MATEMATYKA-FIZYKA z. 27

ALEKSANDER OPILSKI

WPŁYW STANÓW POWIERZCHNIOWYCH NA PROPAGACJĘ POWIERZCHNIOWEJ FALI ULTRA- I HIPERDŹWIĘKOWEJ W PÓŁPRZEWODNIKACH

POLITECHNIKA ŚLĄSKA
ZESZYT NAUKOWY NR 463 – GLIWICE 1975

POLITECHNIKA ŚLĄSKA

ZESZYTY NAUKOWE

Nr 463

ALEKSANDER OPILSKI

WPŁYW STANÓW POWIERZCHNIOWYCH NA PROPAGACJĘ POWIERZCHNIOWEJ FALI ULTRA- I HIPERDŹWIĘKOWEJ W PÓŁPRZEWODNIKACH

GLIWICE 1975

REDAKTOR NACZELNY WYDAWNICTW NAUKOWYCH
POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ

Jan Bandrowski

REDAKTOR DZIAŁU

Sławomir Kończak

SEKRETARZ REDAKCJI

Jan Znamirowski

Dział Wydawnictw Politechniki Śląskiej
Gliwice, ul. Kujawska 2

Nakł. 100+150 Ark. wyd. 2,5 Ark. druk. 2,7 Papier offsetowy kl. III 70x100, 70 g
Oddano do druku 19.12. 1975 Podpis. do druku 21.01 1976 Druk ukończ. w lutym 1976
Zam. 1897 75 Cena zł 4,—

Fotokopie, druk i oprawę
wykonano w Zakładzie Graficznym Politechniki Śląskiej w Gliwicach

SPIS TREŚCI

I. WSTĘP

1. Przegląd stanu badań rozważanego problemu

W ostatnich latach prowadzone są intensywne badania w zakresie propagacji fal powierzchniowych w piezopółprzewodnikach i na granicy piezoelektryk - półprzewodnik [1-10]. Fala powierzchniowa propagując się w piezoelektryku wytwarza pole elektryczne, które oddziaływuje z nośnikami prądu jeżeli piezoelektryk jest półprzewodnikiem. W przypadku układu piezoelektryk - półprzewodnik pole elektryczne wytworzone w piezoelektryku wnika do półprzewodnika i tam działa na nośniki prądu. W wyniku tych oddziaływań obserwuje się elektronowe tłumienie fali powierzchniowej. Zjawisko jest bardzo interesujące ze względu na zastosowania w akustoelektrycznych wzmacniaczach, jak również z fizycznego punktu widzenia ze względu na możliwość uzyskania informacji o powierzchniowych własnościach półprzewodnika. Badania dotychczasowe dotyczyły zarówno strony doświadczalnej zagadnienia [3, 7, 8], jak również i teoretycznej [1, 2, 4, 5, 6]. Niektóre prace [11-13] wskazywały również na możliwość zastosowań zjawiska do badań fizycznych.

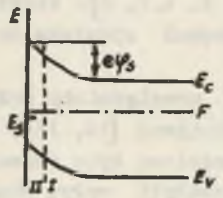
Dotychczasowe badania jedynie bardzo skromnie uwzględniały wpływ stanów powierzchniowych na propagację fali powierzchniowej [14, 15], chociaż zagadnienie badania wpływu pułapek na falę objętościową było rozważane w szeregu pracach [16-19]. W pracy [14] autorzy rozważyli wpływ stanów powierzchniowych na tłumienie fali powierzchniowej propagującej się na granicy piezoelektryk - półprzewodnik. Zagadnienie niestety zostało potraktowane fragmentarycznie, a otrzymane wyrażenia są w postaci na tyle złożonej, że wyciągnięcie odpowiednich wniosków nie zawsze jest możliwe. Ponadto nie można zgodzić się z wszystkimi wnioskami pracy [15], w której interpretacja opiera się na pracy wcześniejszej [14].

Celem niniejszej pracy jest kompleksowe zbadanie wpływu zagadnienia stanów powierzchniowych na propagacje powierzchniowej fali ultra i hiperdźwiękowej propagującej się zarówno w piezopółprzewodniku, jak również na granicy piezoelektryk - półprzewodnik. W tym celu zagadnienie zostanie rozwiązane w następujących etapach: wpływ stanów powierzchniowych na propagacje powierzchniowej fali w piezopółprzewodniku - zadaniem tego etapu będzie opracowanie metody rozwiązania zagadnienia oraz zbadanie kryteriów

wpływu stanów powierzchniowych na falę akustyczną. W etapie drugim będzie rozwiązane zagadnienie z uwzględnieniem dryfu, wobec tego zostanie zbadany wpływ stanów powierzchniowych nie tylko na tłumienie, ale również i na wzmocnienie fal powierzchniowych dryfem elektronów. Następnie zostanie zbadany wpływ stanów powierzchniowych na propagację fali na granicy piezoelektryk - półprzewodnik.

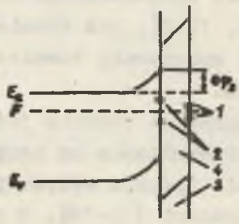
2. Własności warstwy przypowierzchniowej

Warstwa przypowierzchniowa półprzewodnika różni się w zasadniczy sposób od wnętrza półprzewodnika [20]. Powierzchnia półprzewodnika - jak wiadomo - charakteryzuje się istnieniem energetycznych stanów powierzchniowych w strefie zabronionej - wynikających z istnienia na powierzchni różnego rodzaju zaburzeń sieci idealnej kryształu. Wskutek istnienia na powierzchni poziomów lokalnych w strefie zabronionej, część nośników z pasma przewodnictwa czy pasma walencyjnego będzie obsadzać te stany. W wyniku tego wytwarza się pole elektryczne pomiędzy powierzchnią i wnętrzem półprzewodnika. Pole to prowadzi do zakrzywienia pasm energetycznych przy powierzchni (rys. 1). Zakrzywienie pasm charakteryzujemy elektrostatycznym potencjałem powierzchniowym φ_s [20].



Rys. 1

I - obszar zubożenia, II - obszar inwersji



Rys. 2

1 - powierzchniowe lub zewnętrzne stany wolne, 2 - powierzchniowe lub wewnętrzne stany szybkie, 3 - warstwa tlenku germanu, 4 - pasmo zabronione tlenku

Jak wykazują doświadczenia w większości półprzewodników mamy na powierzchni dwa typy poziomów z różnymi czasami wychwytu nośników. Powstają one na skutek obecności na powierzchni półprzewodnika warstw tlenków. Poziomy powolne leżą na powierzchni tlenków i charakteryzują się długimi czasami wychwytu nośników z wnętrza półprzewodnika, zaś stany szybkie (małe czasy wychwytu) leżą na powierzchni półprzewodnika (rys. 2).

Wpływ warstwy przypowierzchniowej na propagację fali powierzchniowej wystąpi wskutek odmiennych własności tej warstwy w stosunku do wnętrza oraz wskutek zmiany obsadzenia pupałek powierzchniowych. Ponadto można

rozważać wpływ fali powierzchniowej na własności warstwy przypowierzchniowej np. na zmianę przewodnictwa powierzchniowego.

W zagadnieniu oddziaływania piezopola fali akustycznej z nośnikami prądu można wyróżnić następujące przypadki:

1) Fala wzbudzana jest w ośrodku piezoelektrycznym, który wykazuje również własności półprzewodnikowe. Wówczas pole wywołane falą wnika do ośrodka na głębokość rzędu długości fali λ [1]. Ponieważ warstwa przypowierzchniowa jest grubości rzędu promienia Debye'a r_D, wobec tego wpływ warstwy przypowierzchniowej na propagację fali powierzchniowej może zaznaczyć się tylko wówczas, gdy $\lambda \leqslant r_D$.
2) Fala propaguje się w ośrodku piezoelektrycznym, pole elektryczne jej towarzyszące wnika do półprzewodnika, który nie posiada kontaktu akustycznego z piezoelektrykiem. Pole wnika do półprzewodnika na głębokość r_D. Wobec tego oddziaływanie pola elektrycznego fali z nośnikami ograniczy się do warstwy przypowierzchniowej. Wielkości charakteryzujące propagację fali będą więc zależeć od własności tej warstwy. Mimo to we wszystkich znanych pracach, ze względu na złożoność rachunków, zakłada się, że warstwa przygraniczna posiada własności identyczne z własnościami wnętrza półprzewodnika. Podobnie będzie się przyjmować w niniejszej pracy[x)].
3) Fala powierzchniowa propaguje się w piezoelektryku, na którym naniesiona jest warstwa półprzewodnikowa lub warstwa taka jest wywołana oświetleniem fotoczułego podłoża. Jeżeli półprzewodnik nie wykazuje zjawiska piezoelektrycznego, to wówczas fala oddziaływuje z nośnikami poprzez pole wytworzone w piezoelektrycznym podłożu (zaniedbujemy niezwykle małe przy niskich częstościach oddziaływanie poprzez potencjał deformacyjny). W przypadku piezopółprzewodnikowej warstwy o wpływie powierzchni warstwy na propagacje można mówić tylko wówczas, gdy grubość warstwy $d \lesssim r_D$ dla $\lambda \gg r_D$.

3. Pułapkowanie nośników na powierzchni

Sprzężone z falą akustyczną pole elektryczne działając na nośniki prądu powoduje zmianę ich rozkładu pomiędzy pasmem przewodnictwa, pasmem walencyjnym i pułapkami powierzchniowymi. W miejscach zgęszczeń będzie się wytwarzała lokalna nadmiarowa koncentracja nośników w wyniku czego część nośników z pasma przewodnictwa i pasma walencyjnego będzie przechodzić jeżeli będzie taka możliwość z innych powodów (np. jeżeli będą wolne odpo-

---

x) Autor wspólnie z T. Pustelnym przygotowuje do druku pracę na temat wpływu warstwy przygranicznej na propagację fali powierzchniowej.

wiednie stany) na stany powierzchniowe. W miejscach rozrzedzeń będą zaś przeważały przejścia z poziomów pułapkowych do pasm.

Rozważmy powierzchnie półprzewodnika, na której w strefie zabronionej znajduje się N_t centrów pułapkowych na 1 cm^2, wówczas szybkość pułapkowania możemy przedstawić wyrażeniem:

$$W_n v_o N_t (1 - f_t) \cdot n_s, \tag{1}$$

gdzie:

v_o - prędkość cieplna nośników,

f_t - nierównowagowa funkcja zapełnienia stanów powierzchniowych $N_t f_t = n_t$,

N_t - koncentracja powierzchniowa nośników na pułapkach,

n_s - koncentracja objętościowa nośników w paśmie przewodnictwa na powierzchni,

W_n - przekrój czynny na wychwyt.

Proces wyrzutu cieplnego nośnika z pułapki do pasma przewodnictwa można opisać następującym wyrażeniem:

$$R_n N_t f_t, \tag{2}$$

gdzie:

R_n - odwrotność średniego czasu uwolnienia nośnika.

Na podstawie (1) i (2) prędkość pułapkowania można przedstawić wyrażeniem:

$$\frac{dn_t}{dt} = W_n v (N_t - n_t) n_s - R_n n_t \tag{3}$$

Fala ultradźwiękowa wprowadza składowe zmienne koncentracji, można więc napisać

$$n_t = n_{to} + n_t; \qquad n_s = n_{so} + n_s \tag{4}$$

gdzie:

n_{to} i n_{so} - równowagowe koncentracje,

n'_t i n'_s - zmiany koncentracji wywołane falą.

Uwzględniając (4) w (3) i biorąc pod uwagę, że

$$\frac{dn_{to}}{dt} = W_n v (N_t - n_{to}) n_{so} - R_n n_{to} = 0$$

oraz odrzucając wyrazy nieliniowe mamy:

$$\frac{dn'_t}{dt} = W_n v\,(N_t - n_{to})\,n'_s - (R_n + W_n v n_{so})\,n'_t \tag{5}$$

W dalszym ciągu zmiany koncentracji będziemy oznaczać bez znaczka "prim". Wprowadzimy oznaczenia $g = W_n v(N_t - n_{to})$, $\tau^{-1} = R_n + W_n \cdot v \cdot n_{so}$, wobec tego mamy:

$$\frac{dn_t}{dt} = gn_s - \frac{n_t}{\tau}$$

Ponieważ rozważania możemy ograniczyć do wielkości harmonicznie zmiennych z czasem, wobec tego

$$n_t = \frac{g\tau}{1 - i\omega\tau} \cdot n_s \tag{6}$$

lub

$$n_t = \frac{g\tau\,(1 + i\omega\tau)}{1 + \omega^2\tau^2} \cdot n_s = \chi_1 \cdot n_s \tag{7}$$

Do dalszych rozważań potrzebna będzie zależność pomiędzy koncentracją powierzchniową nośników będących w pułapkach n_t i koncentracją objętościową nośników, na które działa fala powierzchniowa n.

Ponieważ jedyną przyczyną zmiany koncentracji objętościowej nośników, które przeszły na pułapki n_v jest prąd pułapkowy, wobec tego na podstawie równania ciągłości można napisać

$$q\,\frac{\partial n_v}{\partial t} = \frac{\partial j_3}{\partial x_3} \tag{8}$$

Ponieważ $j_3 = qn_t$, wobec tego mamy $n_v = n_{t,3}$. Biorąc pod uwagę wzór (7) możemy dalej napisać związek

$$n_v = \chi_1\, n_{s,3} \tag{9}$$

Zauważmy jeszcze, że

$$n = n_v + n_s. \tag{10}$$

Łatwo więc widać ze wzoru (7), że na propagację fali ultradźwiękowej mogą mieć wpływ wyłącznie stany szybkie, gdyż tylko w tym przypadku, w cza-

sie okresu fali mogą nośniki generowane falą oddziaływać z poziomami powierzchniowymi. Ponieważ $\tau^{-1} = R_n + W_n v n_{so}$, wobec tego będzie on zależał zarówno od czasu wyrzutu z poziomu pułapkowego, jak również od czasu życia nośników nadmiarowych ze względu na obecność poziomów powierzchniowych.

Według A.W. Rżanowa [21] W_n dla elektronów w germanie zawarte jest w przedziale $10^{-15} \div 10^{-18}$ cm^2, zaś dla dziur $10^{-12} \div 10^{-15}$. Gdy $W_n = 10^{-15}$ cm^2 $V = 10^7 \frac{cm}{s}$ i $n_{so} = 10^6$ cm^{-3}, wówczas $W_n v n_{so}$ jest rzędu 10^8. Stąd wniosek, że czas τ może być porównywalny z okresem drgań, ale również mogą zachodzić przypadki $\omega\tau \gg 1$ i $\omega\tau \ll 1$. Gdy $\omega\tau \gg 1$, wówczas $\mathcal{I}_1 k_o = -i \frac{g}{v_{so}}$ zaś dla $\omega\tau \ll 1$ (brak inercji), wówczas $\mathcal{I}_1 k_o = \frac{g}{v_{so}} \omega\tau$. Wpływ stanów powierzchniowych na falę będzie większy w przypadku $\omega\tau \gg 1$.

Zauważmy jeszcze, że stosunek $\frac{g}{v_{so}}$ może przyjmować wartości: $\frac{g}{v_{so}} \approx 10$, gdy przyjąć $N_t \sim 10^{+12}$ cm^{-2} (wg Kisielewa [22]) i $W_n \sim 10^{-13}$ cm^2 lub $\frac{g}{v_s} = 10^{-1}$, gdy przyjąć $W_n \sim 10^{-15}$ cm^2.

II. PROPAGACJA FALI POWIERZCHNIOWEJ Z UWZGLĘDNIENIEM WPŁYWU STANÓW POWIERZCHNIOWYCH

1. Ustawienie równań dla piezopółprzewodnika

Wychodzimy z podstawowych równań opisujących propagację fali ultradźwiękowej w piezopółprzewodniku

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \frac{\partial T_{ik}}{\partial x_k} \qquad \text{równanie ruchu} \qquad (II.1)$$

$$T_{ik} = C^E_{iklm} \cdot U_{lm} - e_{jik} E_j$$
$$D_n = e_{nlm} U_{lm} + \varepsilon^S_{jn} E_j \qquad \text{równania piezoefektu} \qquad (II.2)$$

$$\frac{\partial D_n}{\partial x_n} = - q \cdot n \qquad \text{równanie Poissona} \qquad (II.3)$$

$$j_k \cdot \sigma_{ik} E_i + q f_o D_{ik} \frac{\partial n}{\partial x_i} \qquad \text{równanie prądu} \qquad (II.4)$$

$$\frac{\partial j_k}{\partial x_k} - q \frac{\partial n}{\partial t} = 0 \qquad \text{równanie ciągłości,} \qquad (II.5)$$

w których wprowadzono następujące oznaczenia:

C^E_{iklm} - składowe tensora modułów sprężystości przy E = const,
e_{jik} - składowe tensora stałych piezoelektrycznych,
ε^S_{jn} - składowe tensora przenikalności dielektrycznej przy S = const,
q - ładunek elektronu (bezwzględna wartość),
D_{ik} - składowe tensora współczynnika dyfuzji,
σ_{ik} - składowe tensora przewodności elektrycznej,
T_{ik} - składowe tensora naprężeń,
U_{lm} - składowe tensora deformacji,
E_j - składowe wektora natężenia pola elektrycznego,
f_o - czynnik pułapkowania w objętości półprzewodnika.

Dalsze rozważania przeprowadzimy dla fali powierzchniowej propagującej się w płaszczyźnie x_1, x_2 w kierunku x_1, przy czym oś x_3 skierujemy na zewnątrz piezopółprzewodnika. W tym przypadku wielkości zmienne w polu fali będą zależały w następujący sposób od współrzędnych i czasu:

$$e^{i(kx - \omega t)} \cdot e^{\beta n^{kz}}, \tag{II.6}$$

przy czym oznaczono $x_1 = x$, $x_3 = Z$.
Ponadto zakładamy, jak zwykle, że $D_{ik} = \delta_{ik} D$; $\sigma_{ik} = \delta_{ik} \sigma$. Wprowadzamy relacje zachodzące dla CdS pomiędzy stałymi sprężystymi [6]

$$C_{11} - C_{44} \approx C_{13} + C_{44} = \lambda + \mu; \quad C_{11} \approx C_{33}; \quad C_{44} \approx \mu; \quad C_{13} = \lambda,$$

stałymi piezoelektrycznymi

$$e_{13} = e_{15} = e; \quad e_{33} = -2e,$$

oraz stałymi dielektrycznymi

$$\varepsilon_{11} \approx \varepsilon_{22} \approx \varepsilon_{33} = \varepsilon$$

Z równań (II.1) i (II.2) otrzymamy

$$\begin{aligned} \rho \ddot{U}_1 &= (\lambda + \mu)(U_{1,1} + U_{3,3})_{,1} + \mu \nabla^2 U_2 + 2e\varphi_{,13} \\ \rho \ddot{U}_3 &= (\lambda + \mu)(U_{1,1} + U_{3,3})_{,3} + \mu \nabla^2 U_3 + e\varphi_{,11} - 2e\varphi_{,33}, \end{aligned} \tag{II.7}$$

zaś z równania (II.3) i z drugiego z równań (II.2)

$$-qn = e(2U_{1,13} + U_{3,11} - 2U_{3,33}) - \varepsilon_o \varepsilon \nabla^2 \varphi, \tag{II.8}$$

wreszcie z równań (II.4) i (II.5) mamy:

$$qn + \sigma_o \nabla^2 \varphi - q f_o D \nabla^2 n = 0 \tag{II.9}$$

W równaniach (II.7), (II.8) i (II.9) wykorzystano zależność $E_k = -\varphi_{,k}$, ponadto równanie (II.9) linearyzowano. Dalej za S. Kaliskim [5] wprowadzamy potencjały akustyczne w następujący sposób:

$$U_1 = \phi_{,1} + \psi_{,3} \qquad U_3 = \phi_{,3} - \psi_{,1} \tag{II.10}$$

Wówczas otrzymamy:

$$\Box_1 \phi_{,1} + \Box_2 \psi_{,3} + 2e_o \varphi_{,13} = 0$$

$$\Box_1 \phi_{,3} - \Box_2 \psi_{,1} + e_o \varphi_{,11} - 2e_o \varphi_{,33} = 0$$

$$\varepsilon\varepsilon_o \nabla^2 \varphi = e\left[2(\nabla_1^2 \phi + 2\psi_{,13})_3 + (\phi_{,3} - \psi_{,1})_{,11}\right] = qn \qquad \text{(II.11)}$$

$$q(f_o D \nabla^2 + i\omega)_n = \sigma_o \nabla^2 \varphi$$

W równaniach (II.11) wprowadzono następujące oznaczenia

$$\Box_1 = a_1^2 \nabla^2 - \partial_{,tt}; \quad \Box_2 = a_2 \Delta - \partial_{,tt}; \quad \nabla_1 = \partial_{,11} - \partial_{,33}$$

$$a_1^2 = \frac{\lambda + 2\mu}{\rho}; \quad a_2^2 = \frac{\mu}{\rho}; \quad e_o = \frac{e}{\rho} \qquad \text{(II.12)}$$

Rozwiązanie problemu sprowadzono więc do rozwiązania układu równań (II.11) w którym występują cztery zmienne wielkości ϕ, ψ, φ, n. Rozwiązania układu (II.11) muszą ponadto spełniać odpowiednie warunki brzegowe.

W czwartym równaniu uwzględnimy fakt, że zmiany przestrzenno-czasowe zmiennych wielkości są dane wyrażeniem (II.6), wobec tego otrzymamy:

$$\varepsilon\left[f_o Dk^2(\beta_n^2 - 1) + i\omega\right]n = \sigma_o \nabla^2 \varphi, \qquad \text{(II.13)}$$

skąd

$$n = \frac{\sigma_o \nabla^2}{q\left[f_o Dk^2(\beta_n^2 - 1) + i\omega\right]} \varphi$$

lub wprowadzając oznaczenie

$$K^n = f_o Dk^2 (\beta_n^2 - 1) + i\omega$$

$$n = \frac{\sigma_o \nabla^2}{q K^n} \varphi \qquad \text{(II.14)}$$

Podstawiając (II.14) do trzeciego z równań (II.11) po przekształceniach mamy:

$$\varphi = \varkappa\left[(2\phi_{,11} - 2\phi_{,33} + 4\psi_{,13})_{,3} + (\phi_{,3} - \psi_{,1})_{,11}\right], \qquad \text{(II.15)}$$

gdzie:

$$\varkappa = \frac{e\,K_c^n}{\varepsilon\varepsilon_o\,\nabla^2}; \qquad K_c^n = \left(1 - \frac{\omega_c}{K^n}\right)^{-1} \tag{II.16}$$

Ponadto pierwsze dwa z równań (II.11) można po przekształceniach zapisać następująco:

$$\begin{aligned} \nabla^2\,\Box_1\phi &= e_o(3\varphi_{,11} - 2\varphi_{,33})_{,3} \\ \nabla^2\,\Box_2\psi &= e_o(4\varphi_{,33} - \varphi_{,11})_{,1} \end{aligned} \tag{II.17}$$

Z równań (II.17) możemy otrzymać zależność pomiędzy funkcjami ϕ i ψ

$$\Box_1(4\phi_{,33} - \phi_{,11})_{,1} = \Box_2(3\psi_{,11} - 2\psi_{,33})_{,3} \tag{II.18}$$

Biorąc pod uwagę pierwsze z równań (II.17) oraz wyrażając w nim funkcję φ poprzez potencjały ϕ i ψ przy pomocy równania (II.15), a następnie potencjał ϕ poprzez potencjał ψ przy pomocy równania (II.18) otrzymamy następujące równanie dla ψ:

$$\begin{aligned} \nabla^2\Box_1\Box_2\psi = \eta\,K_c^n a_2^2\,(4\partial_{,33} - \partial_{,11})\Big\{ & 4\,\Box_1\,(4\psi_{,3311} - \psi_{,1111}) + \\ & + -2\,\Box_2\,(3\psi_{,1133} - 2\psi_{,3333}) + 5\Big[2\,\Box_2\psi_{,3333} - \Box_1\psi_{,1111} + \\ & + 5\,a_1^2\,(m-1)\,\psi_{,111133}\Big]\Big\}, \end{aligned} \tag{II.19}$$

gdzie:

$\eta = \dfrac{e^2}{\varepsilon\varepsilon_o\rho a_2^2}$ - stała sprzężenia elektromechanicznego.

Zaś $\partial_{,33}$ oznacza $\dfrac{\partial^2}{\partial x_3^2}$; $\partial_{,11} = \dfrac{\partial^2}{\partial x_1^2}$.

Ostatnie równanie możemy zapisać również w postaci:

$$(\nabla^2\Box_1\Box_2 - \eta K_c^n a_2^2 R)\,\psi = 0, \tag{II.20}$$

gdzie:

$$\begin{aligned} R\psi = (4\partial_{,33} - \partial_{,11})_{,1}\Big\{ & 4\,\Box_1(4\psi_{,3311} - \psi_{,1111}) - \\ & - 2\,\Box_2(3\psi_{,1133} - 2\psi_{,3333}) + 5\Big[2\,\Box_2\,\psi_{,3333} - \Box_{,1111} + 5a_1^2(m-1)\,\psi_{,111133}\Big]\Big\} \end{aligned} \tag{II.21}$$

Jeżeli w (II.21) uwzględnimy fakt, że funkcję ψ szukamy w postaci $\psi = \sum_{n=1}^{3} A_n e^{i(kx-\omega t)} \cdot e^{\beta_n k.z}$, to wyrażenie to staje się wyrażeniem algebraicznym, zaś równanie (II.20) równaniem algebraicznym. Ponieważ równanie (II.20) ma być spełnione dla dowolnych wartości zmiennych niezależnych x, z, t, wobec tego $\nabla^2 \Box_1 \Box_2 - \eta K_c^n a_2^2 R = 0$ jest teraz równaniem algebraicznym ze względu na niewiadomą β_n. Rozpisując oznaczenia mamy:

$$(\beta_n^2 - 1)\left[p_1 - (1 - {}^2_n)\right]\left[p_2 - (1 - \beta_n^2)\right] -$$

$$+ \eta K_c^n \left\{4\left[p_1 - (1 - \beta_n^2)\right](1 + 4\beta_n^2) - 2m\beta_n^2\left[p_2 - (1 - \beta_n^2)\right](3 + 2\beta_n^2) -\right.$$

$$\left. + 10m\beta_n^4\left[p_2 - (1 - \beta_n^2)\right] + 5\left[p_1 - (1 - \beta_n^2)\right] + 25(m - 1)\beta_n^2\right\} = 0, \qquad \text{(II.22)}$$

gdzie:

$$p_1 = \frac{\omega^2}{k^2 \cdot a_1^2}; \quad p_2 = \frac{\omega^2}{k^2 a_2^2}; \quad m = \frac{a_2^2}{a_1^2} = \frac{p_1}{p_2}$$

Równanie (II.22) jest równaniem 6 stopnia ze względu na β_n z parametrem $v_s = \frac{\omega}{k}$. Równanie to można rozwiązać metodą kolejnych przybliżeń, uważając stałą sprzężenia elektromechanicznego η za mały parametr. W przybliżeniu zerowym otrzymujemy pierwiastki równania charakterystycznego dla fali powierzchniowej w ośrodku izotropowym bez własności piezoelektrycznych Jak wiadomo [23], wynoszą one:

$$\beta_1^o = \sqrt{1 - p_1}; \quad \beta_2^o = \sqrt{1 - p_2}$$

Pierwiastki równania (II.22) przyjmiemy w postaci

$$\beta_1 = \beta_1^o + \delta_1; \quad \beta_2 = \beta_2^o + \delta_2; \quad \beta_3 = 1 + \delta_3,$$

przy czym $\delta_n (n = 1,2,3)$ obliczymy z dokładnością do pierwszego przybliżenia. W tym celu przedstawmy równanie (II.22) w postaci:

$$f(\beta_n) + \eta g(\beta_n) = 0$$

i odpowiednio wielomiany $f(\beta_n)$ i $g(\beta_n)$ rozłóżmy na szereg, zachowując wyrazy do pierwszego rzędu włącznie.

Mamy wówczas:

$$f(\beta_n^o) + \left[\left(\frac{\partial f}{\partial \beta_n}\right)_{\beta_n = \beta_n^o} \cdot \delta_n\right] + \eta g(\beta_n^o) = 0 \qquad (II.23)$$

stąd, ponieważ $f(\beta_n^o) = 0$, otrzymujemy

$$\delta_n = - \frac{\eta g(\beta_n^o)}{\left(\frac{\partial f}{\partial \beta_n}\right)_{\beta_n = \beta_n^o}} \qquad (II.24)$$

Wykonując odpowiednie wyliczenia mamy:

$$\delta_n = - \eta K_c^n \Omega_n, \qquad (II.25)$$

gdzie:

$$\Omega_n = \frac{4\left[p_1-(1-\beta_n^{o2})\right](1+4\beta_n^{o2}) - 2m\beta_n^{o2}\left[p_2-(1-\beta_n^{o2})\right](3-2\beta_n^{o2}) +}{2\beta_n^o\left\{\left[p_1-(1-\beta_n^{o2})\right]\left[p_2-(1-\beta_n^{o2})\right]+(\beta_n^{o2}-1)\left[p_2-(1-\beta_n^o)\right]+(\beta_n^{o2}-1)\left[p_1-(1-\beta_b^{o2})\right]\right\}}$$

$$\frac{-10m\beta_n^{o4}\left[p_2-(1-\beta_n^{o2})\right]+5\left[p_1-(1-\beta_n^{o2})\right]+25(m-1)\beta_n^{o2}}{2\beta_n^o\left\{\left[p_1-(1-\beta_n^{o2})\right]\left[p_2-(1-\beta_n^{o2})\right]+(\beta_n^{o2}-1)\left[p_2-(1-\beta_n^o)\right]+(\beta_n^{o2}-1)\left[p_1-(1-\beta_o^{o2})\right]\right\}} \qquad (II.26)$$

W ten sposób zostały wyznaczone wykładniki zaniku fali w głąb półprzewodnika przy uwzględnieniu zjawiska piezoelektrycznego. W dalszym ciągu przejdziemy do wyznaczenia amplitud zmian potencjałów akustycznych, potencjału elektrycznego i koncentracji nośników.

2. Wyznaczenie amplitud wielkości charakteryzujących problem

Układ równań (II.11) jest układem dla nieznanych funkcji ϕ, ψ, φ, n_c Rozwiązania będziemy szukać w postaci:

$$\psi = \sum_{n=1}^{3} A_n \cdot e^{i(kx-\omega t)} \cdot e^{\beta_n kz} = \sum A_n \cdot f(x,z,t)$$

oraz

$$\phi = \sum B_n \cdot f(x,z,t)$$
$$\varphi = \sum C_n \cdot f(x,z,t) \qquad \text{(II.27)}$$
$$n_c = \sum F_n \cdot f(x,z,t)$$

Ponieważ układ (II.11) jest układem jednorodnym, wobec tego wyrazimy pozostałe amplitudy poprzez amplitudę A_n przy pomocy związków

$$B_n = \alpha_n A_n; \quad C_n = \gamma_n A_n; \quad F_n = \lambda_n A_n \qquad \text{(II.28)}$$

Z równań (II.17) możemy znaleźć następującą zależność pomiędzy ϕ i φ :

$$\square_1(4\phi_{,33} - \phi_{,11})_{,1} = \square_2(\beta\varphi_{,11} - 2\varphi_{,33})_{,3} \qquad \text{(II.29)}$$

Stąd wykorzystując (II.27) i (II.28) mamy:

$$\left\{\left[-ia_1^2k\left[p_1-(1-\beta_n^2)\right](1+4\beta p_n^2)\,\alpha_n - a_2^2k^5\left[p_2-(1-\beta_n^2)\right]\beta_n(3+2\beta_n^2)\right\}\cdot$$
$$\cdot A_n \cdot f(x,z,t) = 0$$

lub

$$\left\{\left[p_1-(1-\beta_n^2)\right](1+4\beta_n^2)\,\alpha_n - im\beta_n\left[p_2-(1-\beta_n^2)\right]\left[3+2\beta_n^2\right]\right\}\cdot \qquad \text{(II.30)}$$
$$\cdot A_n \cdot f(x,z,t) = 0$$

Ponieważ równanie (II.30) ma być spełnione dla dowolnych x,z,t wobec tego jest:

$$\alpha_n = i\,\frac{m\beta_n\left[p_2 - (1-\beta_n^2)\right](3+2\beta_n^2)}{\left[p_1 - (1-\beta_n^2)\right](1+4\beta_n^2)} \qquad \text{(II.31)}$$

Z wzoru (II.31) widać, że dla $\beta_n = \beta_1^o$ wyrażenie to posiada osobliwości. Do dalszych wyliczeń wystarczy wziąć współczynniki α_n, γ_n, λ_n dla β_n^o, a tylko wtedy posługiwać się współczynnikami z uwzględnieniem poprawki δ_n, gdy jest niemożliwym operowanie współczynnikiem dla β_n^o. Z wyrażenia (II.31) wynika, iż $\alpha_2 = 0$, $\alpha_3 = i$. Wartość α_n dla n=1 wygodniej jednak będzie wyznaczyć z warunków brzegowych dla przypadku niewystępowania zjawiska piezoelektrycznego.

Jak łatwo widać z wzorów (II.47) warunki brzegowe bez uwzględnienia piezoefektu można zapisać w następujący sposób:

$$\sum_{n=1}^{2} \left[-i2\beta_n\alpha_n + (\beta_n^2 + 1) \right] A_n = 0$$

$$\sum_{n=1}^{2} \left[-i(\beta_n^2 + 2m - 1)\,\alpha_n + 2m\beta_n \right] A_n = 0 \qquad \text{(II.32)}$$

Stąd, pamiętając, że $\alpha_2 = 0$ mamy

$$\alpha_1 = i\,\Omega_{11}, \qquad \text{(II.33)}$$

gdzie:

$$\Omega_{11} = \frac{2m\left[\beta_2(\beta_1^2 + 1) - \beta_1(\beta_2^2 + 1)\right]}{(\beta_1^2 + 2m - 1)\,(\beta_2^2 + 1) - 4\beta_1\beta_2 m}$$

Z wzoru (II.15) możemy wyprowadzić następujące wyrażenie na współczynnik γ_n:

$$\gamma_n = i\,\frac{e}{\varepsilon\varepsilon_o}\,kK_c^n\,\Omega_{2n}, \qquad \text{(II.34)}$$

gdzie:

$$\Omega_{2n} = \frac{(1 + 4\beta_n^2) + i\beta_n(1 + 2\beta_n^2)\,\alpha_n}{(\beta_n^2 - 1)}$$

Wyrażenie (II.32) dla $\beta_3^o = 1$ posiada osobliwość, wobec tego należy wartość Ω wyznaczyć uwzględniając wartość $\beta_3 = 1 + \delta_3$. Wówczas mamy:

$$\gamma_3 = -i\,\frac{e}{\varepsilon\varepsilon_o}\,kK_c^n\,\delta_3^{-1} \qquad \text{(II.35)}$$

Współczynniki λ_n wyznaczymy ze wzoru (II.14) uwzględniając (II.31) i (II.32). Po odpowiednich wyliczeniach otrzymamy:

$$\lambda_n = -\eta_2\,\frac{k^3}{\omega}\,K_c^n\,\Omega_{3n}, \qquad \text{(II.36)}$$

gdzie:

$$\eta_3 = \frac{\sigma_o \cdot e}{q\,\varepsilon\varepsilon_o}$$

$$\Omega_{3n} = (1 + 4\beta_n^2) + i\beta_n(1+2\beta_n^2)\alpha_n$$

Wyznaczyliśmy amplitudy zmian koncentracji nośników, potencjału elektrycznego i potencjału akustycznego ϕ przy pomocy amplitudy zmian potencjału akustycznego φ .

3. Warunki brzegowe

Rozważmy falę powierzchniową propagującą się w kierunku osi x. Wobec tego na granicy monokryształ-próżnia (oś z skierowana do próżni) winny być spełnione warunki zerowania się naprężeń sprężystych

$$T_{3i} = 0 \qquad i = 1,3 \tag{II.37}$$

ciągłości składowej stycznej natężenia pola elektrycznego

$$\varphi_{,1} = \varphi^{o}_{,1} \tag{II.38}$$

oraz warunek dla składowych normalnych wektora indukcji elektrycznej

$$D_3 - D^{o}_3 = -q \cdot n_s \tag{II.39}$$

D_3, D^{o}_3 - składowe wektora indukcji odpowiednio w półprzewodniku i w próżni.

Należy zauważyć, że ładunek powierzchniowy o koncentracji n_s podlega równaniu zachowania ładunku (prądu) względem współrzędnej x. W dalszym ciągu będziemy zakładać, że współczynnik dyfuzji D = 0, wobec tego nie ma prądów powierzchniowych a zatem warunek brzegowy (II.39) jest wystarczający.

W przypadku niezamrożonych stanów powierzchniowych koncentracja nośników nadmiarowych na powierzchni w paśmie przewodnictwa ulega zmianie wskutek przejścia części nośników na stany powierzchniowe. Wobec tego równanie ciągłości możemy napisać w postaci:

$$- q \frac{\partial n_s}{\partial t} - q \frac{\partial n_v}{\partial t} + j_{1,1} = 0, \tag{II.40}$$

gdzie pierwszy wyraz daje szybkość zmian koncentracji nośników w paśmie przewodnictwa, zaś drugi szybkość zmian koncentracji na pułapkach. Uwzględniając we wzorze (II.40) postać $j_{1,1}$ według wzoru (II.4) oraz (II.9) i (II.10), po przekształceniach dla z = 0 otrzymujemy:

$$n_s = - \frac{k\sigma}{i\omega q(1 + k\tau_1)} \varphi \tag{II.41}$$

Dalej wprowadzając wyrażenie (II.41) do wzoru (II.39) oraz biorąc pod uwagę, że

$$D_3 = -\varepsilon_o \varepsilon \beta_n k \varphi + e_{31} U_{1,1} + e_{33} U_{3,3}$$
$$D_3^o = + \varepsilon_o k \varphi^o \tag{II.42}$$

mamy:

$$- \varepsilon_o \varepsilon k \left[\frac{1 + \varepsilon \beta_n}{\varepsilon} + \frac{\omega_c}{i\omega(1 + k \mathcal{X}_1)} \right] \varphi + e_{32} U_{1,1} + e_{33} U_{3,3} = 0 \tag{II.43}$$

Celem ułatwienia dalszych rachunków wprowadzimy oznaczenie

$$G_n = \frac{1+\varepsilon\beta_n}{\varepsilon} + \frac{\omega_c}{i\omega(1+k\mathcal{X}_1)} = \frac{\omega_c}{i\omega(1+k\mathcal{X}_1)} \left[1 + \frac{i\omega}{\omega_c} (1+k\mathcal{X}_1) \frac{1+\varepsilon\beta_n}{\varepsilon} \right], \tag{II.44}$$

wtedy wzór (II.43) ma postać:

$$- \varepsilon_o \varepsilon k G_n \varphi + e_{31} U_{1,1} + e_{33} U_{3,3} = 0 \tag{II.43a}$$

Z warunku zerowania się naprężeń sprężystych (II.37) po uwzględnieniu odpowiednich stałych dla CdS mamy:

$$C_{13} U_{1,1} + C_{33} U_{3,3} + e_{33} \varphi_{,3} = 0$$
$$C_{55}(U_{1,3} + U_{3,1}) + e_{15} \varphi_{,1} = 0 \tag{II.45}$$

Wprowadzimy teraz do warunków brzegowych (II.43a) i (II.45) potencjały akustyczne oraz związki pomiędzy stałymi materiałowymi. W wyniku otrzymamy:

$$- 2ik\phi_{,3} + \psi_{,33} + k^2 \psi + \frac{e_o}{a_2^2} ik\varphi = 0$$

$$\phi_{,33} - k^2\phi + 2m(ik\, \varphi_{,3} + k^2\phi) + \frac{2e_o}{a_2^2} \varphi_{,3} = 0 \tag{II.46}$$

$$- \varepsilon_o \varepsilon k G_n \varphi + e(3ik\, \varphi_{,3} - k^2\phi - 2\phi_{,33}) = 0$$

Wyrazimy obecnie poszczególne zmienne funkcje przez potencjał akustyczny ψ. W tym celu w warunkach brzegowych (II.46) uwzględnimy zależności (II.27) i (II.28), wówczas po odpowiednich przekształceniach warunki te przyjmą postać:

$$\sum_n \left[-2i\beta_n\alpha_n + (\beta_n^2+1) - i\frac{e_o}{a_2^2}\frac{1}{k}\gamma_n \right] A_n = 0$$

$$\sum_n \left[(\beta_n^2 + 2m-1)\alpha_n + 2im\beta_n + 2\frac{e_o}{a_2^2}\frac{1}{k}\beta_n\gamma_n \right] A_n = 0 \qquad \text{(II.47)}$$

$$\sum_n \left[-\varepsilon\varepsilon_o G_n \frac{1}{k}\gamma_n + 3ie\beta_n - e(1+\beta_n^2)\alpha_n \right] A_n = 0$$

Podzielimy teraz równanie drugie przez "i", zaś trzecie równanie układu (II.47) przez "i.e", po czym otrzymamy:

$$\sum_n \left[-i2\beta_n\alpha_n + (\beta_n^2+1) - i\frac{e_o}{a_2^2}\frac{1}{k}\gamma_n \right] A_n = 0$$

$$\sum_n \left[-i(\beta_n^2+2m-1)\alpha_n + 2m\beta_n - i2\frac{e_o}{a_2^2}\frac{1}{k}\beta_n\gamma_n \right] A_n = 0 \qquad \text{(II.48)}$$

$$\sum_n \left[-\varepsilon\varepsilon_o G_n \frac{1}{ike}\gamma_n + 3\beta_n + i(1+\beta_n^2)\alpha_n \right] A_n = 0$$

Równania (II.50) można krócej zapisać w sposób następujący:

$$\Gamma_{nm} A_n = 0, \qquad \text{(II.49)}$$

gdzie:

$$\Gamma_{1n} = -i2\beta_n\alpha_n + (\beta_n^2+1) - i\frac{e_o}{a_2^2}\frac{1}{k}\gamma_n$$

$$\Gamma_{2n} = -i(\beta_n^2+2m-1)\alpha_m + 2m\beta_n - i2\frac{e_o}{a_2^2}\beta_n\gamma_n \qquad \text{(II.50)}$$

$$\Gamma_{3n} = -\varepsilon\varepsilon_o G_n \frac{1}{ike}\gamma_n + 3\beta_n + i(1+\beta_n^2)\alpha_n$$

Wyznacznik układu równań (II.49) przyrównany do zera przedstawia równanie dyspersyjne, pozwalające wyliczyć wartość wektora falowego k:

$$W(k) = \|\Gamma_{nm}\| = 0 \qquad \text{(II.51)}$$

Wyrażenia (II.50) rozpiszemy według wskaźnika "n", przy czym uwzględnimy w nich wartości współczynników α_n, γ_n i λ_n według wzorów (II.31, 33, 34, 35, 36) oraz przyjmiemy, że $\beta_n = \beta_n^o$

$$\Gamma_{11} = -2\beta_1 \Omega_{11} + (\beta_1^2+1) + \eta K_c^{(1)} \Omega_{21}$$

$$\Gamma_{12} = (\beta_2^2+1) + \eta K_c^{(2)} \Omega_{22}$$

$$\Gamma_{13} = 4 - \eta K_c^{(3)} \delta_3^{-1}$$

$$\Gamma_{21} = -(\beta_1^2+2m-1) \Omega_{11} + 2m\beta_1 + 2\eta K_c^{(1)} \Omega_{21}\beta_1$$

$$\Gamma_{22} = 2m\beta_2 + 2\eta K_c^{(2)} \Omega_{22}\beta_2 \qquad \text{(II.52)}$$

$$\Gamma_{23} = 4m - 2\eta K_c^{(3)} \delta_3^{-1}$$

$$\Gamma_{31} = -G_1 K_c^{(1)} \Omega_{21} + 3\beta_1 + (1+\beta_1^2) \Omega_{11}$$

$$\Gamma_{32} = -G_2 K_c^{(2)} \Omega_{22} + 3\beta_2$$

$$\Gamma_{33} = G_3 K_c^{(3)} \delta_3^{-1} + 1$$

Wyrażenia (II.52) zawierają obok wyrazów podstawowych wyrazy rzędu η; te ostatnie pominiemy. Ponadto należy zauważyć, że wyrazy zawierające δ_3^{-1} są rzędu wyższego niż wyrazy podstawowe, wobec tego wyrazy podstawowe możemy pominąć względem wyrazów rzędu δ_3^{-1}. Otrzymamy wówczas:

$$\Gamma_{11} = -2\beta_1 \Omega_{11} + (\beta_1^2+1)$$

$$\Gamma_{12} = \beta_2^2+1$$

$$\Gamma_{13} = 4+\Omega_3^{-1}$$

$$\text{(II.53)}$$

$$\Gamma_{21} = -(\beta_1^2+2m-1) \Omega_{11} + 2m\beta_1$$

$$\Gamma_{22} = 2m\beta_2$$

$$\Gamma_{23} = 4m + 2\Omega_2^{-1}$$

$$\Gamma_{31} = -G_1 K_c^{(1)} \Omega_{21} + 3\beta_1 + (1+\beta_n^2)\Omega_{11}$$

$$\Gamma_{32} = -G_2 K_c^{(2)} \Omega_{22} + 3\beta_2 \qquad \text{(II.53)}$$

$$\Gamma_{33} = G_3 \eta^{-1} \Omega_3^{-1}$$

Należy jeszcze zauważyć, że ponieważ w obecnych rozważaniach zakładamy D=0, więc na podstawie (II.16)

$$K_c^{(1)} = K_c^{(2)} = K_c^{(3)} = K_c = (1 - \frac{\omega_c}{i\omega})^{-1} = \frac{-i\omega\tau_m}{1-i\omega\tau_m},$$

gdzie:

$$\omega_c = \tau_m.$$

4. Wyznaczenie wielkości charakteryzujących fale powierzchniowe

Zajmiemy się teraz wyznaczeniem liczby falowej k, a następnie współczynnika pochłaniania i zmiany prędkości propagacji.

W tym celu rozwiniemy wyznacznik (II.51) według trzeciego wiersza

$$W(k) = \Gamma_{31}W_1 - \Gamma_{32}W_2 + \Gamma_{33}W_3,$$

gdzie:

$$W_1 = \Gamma_{12}\Gamma_{23} - \Gamma_{22}\Gamma_{13}$$

$$W_2 = \Gamma_{11}\Gamma_{23} - \Gamma_{21}\Gamma_{13} \qquad \text{(II.54)}$$

$$W_3 = \Gamma_{11}\Gamma_{22} - \Gamma_{21}\Gamma_{12}$$

zaś po uwzględnieniu (II.53)

$$W_1 = (\beta_2^2+1)\,(4m+2\Omega_3^{-1}) - 2m\beta_2(4+\Omega_3^{-1})$$

$$W_2 = \left[(\beta_2^2+1) - 2\beta_1\Omega_{11}\right](4m+2\Omega_3^{-1}) - (4+\Omega_3^{-1})\left[2m\beta_1 - (\beta_1^2+2m-1)\Omega_{11}\right] \qquad \text{(II.55)}$$

$$W_3 = \left[(\beta_1^2+1) - 2\beta_1\Omega_{11}\right]2m\beta_2 - (\beta_2^2+1)\left[2m\beta_1 - (\beta_1^2+2m-1)\right]$$

Wielomian W(k) można ustawić według potęg η, jeżeli zauważyć, że β_n, α_n i γ_n zależą od η poprzez δ. Wobec tego można napisać

$$W^o(k) + W'(k),$$

gdzie:

$W'(k)$ - zawiera wyrazy z pierwszą i wyższymi potegami η, zaś

$W^o(k)$ - zawiera wyrazy podstawowe i ewentualnie wyrazy z potęgą η^{-1} również dla $\beta_n = \beta_n^o$.

Wyraz W (k) możemy pominąć i wówczas równanie dyspersyjne przybiera postać:

$$W^o(k) = 0. \tag{II.56}$$

Równanie (II.56) rozwiążemy metodą przybliżoną zakładając, że k można przedstawić jako sumę ko (wartości wektora falowego dla przypadku bez uwzględnienia piezoefektu) oraz k' (dodatek wynikający z uwzględnienia zjawiska piezoelektrycznego i stanów powierzchniowych). Oczywiście zachodzi relacja $k_o \gg k'$, więc dalej mamy:

$$W^o(k_o) + \left(\frac{\partial W^o}{\partial \beta_n}\right)\left(\frac{\partial \beta_n}{\partial k}\right)_{k=k_o} \cdot k' = 0,$$

stąd

$$\nu = \frac{-W^o(k_o)}{k_o\left(\frac{\partial W^o}{\partial \beta_n}\right)\left(\frac{\partial \beta_n}{\partial k}\right)_{k=k_o}}, \tag{II.57}$$

gdzie:

$$k' = k_o \nu$$

ν - jest względnym dodatkiem do wektora falowego wynikającym z uwzględnienia zjawiska piezoelektrycznego oraz przepływu nośników pomiędzy pasmami energetycznymi i poziomami powierzchniowymi. Wielkość ta jest oczywiście zespolona, a więc można napisać:

$$\nu = \nu_o + i\nu'$$

przy czym

$$\nu_o = \frac{\Delta v_s}{v_s^o}$$

gdzie:

v_s^o - prędkość propagacji fali powierzchniowej bez uwzględnienia piezoefektu,

ν' - współczynnik tłumienia na długości fali odniesiony do 2π.

Na podstawie (II.55) i (II.53) $W^o(k)$ można zapisać w następujący sposób:

$$W^o(k) = \left[-G_1K_c^{(1)}\Omega_{21} + 3\beta_1 + (1+\beta_1^2)\right]W_1^o - \left[G_2K_c^{(2)}\Omega_{22} + 3\beta_2\right]W_2^o + \eta^{-1}G_3\Omega_3^{-1}W_3$$

lub

$$W^o(k) = G_1K_c^{(1)}F_{21} + G_2K_c^{(2)}F_{22} + F_1 + \eta^{-1}G_3F_2, \tag{II.58}$$

gdzie:

$$\begin{aligned} F_{21} &= -\Omega_{21}W_1^o \\ F_{22} &= -\Omega_{22}W_2^o \\ F_1 &= \left[3\beta_1 + (1+\beta_1^2)\right]W_1^o - 3\beta_2W_2^o \\ F_2 &= \Omega_3^{-1}W_3 \end{aligned} \tag{II.59}$$

Zauważmy, że $W_3^o(k_o) = 0$, gdyż jest to wyznacznik warunków brzegowych bez uwzględnienia zjawiska piezoelektrycznego, ponadto zauważmy, że w wyrażeniu (II.58) wyrazem o największej wartości jest wyraz czwarty, możemy więc względem niego pominąć wyrazy pozostałe. Wobec powyższego licznik wyrażenia (II.57) ma postać:

$$W^o(k_o) = G_1K_c^{(1)}F_{21} + G_2K_c^{(2)}F_{22} + F_1, \tag{II.60}$$

zaś mianownik

$$M = -\eta^{-1}G_3(k_o)F_o, \tag{II.60a}$$

gdzie:

$$F_o = -\Omega_3^{-1}(k_o)\left[\frac{\partial W_3}{\partial\beta_1^o}k_o\left(\frac{\partial\beta_1^o}{\partial k}\right)_{k=k_o} + \frac{\partial W_3}{\partial\beta_2^o}k_o\left(\frac{\partial\beta_2^o}{\partial k}\right)_{k=k_o}\right]$$

a więc wzór (II.57) przybiera postać:

$$\nu = \eta(G_3^{-1}H_1 + K_cH_2) \tag{II.61}$$

We wzorze (II.61) uwzględniono, że $\frac{G_2}{G_3} = \frac{G_1}{G_3} \approx 1$ oraz $K_c^{(1)} = K_c^{(2)} = K_c$, poza tym wprowadzono oznaczenia:

$$H_1 = \frac{F_1}{F_o} \quad \text{i} \quad H_2 = \frac{F_{21} + F_{22}}{F_o} \tag{II.62}$$

Po odpowiednich obliczeniach otrzymujemy następujące wyrażenie na współczynnik tłumienia z uwzględnieniem wpływu stanów powierzchniowych:

$$\nu'' = \eta \left[\frac{\omega\tau_m (1+a)}{(1-\omega\tau_m b)^3 + \omega^2\tau_m^2 (1+a)^2} H_1 + \frac{\omega\tau_m}{1+\omega^2\tau_m^2} H_2 \right], \tag{II.63}$$

zaś na zmianę prędkości otrzymujemy:

$$\frac{\Delta v_s}{v_s^o} = \eta \left[\omega\tau_m \frac{\omega\tau_m (1+a)^2 - b(1-\omega\tau_m b)}{(1-\omega\tau_m b)^2 + \omega^2\tau_m^2 (1+a)^2} H_1 + \frac{\omega^2\tau_m^2}{1+\omega^2\tau_m^2} H_2 \right] \tag{II.64}$$

We wzorach powyższych wprowadzono oznaczenie $1 + kX_1 = 1 + a + ib$. Wzory (II.63) i (II64) przy założeniu zamrożenia stanów powierzchniowych przechodzą we wzory podane w pracy [10].

Zauważmy, że wzory (II.63) i (II.64) zawierają po dwa składniki, z których jeden zależy od stanów powierzchniowych, drugi zaś nie zależy. Celem zbadania wpływu stanów powierzchniowych na współczynnik tłumienia należy zbadać wzajemny stosunek obu składników.
Tak np. jeżeli $\beta_1 = 0.8$; $\beta_2 = 0.8$; $F_oH_1 = 0,3$; $F_oH_2 = 5$ natomiast dla CdS $F_oH_1 = 5$, zaś $F_oH_2 = 140$. Dla innych wartości β_1, β_2 otrzymuje się zawsze $F_oH_1 < F_oH_2$, co jest uzasadnione. W rozdziale I był podkreślony fakt, że w przypadku piezopółprzewodnika litego fala wnika na głębokość rzędu λ, wobec czego wpływ stanów powierzchniowych będzie mały.

Ze wzoru (II.63) widać, że w przypadku, gdy pierwszy składnik jest porównywalny z drugim stany powierzchniowe powodują przesunięcie maksimum pochłaniania. Bez uwzględnienia stanów powierzchniowych otrzymuje się maksimum pochłaniania dla $\omega\tau_m = 1$, zaś w obecności stanów powierzchniowych dla

$$\omega\tau_m = \frac{1}{\sqrt{1+b^2}} \quad \text{tzn.} \quad 1 = \omega\tau_m \sqrt{1+b^2},$$

czyli stany powierzchniowe powodują przesunięcie maksimum, tak jak gdyby wydłużył się czas relaksacji makswellowskiej. Mimo że w przypadku bez dryfu i uwzględnienia prądów dyfuzji wpływ stanów powierzchniowych jest niewielki i prawie zawsze można ich wpływ zaniedbać, rozważymy jeszcze wpływ stanów powierzchniowych na propagacje fali powierzchniowej z uwzględ-

nieniem dryfu i prądów dyfuzji. Zagadnienie to różni się w sposób istotny od poprzedniego z tego względu, że w przypadku istnienia prądów powierzchniowych warunek brzegowy dotyczący składowych prostopadłych wektora indukcji elektrycznej przyjmuje inną postać. Wobec czego warto zagadnienie to również rozważyć, chociaż najciekawszych wyników należy się spodziewać dopiero przy układzie piezoelektryk-półprzewodnik.

III. WPŁYW STANÓW POWIERZCHNIOWYCH Z UWZGLĘDNIENIEM DRYFU

1. Ustawienie równań i warunków brzegowych

Rozważymy obecnie wpływ stanów powierzchniowych na falę ultradźwiękową propagującą się w ośrodku piezopółprzewodnikowym z uwzględnieniem pola dryfu E_d, przyłożonego wzdłuż osi X. Wówczas równanie (II.4), po linearyzacji dla składowej X, przyjmuje postać:

$$j_1 = -\sigma_o \varphi_{,1} + q\mu f_o E_d \; n + q f_o D \; n_{,1} \tag{III.1}$$

wobec tego równania (II.9) i (II.13) przyjmą obecnie odpowiednio następujące postacie:

$$qn + \sigma\nabla^2 + q f_o \mu E_d \; n_{,1} - q f_o D \nabla^2 n = 0 \tag{III.2}$$

$$q\left[i\omega + i f_o \mu E_d k + f_o D k^2(\beta_n^2 - 1)\right] n = \sigma \nabla^2 \varphi \tag{III.3}$$

Z ostatniego równania mamy dalej:

$$n = \frac{\sigma_o \nabla^2}{i\omega q\left[1 + \frac{\omega_d}{\omega} - \frac{\omega}{\omega_o}(\beta_n^2 - 1)\right]} \varphi \tag{III.4}$$

gdzie:

$$\omega_d = f_o \mu E_d \cdot k$$

$$\omega_D = \frac{v_s^2}{f_o D}$$

Wprowadzimy oznaczenie

$$K^{(n)} = i\omega\left[1 + \frac{\omega_d}{\omega} - i\frac{\omega}{\omega_o}(\beta_n^2 - 1)\right] \tag{III.5}$$

Wówczas wzór (II.14) nie ulegnie zmianie i dalsze wywody paragrafu 1 i 2 w rozdziale II nie ulegają zmianie.

Obecnie przejdziemy do ustawienia warunków brzegowych zagadnienia. Warunek zerowania się naprężeń sprężystych

$$T_{3i} = 0; \quad i = 1,3 \tag{III.6}$$

oraz warunek ciągłości składowej stycznej natężenia pola elektrycznego

$$\varphi_{,1} = \varphi^{o}_{,1} \tag{III.7}$$

dalej są słuszne. Ponieważ jednak obecnie płyną prądy powierzchniowe(prąd dryfu i dyfuzji), obok nieciągłości składowej normalnej wektora indukcji elektrycznej winna być nieciągłą składowa styczna pola magnetycznego. Celem uwzględnienia tego faktu za A.B. Michajłowskim i E.A. Paszickim [24] warunek graniczny napiszemy w postaci:

$$\lim_{\delta \to 0} \left\{ \int_{-\frac{\delta}{2}}^{0} \operatorname{div}(\bar{D}_k + j_k)\, dz + \int_{0}^{\frac{\delta}{2}} \operatorname{div}(\bar{D}_k + \bar{j}_n)\, dz \right\} = 0 \tag{III.8}$$

Całkowanie odbywa się po cienkiej warstwie przejściowej o grubości δ. Wartość $\bar{D} + \bar{j}$ w próżni jest oczywiście równa D^{o}. Ponieważ składowe D_3, E_3, j_3 są nieciągłe na styku powierzchni półprzewodnika-próżnia, mamy

$$\lim_{\delta \to 0} \left\{ \int_{-\frac{\delta}{2}}^{0} (D_1 + \frac{i}{\omega} j_1)_{,1} d_z + \int_{0}^{\frac{\delta}{2}} \tau_o E^{o}_{1,1} d_z \right\} + \varepsilon_o E^{o}_3 - D_3 + \frac{i}{\omega} j_3 = 0 \tag{III.9}$$

Dalej w wyrażeniu (III.9) uwzględnimy następujące związki

$$\begin{aligned} D_{1,1} &= \varepsilon_o \varepsilon_{11} \varphi_{,11} + e_{15}(U_{1,31} + U_{3,11}) \\ E^{o}_3 &= -\varphi^{o}_{13} \\ D_3 &= -\varepsilon_3 \varepsilon_o \varphi_{,3} + e_{31} U_{3,1} + e_{33} U_{3,3} \\ j_1 &= -\sigma_o \varphi_{,1} + q\mu E_d n_s + qDn_{s,1} \end{aligned} \tag{III.10}$$

oraz

$$\frac{i}{\omega} j_3 = q \cdot n_s,$$

przy czym koncentracja nośników n_s dana jest wyrażeniem (II.40), w którym należy uwzględnić, że obecnie j_1 dane jest wzorem (III.1). Po odpowiednich przekształceniach związek (II.40) ma teraz postać:

$$n_s = \frac{-k\sigma}{\delta_q \omega\left[\gamma + k\varkappa_1 + i\frac{\omega}{\omega_o}\right]}\varphi \qquad \text{(III.11)}$$

Uwzględniając w (III.9) związki (III.10), (III.11) i (III.4), po przekształceniach mamy:

$$\lim_{\delta\to 0}\left\{\int_{-\frac{\delta}{2}}^{0}\left[\varepsilon\varepsilon_o k^2\left(1 + i\frac{\omega_c}{\omega}\right)\varphi + e_{15}(U_{1,3} + U_{3,1})_{,1} - \left(\frac{\omega_d}{\omega} + i\frac{\omega}{\omega_o}\right)\cdot\right.\right.$$

$$\left.\left.\cdot\frac{k\sigma_o}{iq\omega\left(\gamma + k\varkappa_1 + i\frac{\omega}{\omega_o}\right)}\varphi\right]dz - \varepsilon_o k^2\int_0^{\frac{\delta}{2}}\varphi^o d_z\right\} + \qquad \text{(III.12)}$$

$$+\ \varepsilon\varepsilon_o k\left[\frac{1+\varepsilon\beta_n}{\varepsilon} - \frac{\omega_c}{i\omega\left(\gamma + k\varkappa_1 + i\frac{\omega}{\omega_D}\right)}\right]\varphi - e_{31}U_{1,1} - e_{33}U_{3,3}$$

Zauważmy, że funkcje U_1, U_3, φ, φ^o są ciągłe, wobec tego odpowiednie granice całek dają zera, a więc otrzymamy:

$$\varepsilon\varepsilon_o k\left[(1+\varepsilon\beta_n)/\varepsilon - \frac{\omega_c}{i\omega\left(\gamma + k\varkappa_1 + i\frac{\omega}{\omega_o}\right)}\right]\varphi - e_{31}U_{1,1} - e_{33}U_{3,3} = 0,$$

zaś po dalszych przekształceniach

$$\varepsilon\varepsilon_o k\left[\frac{i\,\omega_c}{\omega\left(\gamma + k\varkappa_1 + i\frac{\omega}{\omega_o}\right)} + \frac{1+\varepsilon\beta_n}{\varepsilon}\right]\varphi - e_{31}U_{1,1} - e_{33}U_{3,3} = 0 \qquad \text{(III.13)}$$

Wprowadzając oznaczenie jak w rozdziale drugim (wzór II.44) otrzymujemy wyrażenie identyczne z (II.43a)

$$-\varepsilon_o\varepsilon k G_n\varphi + e_{31}U_{1,1} - e_{33}U_{3,3} = 0,$$

przy czym teraz

$$G_n = \frac{i\,\omega_c}{\omega\left(\gamma + k\varkappa_1 + 1\frac{\omega}{\omega_D}\right)} + \frac{1+\varepsilon\beta_n}{\varepsilon} \qquad \text{(III.14)}$$

lub

$$G_n = \frac{\omega_c}{i\omega\left(\gamma + k\varkappa_1 + i\frac{\omega}{\omega_D}\right)}\left[1 + i\omega\tau\left(\gamma + k\varkappa_1 + i\frac{\omega}{\omega_D}\right)\frac{1+\varepsilon\beta_n}{\varepsilon}\right]$$

2. Rozwiązanie problemu i dyskusja

Dalsze rozważania będą takie same jak w rozdziale drugim aż do wzorów (II.60) i (II.60a).

Uwzględniając (II.60) i (II.60a) we wzorze (II.57) mamy:

$$\nu = \eta F_o^{-1} G_3^{-1}(k_o)\left[G_1 K_c^{(1)} F_{21} + G_2 K_c^{(2)} F_{22} + F_1\right] \qquad \text{(III.15)}$$

Ponieważ $\frac{G_1}{G_3} \approx \frac{G_2}{G_3} \approx 1$ oraz $\frac{\omega}{\omega_D} \ll 1$ wobec tego otrzymujemy:

$$\nu = \eta\left[G_3^{-1} H_1 + K_c H_2\right] \qquad \text{(III.15a)}$$

Stąd zaś mamy:

$$\nu' = \eta\left\{\frac{\omega\tau_m(\gamma+a)}{(1+\omega\tau_m b)^2 + \omega^2\tau_m^2(\gamma+a)^2} H_1 + \frac{\omega\tau_m\gamma}{1+\omega^2\tau_m^2\gamma^2} H_2\right\} \qquad \text{(III.16)}$$

oraz

$$\nu' = \eta\left\{\frac{\omega\tau_m\left[\omega\tau_m(\gamma+a)^2 - b(1-b\omega\tau_m)\right]}{(1-\omega\tau_m b)^2 + \omega^2\tau_m^2(\gamma+a)^2} H_1 + \frac{\omega^2\tau_m^2\gamma^2 \cdot H_2}{1+\omega^2\tau_m^2\gamma^2}\right\} \qquad \text{(III.17)}$$

Ze wzorów (III.16) i (III.17) widzimy, że podobnie jak w przypadku bez dryfu i dyfuzji składają się one z dwu składników.

Rozważymy interesujący nas przypadek, gdy H_1 jest niewiele tylko mniejsze od H_2. Wówczas stany powierzchniowe uwidaczniają swój wpływ na propagację fali powierzchniowej. Ze wzoru (III.16) wynika przesunięcie pola dryfu w stronę większych wartości, gdy prędkość dryfu $v_d = v_s^o$. Wówczas współczynnik pochłaniania nie jest równy zeru, lecz zależy silnie od parametrów określających stany powierzchniowe, a mianowicie

$$\nu'_{\gamma=0} = \eta\,\frac{\omega\tau_m\gamma}{(1+\omega\tau_m b)^2 + \omega^2\tau_m^2 a^2}, \qquad \text{(III.18)}$$

gdzie jak wiadomo

$$a = \frac{q}{v_s^o} \cdot \frac{\omega\tau}{1+\omega^2\tau^2} \qquad \text{(III.18a)}$$

$$b = \frac{q}{v_s^o} \cdot \frac{\omega^2\tau^2}{1+\omega^2\tau^2} \qquad \text{(III.18b)}$$

Dla $v_d > v_s^o$ wpływ drugiego składnika (wtedy ujemnego) na współczynnik tłumienia będzie stopniowo wzrastał i przy pewnej wartości $v_{d_{kr}}$ większej od $v_d = v_s^o$ i mniejszej od $v_d = v_s^o(1+a))$ otrzymamy zerowanie się współczynnika tłumienia, zaś przy jeszcze większych wartościach prędkości dryfu wystąpi przekazywanie pędu od elektronów do fali. Charakterystyczna dla rozważanego przypadku jest zależność prędkości krytycznej dryfu $v_{d_{kr}}$ od częstotliwości, gdyż

$$a = \frac{q}{v_s^o} \cdot \frac{\omega\tau}{1 + \omega^2\tau^2}$$

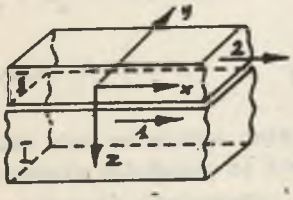
Dla fal objętościowych, przy uwzględnieniu pułapek wewnątrz półprzewodnika, również się otrzymuje przesunięcie pola dryfu, lecz efekt ten występuje wyłącznie w przypadku inercyjnego pułapkowania ($\omega\tau \gg 1$).

Zauważmy jeszcze, że największe przesunięcie pola dryfu otrzymamy wówczas, gdy $\omega\tau \approx 1$.

IV. WPŁYW POWIERZCHNIOWEGO PUŁAPKOWANIA NA PROPAGACJE W PRZYPADKU UKŁADU PIEZOELEKTRYK-PÓŁPRZEWODNIK

1. Sformułowanie problemu

Obecnie przystąpimy do rozwiązania problemu wpływu stanów powierzchniowych na propagację fali w piezoelektryku, na który nałożony jest półprzewodnik. Jeżeli półprzewodnik nie wykazuje własności piezoelektrycznych, to wówczas może on być nałożony bezpośrednio na podłoże piezoelektryczne, gdy zaś wykazuje własności piezoelektryczne, musi być spełniony dodatkowy warunek niewystępowania kontaktu akustycznego pomiędzy obu materiałami.



Rys. 3

I - piezodielektryk, II - półprzewodnik, 1 - kierunek propagacji fali, 2- kierunek dryfu elektronów

Przyjmiemy tak jak poprzednio, że oś $z=x_3$ jest skierowana na zewnątrz piezoelektryka, czyli do półprzewodnika (rys. 3), fala propaguje się w płaszczyźnie xy w kierunku $x=x_1$. Piezoelektryk nazwiemy ośrodkiem pierwszym, zaś półprzewodnik ośrodkiem drugim.

W piezoelektryku propagacja fali będzie opisana równaniami:

$$\rho \frac{\partial^2 U_i}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma_{ik}}{\partial x_k}$$

$$\sigma_{ik} = C_{iklm} \cdot U_{lm} - e_{jik} E_j \qquad \text{(IV.1)}$$

$$D_n = e_{nlm} U_{lm} - \varepsilon_{jm} E_j$$

$$\operatorname{div} \bar{D}^{(1)} = 0,$$

zaś w półprzewodniku sprzężone z falą pole elektryczne i wywołane nim prądy równaniami:

$$\operatorname{div} \bar{D}^{(1)} = qn$$

$$j_k = \sigma_{ik} E_i^{(2)} + qfD_{ik} \frac{\partial n}{\partial x_i} \qquad \text{(IV.2)}$$

$$\frac{\partial j_k}{\partial x_k} = q \frac{\partial n}{\partial t} = 0$$

Propagację fali w piezoelektryku opiszemy wzorami wyprowadzonymi w rozdziale II przy założeniu braku nośników prądu. W szczególności należy to uczynić we wzorach opisujących amplitudy potencjału akustycznego ϕ i potencjału elektrycznego φ oraz we wzorze na dodatek δ_n do wielkości β_n^o.

Pole wytworzone w piezoelektryku wnika do półprzewodnika, w którym jest opisane równaniami (IV.2). Z równań tych możemy wyznaczyć wykładnik zanikania pola w głąb półprzewodnika oraz stosunek amplitud potencjału i koncentracji nadmiarowej nośników.

Wiadomo, że rozwiązaniem równania Laplace a $\operatorname{div} \bar{D} = 0$ jest funkcja $\varphi = C_4 \exp(-kz)$. Podstawmy do trzeciego z równań (IV.2) pierwsze dwa, wówczas otrzymamy równanie

$$-\omega_c \cdot n + f_o \mu E_d n_{,1} + f_o D n_{,kk} - \dot{n} = 0 \qquad \text{(IV.3)}$$

Uwzględniając w ostatnim równaniu, że n jest funkcją periodyczną czasu oraz zanikającą wraz ze wzrostem z $\exp(-\alpha kz)$ mamy:

$$-\omega_c \cdot n + ikf_o \mu E_d \cdot n + k^2(\alpha^2 - 1) f_o D n + i\omega n = 0,$$

stąd otrzymujemy:

$$\alpha^2 = \frac{1 + r_D^2 k^2}{r_D^2 k^2} - i \frac{\omega_D}{\omega} \gamma \qquad \text{(IV.4)}$$

Biorąc pod uwagę, że

$$qn = H\exp\left[-\alpha kz + i(kx - \omega t)\right], \qquad \text{(IV.5)}$$

a więc jako szczególne rozwiązanie równania Poissona z układu (IV.2) możemy przyjąć funkcje

$$\varphi_\alpha^{(2)} = C_5 \exp(-\alpha kz) \exp\left[i(kx - \omega t)\right],$$

zaś ogólnym jego rozwiązaniem będzie funkcja

$$\varphi^{(2)} = \varphi_k^{(2)} + \varphi_\alpha^{(2)} = \left[C_4 \exp(-kz) + C_5 \exp(-\alpha kz) \exp i(kx - \omega t)\right] \qquad \text{(IV.6)}$$

W przypadku $r_D k \ll 1$ funkcja $\varphi_\alpha^{(2)}$ maleje dużo szybciej niż funkcja $\varphi_k^{(2)}$, możemy wówczas przyjąć $\varphi^{(2)} = \varphi_k^{(2)}$. Wtedy koncentrację nośników można przedstawić funkcją:

$$n = H\exp\left[i(kx - \omega t)\right] \qquad \text{(IV.7)}$$

Ponieważ pole na głębokościach większych niż r_D (co do rzędu wielkości) jest ekranowane, zaś na tej odległości potencjał $\varphi^{(2)}$ mało się zmienia, uzasadnione jest przejęcie zmiany koncentracji nadmiarowej tylko ze współrzędną x i czasem.

Rozważymy obecnie dwa przypadki: pierwszy (prostszy w rachunkach), gdy $V_D k \ll 1$ oraz drugi, gdy $r_D k$ dowolne.

2. Rozwiązanie problemu dla przypadku $r_D k \ll 1$

Celem wyznaczenia amplitudy H poprzez amplitudę C_4 wykorzystamy warunek brzegowy, że na powierzchni nadmiarowa koncentracja nośników w paśmie przewodnictwa ulega zmianie wskutek przejścia części nośników na poziomy powierzchniowe. Wobec tego mamy:

$$- q \frac{\partial n_s}{\partial t} - q \frac{\partial n_v}{\partial t} + j_{1,1} \tag{IV.8}$$

Wykorzystując we wzorze (IV.8) wyrażenie na $j_{1,1}$ oraz zależność pomiędzy n_v i n_s otrzymamy:

$$n_s = - \frac{k \delta_o}{i \omega q (\gamma + k \Gamma_1)} \varphi^{(2)}, \tag{IV.9}$$

przy czym we wzorze ostatnim uwzględniono, że $\frac{\omega}{\omega_D} \ll 1$, ponieważ już poprzednio założono, że $\lambda \gg r_D$.

Równanie dyspersyjne otrzymamy jak w poprzednich rozdziałach z warunków brzegowych: zanikania składowych naprężeń oraz nieciągłości składowych prostopadłych indukcji elektrycznej danych wzorem (III.9).

Uwzględniając wyrażenia obecnie słuszne dla wektora indukcji

$$D_3^{(2)} = -\varepsilon_o \varepsilon_2 \varphi_{,3}^{(2)} = \varepsilon_o \varepsilon_2 k \varphi^{(2)}$$

$$D_3^{(1)} = -\varepsilon_o \varepsilon_1 \varphi_{,3}^{(1)} + e_{31} U_{1,1} + e_{33} U_{3,3} = -\varepsilon_o \varepsilon_1 \beta_n k \varphi^{(1)} + e_{32} U_{1,1} + e_{33} U_{3,3}$$

$$D_1^{(1)} = -\varepsilon_o \varepsilon_1 \varphi_{,1}^{(1)} + e_{15}(U_{1,3} + U_{3,1}) + -i \varepsilon_o \varepsilon_1 k \varphi^{(1)} + e_{15}(U_{1,3} + U_{3,1})$$

$$D_1^{(2)} = -\varepsilon_o \varepsilon_2 \varphi_{,1}^{(2)} = -i \varepsilon_o \varepsilon_2 k \varphi^{(2)}$$

oraz zależność (IV.9), po przekształceniach mamy:

$$\varepsilon \varepsilon_1 k \left[\left(\beta_n + \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}\right) - i \frac{\omega_c}{i\omega(k + k\Gamma_1)} \cdot \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \right] \varphi^{(1)} - e_{31} U_{1,1} - e_{33} U_{3,3} = 0 \tag{IV.10}$$

Wprowadzając oznaczenie

$$G_n = \left[\left(\rho_n + \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}\right) - \frac{\omega_c}{i\omega(\gamma + k\chi_1)} \cdot \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \right] \tag{IV.11}$$

otrzymujemy wyrażenie identyczne z (II.43a), wobec czego dalsze wywody sprowadziliśmy do wywodów rozdziału II. Po wykonaniu odpowiednich wyliczeń otrzymamy:

$$\nu'' = \eta H_1 \frac{\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \omega\tau_m (\gamma + a)}{\left[1 + \omega\tau_m b\left(1 + \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}\right)\right]^2 + \omega^2 \tau_m^2 (\gamma + a)^2 \left(1 + \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}\right)^2} \tag{IV.12}$$

dla współczynnika tłumienia i

$$\frac{\Delta v_s^o}{v_s^o} = \eta \left[H_2 - H_1 \frac{\omega\tau_m \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \left\{ \omega\tau_m \left(1 + \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}\right) (\gamma + a)^2 + b\left[1 + b\omega\tau_m \left(1 + \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}\right)\right] \right\}}{\left[1 + \omega\tau_m b\left(1 + \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}\right)\right]^2 + \omega^2 \tau_m (\gamma + a)^2 \left(1 + \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}\right)^2} \right] \tag{IV.13}$$

dla zmiany prędkości propagacji.

3. Rozwiązanie problemu gdy $r_D k$ przyjmuje dowolne wartości

W rozważanym obecnie przypadku potencjał elektryczny przedstawiony będzie wzorem (IV.6), zaś zmiany koncentracji nadmiarowej wzorem (IV.5). Celem wyrażenia współczynników C_4, C_5 i H poprzez współczynniki Ci (i = 1,2,3) weźmiemy pod uwagę warunek brzegowy ciągłości składowych stycznych natężenia pola elektrycznego $\varphi_{,1}^{(1)} = \varphi_{,1}^{(2)}$, warunek (IV.8) oraz związek $\Delta\varphi^{(2)} = \frac{q}{\varepsilon_2 \varepsilon_0} n$. Z tych zależności otrzymujemy

$$C_4 + C_5 = \sum_{i=1}^{3} C_i$$

$$k^2(\alpha^2 - 1)\, C_5 = \frac{q}{\varepsilon_2 \varepsilon_0} H \tag{IV.14}$$

$$H = -\frac{\sigma k^2}{iq\omega\left(\gamma + k\chi_1 + i\frac{\omega}{\omega_D}\right)}$$

Po rozwiązaniu układu (IV.14) mamy:

$$C_4 = (1 - h) \sum C_i$$
$$C_5 = h \sum C_i \tag{IV.15}$$

$$H = \frac{\varepsilon_2 \varepsilon_o}{q\, r_D^2}\, h \sum C_2, \tag{IV.15}$$

gdzie:

$$h = \frac{1}{\omega\tau_m\left[\left(\frac{\omega}{\omega_D} + b\right) + i(\gamma + a)\right]\alpha_r^2}$$

Obecnie warunek brzegowy (IV.10) przyjmie postać

$$\varepsilon_o \varepsilon_1 k \left\{(C_4 + \alpha C_5)\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} + \beta_n - \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}\frac{\omega_c}{i\omega(\gamma + k\chi_1 + i\frac{\omega}{\omega_D})}\right\}\varphi^{(1)} + - e_{31}U_{1,1} - e_{33}U_{3,3} = 0 \tag{IV.16}$$

Wprowadzając oznaczenie

$$G_n = (C_4 + \alpha C_5)\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} + \beta_n - \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}\cdot\frac{\omega_c}{i\omega(\gamma + k\chi_1 + i\frac{\omega}{\omega_D})}$$

warunek (IV.16) otrzymuje postać (II.43a).

Po odpowiednich wyliczeniach mamy na współczynnik tłumienia wzór następujący:

$$\nu' = \eta H_1 \frac{\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}\omega\tau_m(\gamma + a)\left\{1 + \frac{(\gamma + a)}{\alpha_r\omega\tau_m\left[(\gamma+a)^2 + (\frac{\omega}{\omega_D} + b^2\right](1 + \frac{\alpha_m}{\alpha_r^2})}\right\}}{\left\{1 + \omega\tau_m b_2\left[(\frac{\omega}{\omega_D} + b)\frac{b_1}{b_2} + (\gamma + a)\right]\right\}^2 + \omega^2\tau_m^2 b_2^2\left[(\frac{\omega}{\omega_D} + b)\frac{b_1}{b_2}(\gamma + a)\right]^2\right\}} \tag{IV.17}$$

gdzie:

$$\alpha_r = \alpha_r + \alpha_m$$

$$\frac{b_1}{b_2} = \frac{\alpha_m}{\alpha_v} + \left(1 + \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}\right)\alpha_r\left(1 + \frac{\alpha_m^2}{\alpha_r^2}\right)(\gamma + a)\omega\tau_m$$

$$b_2 = \frac{\left[(\gamma + a) - \frac{\alpha_m}{\alpha_r}\left(\frac{\omega}{\omega_r} + b\right)\right]}{\omega\tau_m^2\alpha_r\left[(\gamma + a)^2 + (\frac{\omega}{\omega_D} + b)^2\right]\left(1 + \frac{\alpha_m^2}{\alpha_1^2}\right)}$$

Otrzymany wzór (IV.17) przy założeniu $r_D k \ll 1$, tzn. $\alpha_r \to 0$ przechodzi we wzór (IV.12) otrzymany poprzednio.

4. Dyskusja otrzymanych wyników

Ze wzoru (IV.17) wynika możliwość wystąpienia dwu progów ograniczających przedział wzmocnienia fali powierzchniowej od strony małych i dużych natężeń pola dryfu. Pierwszy próg, gdy $\gamma + a = 0$ występuje przy takim natężeniu pola dryfu, powyżej którego elektrony przekazują pęd fali; powyżej drugiego progu ponownie występuje tłumienie - przekazywanie pędu od fali do nośników.

Pierwszy próg występuje podobnie jak w przypadku $r_D k \ll 1$ dla pola dryfu

$$E_{d_{kr}} = \frac{v_s^o}{\mu}(1+a) = \frac{v_s^o}{\mu}\left(1 + \frac{g}{v_s^o} \cdot \frac{\omega\tau}{1+\omega^2\tau^2}\right) \qquad (IV.18)$$

Widzimy więc, że stany powierzchniowe w sposób zasadniczy wpływają na przesunięcie pola dryfu w stronę większych wartości natężenia pola. Ponadto stany powierzchniowe wpływają na wartość współczynnika tłumienia (wzmocnienia) przy pozostałych parametrach niezmienionych oraz na położenie jego maksimum na osi $\omega\tau_m$. Łatwo się przekonać ze wzoru (IV.12), że maksimum współczynnika tłumienia występuje dla

$$\omega\tau_m = \frac{1}{\left(1 + \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}\right)\left[b^2 + (\gamma+a)^2\right]^{1/2}} \qquad (IV.19)$$

Podobnie występuje przesunięcie maksimów współczynnika tłumienia (wzmocnienia) w zależności od wartości $(\gamma+a)$. Maksimum to otrzymuje się dla następującej wartości

$$\gamma + a = \frac{1}{\omega\tau_m\left(1 + \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}\right)} + \frac{g}{v_s^o} \cdot \frac{\omega\tau}{1 + \omega^2\tau^2} \qquad (IV.20)$$

Zauważmy ponadto, że dla odpowiednio dużych wartości $r_D \cdot k$ w nawiasie sześciennym licznika wzoru (IV.17) można pominąć jedynkę i wówczas współczynnik tłumienia będzie zależał od $(\gamma+a)^2$, czyli nie wystąpi zjawisko wzmocnienia. Ten fakt, jak również fakt wystąpienia dwu progów wzmocnienia nie wynikają z istnienia stanów powierzchniowych, lecz z uwzględnienia zmiany nadmiarowej koncentracji nośników wraz ze współrzędną "z", tzn. z uwzględnienia prądów dyfuzyjnych. Należy jednak podkreślić, że stany powierzchniowe choć nie są bezpośrednią przyczyną wystąpienia tych zjawisk, to wpływają na nie w zasadniczy sposób.

Zależność progowego natężenia pola dryfu $E_{d_{kr}}$ od wielkości g i τ, charakteryzujących stany powierzchniowe, pozwala zaproponować akustyczną

metodę pomiaru tych wielkości. Względna zmiana wartości progowej natężenia pola dryfu wywołana stanami powierzchniowymi ma postać:

$$\frac{\Delta E_{d_{kr}}}{E^{o}_{d_{kr}}} = \frac{g}{v^{o}_{s}} \cdot \frac{\omega\tau}{1 + \omega^{2}\tau^{2}} \qquad \text{(IV.21)}$$

Jak widać z wyrażenia (IV.21) zależność $\frac{\Delta E_{d_{kr}}}{E^{o}_{d_{kr}}}$ od $\omega\tau$ jest typu relaksacyjnego, przy czym maksimum krzywej relaksacyjnej wynosi $\frac{1}{2} \cdot \frac{g}{v^{o}_{s}}$. Wobec tego, wyznaczając zależność $E_{d_{kr}}$ od $\omega\tau$ możemy wyznaczyć czas relaksacji oraz wartość g. Celem wyznaczenia $E_{d_{kr}}$ należy wyznaczyć zależność współczynnika pochłaniania od natężenia pola dryfu. Ponieważ pomiary współczynnika pochłaniania fal powierzchniowych są pomiarami stosunkowo prostymi, metoda proponowana będzie metodą wygodną.

Przedstawiona wyżej propozycja wraz z zaproponowaną wcześniej przez autora [25] akustyczną metodą wyznaczania elektrostatycznego potencjału powierzchniowego mogą znaleźć zastosowanie w fizyce powierzchni. Tym bardziej, że metoda akustyczna wyznaczania parametrów stanów powierzchniowych jest metodą pomiarową na wysokich częstotliwościach i chyba jedyną na takich częstotliwościach.

W pracy [14] M.K. Bałakiriew i in. doszli do przekonania, że drugi próg dla wzmocnienia fali akustycznej jest spowodowany wyłącznie stanami powierzchniowymi. Wyżej zostało wykazane, że interpretacja taka nie jest w pełni słuszna. Zresztą autorzy obrazują zjawiska wykresami - praca [14], rys. 3 czynią to właśnie dla $r_D \cdot k = 5$ (wg oznaczenia autorów kR = 5) - co zapewnia wystąpienie efektu. Fakt, że efekt dwu progów jest wywołany przede wszystkim prądami dyfuzyjnymi widać również ze wzoru (9) wspomnianej pracy. Jeżeli we wzorze tym położyć $r_D k \to 0$, to otrzymuje się wzór podobny do wzoru (IV.12), lecz bez uwzględnienia dryfu i stanów powierzchniowych, tzn. dla $\gamma = 0$ i $a = b = 0$, a więc dla $r_D k \to 0$ rozwiązanie M.K. Bałakiriewa i in. z pracy [14] nie jest słuszne, gdyż nie tylko, że nie uwzględnia wpływu stanów powierzchniowych ale również i wpływu dryfu. Wobec tego metoda rozwiązania zagadnienia zaproponowana przez autorów pracy [14] nie uwzględnia wszystkich aspektów rozważanego zagadnienia i prowadzi do niesłusznego wniosku, że wystąpienie dwu progów jest spowodowane stanami powierzchniowymi.

Dlatego też interpretacje wyników eksperymentalnych otrzymanych przez S.W. Bogdanowa i in. w pracy [15] dotyczących występowania dwu progów należy przeprowadzić bardziej ostrożnie. Przede wszystkim należy zauważyć, że na podstawie danych zawartych w pracy (n-Si $n = 6.10^{14}$) można wyliczyć iż $\alpha_r \approx 10^5$, co oznacza, że we wzorze (IV.17) można w liczniku pominąć wyraz dający drugi próg.

Wobec czego, przyjmując bezsprzeczny wpływ stanów powierzchniowych na pracę wzmacniacza akustoelektrycznego, wystąpienie drugiego progu należałoby starać się wytłumaczyć inną przyczyną.

PODSUMOWANIE

Dotychczasowe badania [26] nad zjawiskiem akustoelektrycznym fal powierzchniowych wykazują przesunięcie wartości natężenia pola dryfu, przy której współczynnik tłumienia znika oraz istnienie w niektórych przypadkach jeszcze drugiej wartości pola dryfu, przy której następuje przejście ze wzmocnienia ponownie na tłumienie fali w wyniku jej oddziaływania z elektronami. Wspomniane fakty stały się inspiracją niniejszej pracy. Ponieważ w czasie pracy nad zagadnieniem ukazała się omawiana wyżej praca M.K. Bałakiriewa i in. [14], której wniosek dotyczący powstania drugiego progu, w wyniku działania wyłącznie stanów powierzchniowych nie wydawał się słusznym, postanowiono zbadań zjawisko wpływu stanów powierzchniowych na propagację fali powierzchniowej bardziej kompleksowo.

W rozdziale II przedstawiono metodę rozwiązania zagadnienia na możliwie prostym przykładzie. W wyniku zastosowania odpowiedniej metody otrzymano stosunkowo proste wyrażenia analityczne na współczynnik tłumienia i i zmianę prędkości. W rozdziale III omówiono wpływ stanów powierzchniowych na propagację fali powierzchniowej w piezopółprzewodniku z uwzględnieniem dryfu i prądów dyfuzyjnych. Z odpowiednich wyrażeń wynika, że wpływ stanów powierzchniowych w przypadku piezopółprzewodnika jest niewielki. Wykazano, że pułapkowanie nośników na stanach powierzchniowych prowadzi do przesunięcia progowego pola dryfu w kierunku większych wartości. O wiele bardziej interesujące wnioski można wyciągnąć z rozważań dotyczących propagacji w układach piezodielektryk-półprzewodnik. Zagadnienie to podzielono w rozważaniach na dwa etapy: pierwszy dotyczył zbadania wpływu stanów powierzchniowych na propagację, gdy $r_D k \ll 1$ (r_D - promień Debye'a k-liczba falowa) w tym przypadku nie uwzględnia się prądów dyfuzji nośników. Etap drugi obejmował przypadek zupełnie ogólny.

W wyniku rozważań wykazano, że stany powierzchniowe powodują również w tych przypadkach przesunięcie wartości progowej natężenia pola dryfu oraz że w wyniku uwzględnienia prądów dyfuzyjnych występuje drugi próg, po przekroczeniu którego fala ponownie jest tłumiona. Stany powierzchniowe wpływają na wartość drugiego progu, lecz nie są jego bezpośrednią przyczyną, jak to wnioskowano w pracy [14]. W rozdziale IV wykazano ponadto, że z rozważania M.K. Bałakiriewa i in. [14] nie dają prawidłowego wyrażenia na współczynnik tłumienia w przypadku $r_D k \ll 1$ i dlatego autorzy ci wyciągnęli niesłuszny wniosek odnośnie przyczyny wystąpienia drugiego progu.

W rozdziale IV wskazano również na możliwość wyznaczenia wielkości charakteryzujących stany powierzchniowe metodą akustyczną. Jest to jedyna metoda wyznaczenia tych wielkości na wysokich częstotliwościach. Znane dotąd metody pomiaru efektywnego czasu życia nośników nadmiarowych z widmowej zależności fotoprzewodnictwa, efektu fotogalwanomagnetycznego, czy efektu magnetokoncentracji są bądź metodami statycznymi, bądź dynamicznymi, ale dla małych częstotliwości.

LITERATURA

[1] Gulajew J.W., Pustowit W.I.: Ż.E.T.F. 47, 12, 2251 (1964).

[2] Gulajew J.W., Karabanow A.J.: F.T. Połp. 1, 5, 753 (1967).

[3] Yoshida K., Yamanishi M.: Japan J. Appl. Phys. 7, 9, 1143 (1968).

[4] Kaliski S.: Biul. WAT, XIV, 9 (1965).

[5] Kaliski S.: Biul. WAT. XVII, 1 (1968).

[6] Kaliski S.: Biul. WAT, XVII, 4 (1968).

[7] Collins J.H., Lakin K.M., Qiate C.F., Shoe H.T.: Appl. Phys. Lett. 13, 9, 314 (1968).

[8] Fischer C., Yando S.: Appl. Phys. Let. 15, 11, 336 (1969).

[9] Bogdanow S.W., Jakowkin J.B.: F.T. Połp. 3, 4, 589 (1969)

[10] Gulajew J.W., Karabanow A.J., Kmita A.M., Medwied A.W.,Tursunow Sz.S F.T.T. 12, 9, 2595 (1970).

[11] Karpuszin A.A., Sawwejnych S.K.: F.T.T. 9, 1, 1141 (1967).

[12] Wiktorow J.A., Tałaszew A.A.: A. Żur. XVIII, 2, 107 (1972).

[13] Bers A., Cafarella J.H., Burke B.E.: Appl. Phys. Let. 8, 22, 399 (1973).

[14] Bałakiriew M.K., Bogdanow S.W., Lewin M.D.: F.T.T. 16, 6, 1668(1974)

[15] Bogdanow S.W., Bojarskij A.M., Lewin M.D., Jakowkin J.B.: F.T. Półp. 9, 5, 830 (1975).

[16] Gulajew J.W. Prokłow W.W.: F.T. Połp. 1, 10, 1496 (1967).

[17] Gulajew J.W.: F.T. Półp. 2, 5, 628 (1968).

[18] Kałasznikow S.G., Marozow A.J., Stankowskij B.A., Archipow A.N.: F.T Popł. 6, 8, 1472 (1972).

[19] Gulajew J.W., Listwina M.N.: F.T. Połp. 6, 11, 2169 (1972).

[20] Many A., Goldstein Y.. Grover N.B.: Semiconductor Surface North-Holland Publ. Comp. 1971).

[21] Rżanow A.W.: Elektronnyje processy na powierchnosti półprowodnikow. Nauka, Moskwa, 1971.

[22] Kiselew W.F.: Powierchnostnyje jawlenija w połuprowodnikach i dielektrikach. Nauka, Moskwa 1970.

[23] Wiktorow J.A.: Dokł. A.N. SSSR, 178, 6, 1281 (1968).

[24] Michajłowskij A.G., Paszicki E.A.: Ż.E.T.F. 6, 48, 787 (1965).

[25] Opilski A.: Arch. Ak. (wersja angielska), 1 (1976).

[26] Bogdanow S.W. Bojarskij A.M., Lewin M.D., Malin W.J. i in.: Mikroelektronika, 3 (1974).

WPŁYW STANÓW POWIERZCHNIOWYCH NA PROPAGACJE POWIERZCHNIOWEJ FALI ULTRA - I HIPERDŹWIĘKOWEJ W PÓŁPRZEWODNIKACH

S t r e s z c z e n i e

W pracy zbadano wpływ stanów powierzchniowych warstwy półprzewodnikowej naniesionej na podłoże piezoelektryczne na propagację fali powierzchniowej. Rozwiązanie zagadnienia pozwoliło zaproponować metodę wyznaczania parametrów charakteryzujących stany powierzchniowe cienkiej warstwy półprzewodnikowej.

ВЛИЯНИЕ ПОВЕРХНОСТНОГО ЗАХВАТА НОСИТЕЛЕЙ ТОКА НА РАСПРОСТРАНЕНИЕ УЛТРА И ГИПЕРЗВУКОВЫХ ВОЛН В ПОЛУПРОВОДНИКЕ

Р е з ю м е

Рассмотрено влияние поверхностного захвата носителей тока на распространение релеевских волн либо в пьезополупроводнике либо в слоистой системе пьезоэлектрик-полупроводник. Показано, что можно использовать акустический метод к исследованию характеристических параметров состояний полупроводниковой плёнки.

EFFECTS OF THE SURFACE STATES ON THE SURFACE WAVE PROPAGATION

S u m m a r y

In this work the influence of the surface states in the thin films of semiconductors on the surface wave propagation was investigated. The suggestion of the determination of the characteristic parameters of the surface states of the thin films of semiconductor is given.

ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ
ukazują się w następujących seriach:

A. AUTOMATYKA
B. BUDOWNICTWO
Ch. CHEMIA
E. ELEKTRYKA
En. ENERGETYKA
G. GÓRNICTWO
H. HUTNICTWO
IS. INŻYNIERIA SANITARNA
JO. JĘZYKI OBCE
MF. MATEMATYKA-FIZYKA
M. MECHANIKA
NS. NAUKI SPOŁECZNE
O. ORGANIZACJA

Dotychczas ukazały się następujące zeszyty serii MF:

Matematyka-Fizyka z. 1, 1961 r., s. 48, zł 3,—
Matematyka-Fizyka z. 2, 1963 r., s. 91, zł 5,65
Matematyka-Fizyka z. 3, 1963 r., s. 56, zł 3,—
Matematyka-Fizyka z. 4, 1964 r., s. 96, zł 5,15
Matematyka-Fizyka z. 5, 1964 r., s. 79, zł 4,90
Matematyka-Fizyka z. 6, 1965 r., s. 143, zł 6,—
Matematyka-Fizyka z. 7, 1965 r., s. 62, zł 4,75
Matematyka-Fizyka z. 8, 1965 r., s. 23, zł 1,25
Matematyka-Fizyka z. 9, 1966 r., s. 128, zł 6,—
Matematyka-Fizyka z. 10, 1966 r., s. 97, zł 6,—
Matematyka-Fizyka z. 11, 1967 r., s. 171, zł 9,—
Matematyka-Fizyka z. 12, 1968 r., s. 206, zł 10,—
Matematyka-Fizyka z. 13, 1968 r., s. 62, zł 4,—
Matematyka-Fizyka z. 14, 1969 r., s. 136, zł 7,—
Matematyka-Fizyka z. 15, 1970 r., s. 523, zł 25,—
Matematyka-Fizyka z. 16, 1971 r., s. 134, zł 7,—
Matematyka-Fizyka z. 17, 1972 r., s. 211, zł 15,—
Matematyka-Fizyka z. 18, 1972 r., s. 51, zł 4,—
Matematyka Fizyka z. 19, 1971 r., s. 88, zł 7,—
Matematyka-Fizyka z. 20, 1972 r., s. 72, zł 5,—
Matematyka-Fizyka z. 21, 1973 r., s. 178, zł 11,—
Matematyka-Fizyka z. 22. 1973 r., s. 33, zł 6,—
Matematyka-Fizyka z. 23, 1974 r., s. 173, zł 11,—
Matematyka-Fizyka z. 24, 1974 r., s. 178, zł 8,—
Matematyka-Fizyka z. 25, 1974 r., s. 262, zł 13,—