis matematyczny badanego obwodu

Przedmiotem analizy jest obwód szeregowy RC(t) w warunkach ustalonego wymuszenia o przebiegu sinusoidalnym, przedstawiony na rys. 1.

Równanie równowagi napięciowej obwodu ma postać:

$$Ri(t) + u_2(t) = u_1(t). \quad (2.1)$$



Rys. 1

Biorąc pod uwagę, że:

$$i(t) = \frac{d}{dt} [C(t)u_2(t)] \quad (2.2)$$

równanie (2.1) można przedstawić w postaci:

$$\dot{u}_2(t) + \frac{\dot{RC}(t) + 1}{RC(t)} u_2(t) = \frac{1}{RC(t)} u_1(t). \quad (2.3)$$

Zakładając

$$u_1(t) = U_{1m} \sin \omega t$$

$$C(t) = C_0 + C_m \sin \Omega t \quad (2.4)$$

otrzymamy:

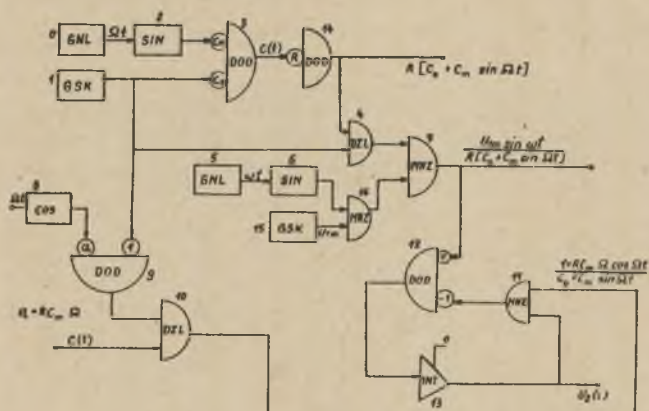
$$\dot{u}_2(t) + \frac{RC \Omega \cos \Omega t + 1}{R(C_0 + C_m \sin \Omega t)} u_2(t) = \frac{U_{1m} \sin \omega t}{R(C_0 + C_m \sin \Omega t)} \quad (2.5)$$

W celu wyznaczenia przebiegu $u_2(t)$ zastosowano metodę symulacji cyfrowej.

3. Cyfrowy model symulacyjny

W badaniach posłużono się językiem symulacyjnym CEMMA (Cyfrowe Modelowanie Maszyny Analogowej). Za pomocą tego języka można modelować obwody opisywane równaniami różniczkowymi z dowolnym typem wymuszeń. Program w języku CEMMA układa się na podstawie schematu strukturalnego rozpatrywanego obwodu, na którym wyszczególnione są elementy symulowanego obwodu oraz rodzaje ich połączeń z podaniem warunków początkowych i wartości liczbowych parametrów.

Schemat strukturalny rozpatrywanego obwodu $RC(t)$ przedstawiono na rysunku 2.



Rys. 2

Program w języku CEMMA K_1 , napisany na podstawie powyższego schematu strukturalnego, przedstawia się następująco:

```

10  0  20  0  2  :
0   GNL  =0  P2  :
1   GSK  =0  =1  :
2   SIN  0   :
3   DOD  2   P3  1  P4
4   DZL  1   14  :
5   GNL  =0  P1  :
6   SIN  5   :
7   MNZ  6   4   :
8   COS  0   :
9   DOD  8   P6  1  =1
10  DZL  9   14  :
11  MNZ  13  10  :
12  DOD  7   =1  11  =-1  :
13  INT  12  :
14  DOD  3   P5  :
    
```

```

METODA TRAPEZOW  :
ZEGAR  =100  =0.1  =0.5  =0.5  =0.5  :
RYSUNEK 0 + 13  =-0.3  =0.3  :
GRAFIK  :
PARAMETRY  P1 =
P2=        P3 =0.5  P4 = 1
P5=5       P6 =
TYTUŁ
OMEGA =
ZMIANA  :
KONIEC  :
    
```

4. Przykład

Badania symulacyjne obwodu z rys. 1 zostały przeprowadzone na minikomputerze K202, przy użyciu języka symulacyjnego CEMMA K₁ (realizacja wersji CEMMA na maszynie K202), dla następujących danych liczbowych:

$$\begin{aligned} C_0 &= 1 \\ C_m &= 0,5 \\ U_{1m} &= 1 & R &= 5 \\ \omega_1 &= \Omega = 0,314 \\ \omega_2 &= \sqrt{10} \Omega \\ \omega_3 &= \sqrt{30} \Omega \\ \omega_4 &= \sqrt{50} \Omega \\ \omega_5 &= \sqrt{10} \Omega = 3,14, \end{aligned}$$

gdzie:

ω - pulsacja zmian napięcia zasilającego,

Ω - pulsacja zmian parametru $C(t)$.

Przyjęte wartości liczbowe zapewniają spełnienie warunku rozwiązania stabilnego

$$\frac{RC_m \Omega \cos \Omega t + 1}{R(C_0 + C_m \sin \Omega t)} > 0, \quad (4.1)$$

stąd:

$$|RC_m \Omega| < 1 \quad (4.2)$$

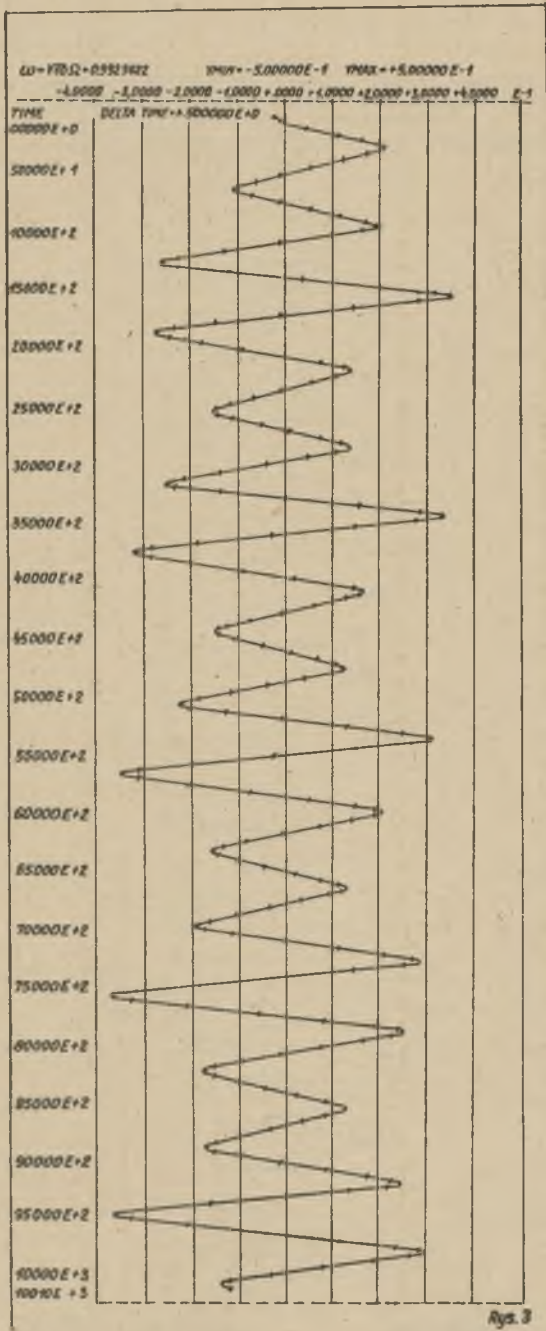
Pojemność $C(t)$ zmienia się w sposób sinusoidalny ze stałą pulsacją $\Omega = 0,314 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$

$$C(t) = 1 + 0,5 \sin 0,314 t \quad (4.3)$$

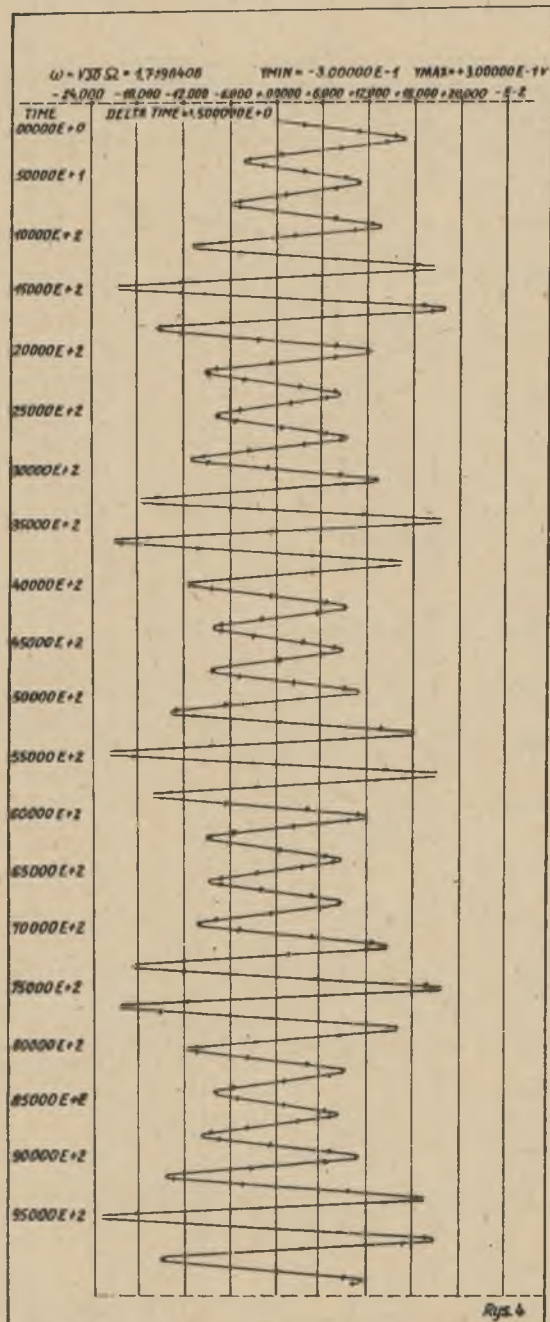
Napięcie zasilające jest również funkcją sinusoidalną

$$u_1(t) = \sin \omega t. \quad (4.4)$$

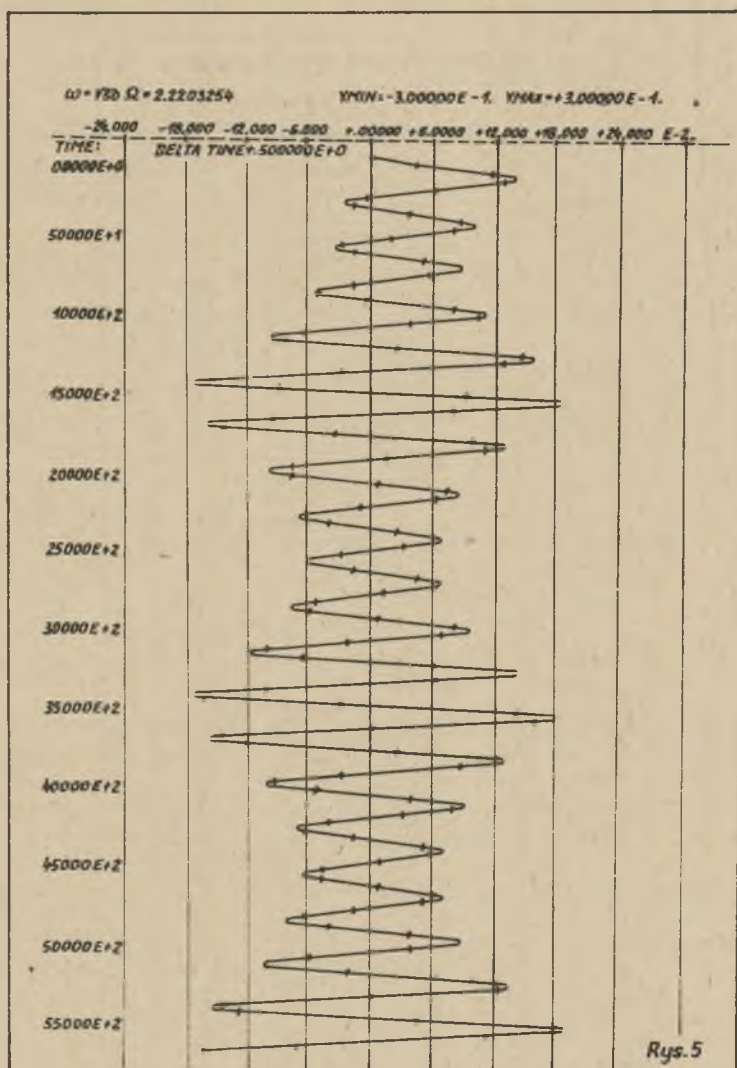
Przebiegi napięcia wyjściowego $u_2(t)$, stanowiącego rozwiązanie równania różniczkowego (2.1), podane są w postaci wykresów na rys. 3-6.



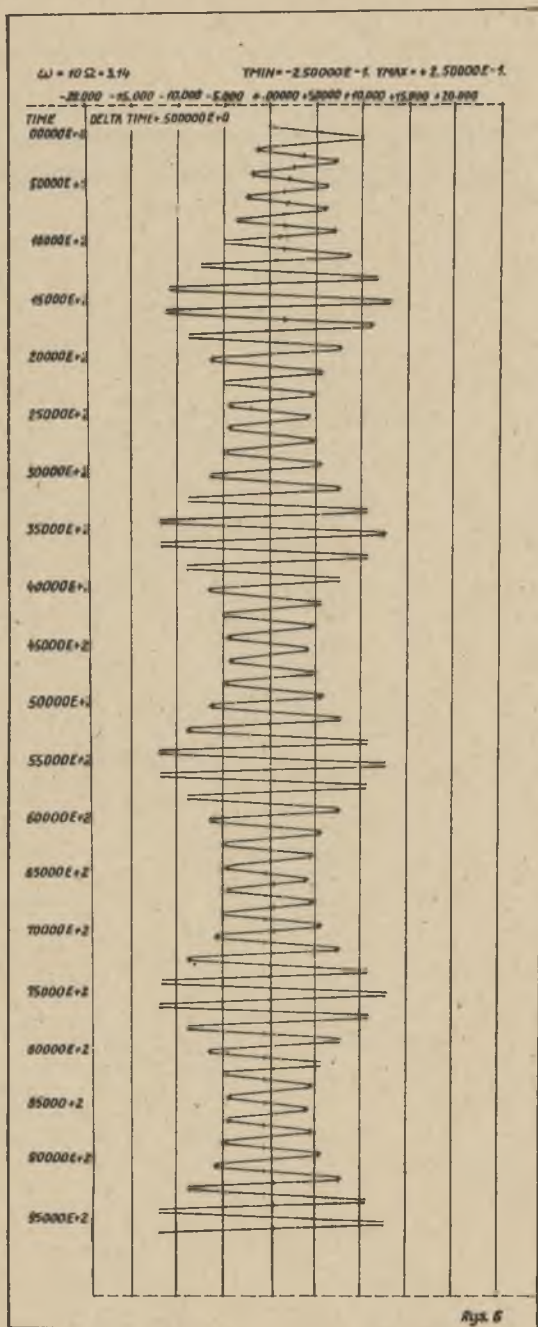
Rys. 3



Rys. 4



Rys. 5



Rys. 6

5. Wnioski i uwagi

W wyniku przeprowadzonych badań nasuwają się następujące wnioski i uwagi:

1. Przebieg napięcia wyjściowego $u_2(t)$ może być okresowy lub prawie okresowy. Zależy to od wzajemnego stosunku pulsacji napięcia $u_2(t)$ do pulsacji zmian parametru $C(t)$.

2. Przebieg okresowy napięcia $u_2(t)$ uzyskuje się w przypadku, gdy stosunek pulsacji $\frac{\Delta u_2}{u_2}$ jest liczbą całkowitą.

3. Dla niewspółmiernego stosunku $\frac{\Delta u_2}{u_2}$ przebieg napięcia $u_2(t)$ jest przebiegiem prawie okresowym.

Obwód $RC(t)$, zasilany napięciem sinusoidalnym o pulsacji będącej całkowitą wielokrotnością pulsacji Ω (sinusoidalnych zmian pojemności), można traktować jako układ modulujący sygnał nośny $u_1(t)$. Uzyskane na wyjściu napięcie $u_2(t)$ posiada okresowo zmienną obwiednię o pulsacji odpowiadającej pulsacji pojemności $C(t)$.

Istnieje więc bezpośrednia możliwość oddziaływania na kształt sygnału wyjściowego $u_2(t)$ poprzez zmianę pulsacji.

LITERATURA

- [1] Niedźwiecki M.: Wyznaczanie przebiegów ustalonych w sieci parametrycznej zawierającej elementy zmienne okresowo, Arch. Elektrotechniki, z. 4, 1965.
- [2] Orłowski J., Hawryluk: Modelowanie cyfrowe, WNT, Warszawa 1971.
- [3] Rumatowska J.: Przebiegi posiadające obwiednie, Zeszyty Naukowe Pol. Śląskiej, Elektryka z. 29, 1971.
- [4] Rumatowska J.: Drgania w obwodach RC o parametrach zmiennych w czasie przy wymuszeniu prawie okresowym, praca doktorska, Politechnika Poznańska 1974.
- [5] System K202 - CEMMA K_1 , instrukcja.

Przyjęto do druku w marcu 1977 r.

ИССЛЕДОВАНИЕ ЦЕПИ RC С ИЗМЕНЯЮЩЕЙСЯ ЁМКОСТЬЮ МЕТОДОМ ЦИФРОВОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Р е з ю м е

В работе рассматриваются проблемы анализа цепей RC с периодически изменяющейся ёмкостью. Определено выходное напряжение последовательной цепи RC. Результаты получены методами цифрового моделирования.

ANALYSIS OF RC NETWORK CONTAINING TIME VARYING CAPACITANCE
BY MEANS OF THE DIGITAL SIMULATION

S u m m a r y

The analysis of problems of RC networks containing periodically time varying capacitances are considered in the paper. Output voltage function in a series RC circuit has been evaluated. The results have been obtained by means of digital simulation.