

Leszek LISOWSKI

## MODEL MATEMATYCZNY INDUKCYJNEGO PRZETWORNIKA LINIOWEGO

**Streszczenie.** Treść arktykułu omawia tok postępowania w określe-  
niu modelu matematycznego indukcyjnego płaskiego przetwornika liniow-  
wego. Model ten umożliwi analizę wpływu efektów podłużnych i po-  
przęcznych, połączeń czołowych i ruchu bieźni względem induktora na  
trójwymiarowy rozkład pola elektromagnetycznego w szczelinie powie-  
trznej i bieźni. Model matematyczny stanowi zespół formuł matematycz-  
nych opisujących elektromechaniczną przemianę energii w przetworni-  
ku liniowym.

1. Uwagi wstępne

Pierwszym etapem syntezy układów automatycznego sterowania, obok okre-  
ślenia algorytmu sterowania oraz struktury realizującej ten algorytm, jest  
identyfikacja układu. W przypadku elektromechanicznego układu zawierające-  
go indukcyjny (asynchroniczny) przetwornik liniowy (silnik liniowy) celem  
identyfikacji jest ustalenie modelu matematycznego, tzn. zestawu formuł  
matematycznych opisujących proces elektromechanicznej przemiany energii na  
podstawie obserwacji eksperymentalnych. Oczywiście jest, że zasadniczą czę-  
ścią modelu jest matematyczny opis przetwornika liniowego, który uzupeł-  
niony równaniami mechanicznymi stanowi pełny model matematyczny układu.

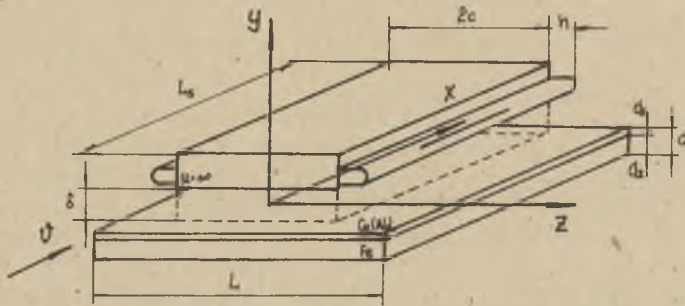
Jedną z metod określenia modelu matematycznego przetwornika liniowego  
jest analityczny opis (wykorzystujący podstawowe prawa obwodów magnetycz-  
nych i analizy matematycznej) przyjętej struktury elektromechanicznej prze-  
twornika.

Rysunek 1 ilustruje konfigurację płaskiego silnika liniowego oraz or-  
ientację nieruchomego względem induktora układu współrzędnych jak rów-  
nież określa podstawowe wymiary silnika.

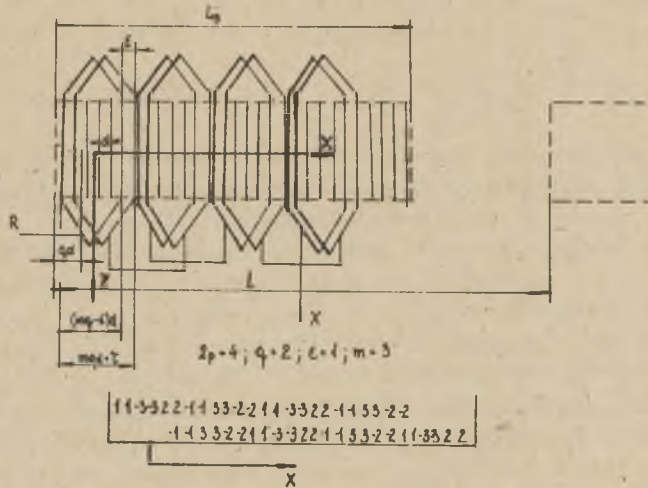
Przyjęto wersję jednostronną indukcyjnego silnika liniowego z litą bieź-  
nią ferromagnetyczną (stalową) z nakładką nieferromagnetyczną (Al, Cu, Br  
itp.). Badanie tak przyjętej wersji obejmuje również wykonanie dwustronne  
płaskie. W przypadku silnika dwustronnego płaskiego z biegunami różnoimien-  
nymi naprzeciwległymi odmienne będą warunki brzegowe układu równań pola  
elektromagnetycznego (patrz równanie 18).

Czyni się następujące założenia:

1. Induktor wykonany jest z materiału ferromagnetycznego o przenikalno-  
ści magnetycznej  $\mu_1 = \infty$ , konduktywności  $\sigma_1 = 0$ .



Rys. 1. Układ przestrzenny jednostronnego, liniowego przetwornika indukcyjnego (układ współrzędnych xyz nieruchomy względem induktora)



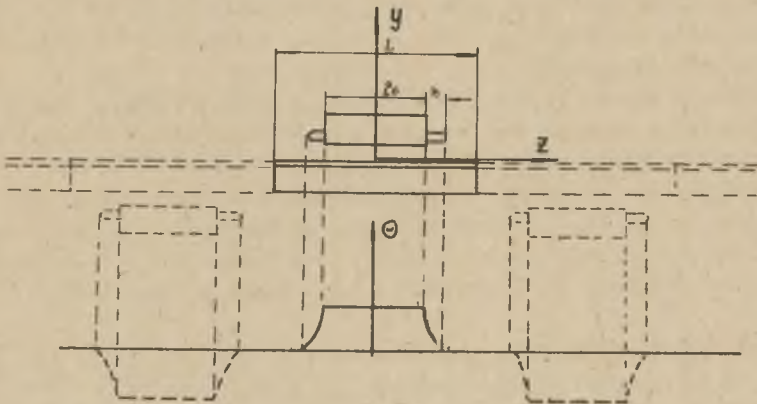
Rys. 2. Przykład połączeń uzwojenia jednej fazy induktora. Uzwojenie dwuwarstwowe, półpełne żłobki krańcowe, cięciwowe, czterobiegunowe z dwoma zezwojami na biegun

2. Induktor zawiera trójfazowe, symetrycznie przestrzennie umieszczone uzwojenie z półpełnymi żłobkami krańcowymi. Schemat połączeń uzwojenia jednej fazy ilustruje rysunek 2.

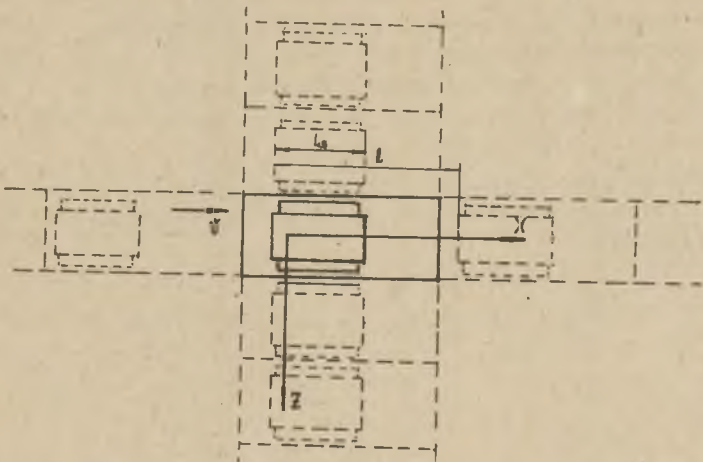
3. Bieżnia wykonana jest z materiałów izotropowych o stałej konduktywności i stałej względnej przenikalności magnetycznej równej względnej przenikalności na powierzchni.

4. Rozkład przepływu magnetycznego (SMM) uzwojeń induktora w kierunku osi z jest okresowy o okresie  $2L$  (rys. 3).

5. Rozkład przepływu magnetycznego (SMM) uzwojeń induktora w kierunku osi x jest okresowy o okresie  $l$ .



Rys. 3. Rozkład przepływu induktora wzdłuż osi z



Rys. 4. Rozkład przepływu induktora wzdłuż osi x

Założenia 4 i 5 wymagają szerszego omówienia.

W wyniku obserwacji rozkładu pola elektromagnetycznego stwierdzono istnienie tzw. efektów podłużnych i poprzecznych (końcowych i brzegowych, Longe - Breitenendeffekt, longitudinal and transverse edge effect), wynikających ze skończonych wymiarów induktora i inercyjności zjawisk elektromagnetycznych, zachodzących w poruszającej się względem induktora bieżni. Fakt istnienia efektu podłużnego (skończona długość induktora) zasadniczo zmienia postępowanie w ustaleniu modelu matematycznego przetworników liniowych w stosunku do maszyn wirujących.

Przyjęcie określonego w założeniach 4 i 5 okresowego rozkładu przepływu induktora wzdłuż osi z i x upraszcza opis modelu matematycznego

przetwornika liniowego, gdyż umożliwia zastosowanie analizy Fouriera. Postępowanie takie znane jest w elektrodynamice technicznej (badania rozkładu pól stałych) jako metoda odbić zwierciadlanych.

Na podstawie badań [1] rozkładu pola elektromagnetycznego w szczelinie silnika liniowego stwierdzono również, że przyjęcie sinusoidalnego opadania przepływu na szerokości połączeń czołowych (wymiar  $h$ ) wzdłuż osi  $z$  z dobrym przybliżeniem odpowiada przebiegowi pola rozproszenia. Jak widać, przyjęty do dalszej analizy okresowy, przestrzenny rozkład przepływu induktora został zdeterminowany badaniami i obserwacjami eksperymentalnymi. Fakt ten uzasadnia zastosowanie terminu identyfikacji przetworników liniowych.

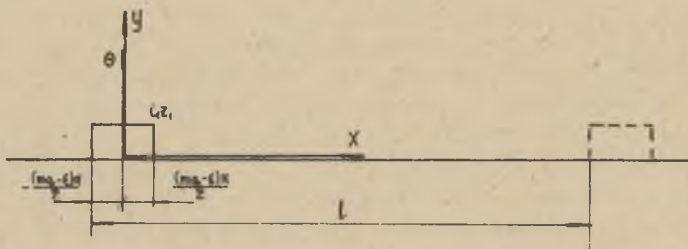
Model matematyczny przetwornika określany na tak przyjętym rozkładzie przestrzennym przepływu będzie uwzględniał efekt podłużny i poprzeczny rozkładu pola, wpływ ruchu bieźni względem induktora oraz wpływ połączeń czołowych uzwojenia.

Należy zaznaczyć, że wstępne założenia oraz przyjęty przestrzenny rozkład przepływu będą prowadziły w wyniku dalszej analizy do modelu matematycznego przetwornika liniowego na pewno mniej ogólnego niż w przypadku teorii relatywistycznej elektrodynamiki, jednakże model ten umożliwi określenie parametrów elektromechanicznych przetwornika liniowego na podstawie parametrów konstrukcyjnych. Model ten jest więc bardzo przydatny do analizy jak również w pracach konstrukcyjnych.

Rozkładając przepływ pierwszego zezwoju, pierwszej fazy, pierwszej grupy na szereg harmonicznych, otrzymujemy następujące wyrażenie określające  $\psi$  - tę harmoniczną:

$$\psi_{\nu 1} = i_1(t+t_{01}) z_1 \frac{1}{\sqrt{\lambda}} \sin\left(\nu \frac{m\alpha - \epsilon}{2} \alpha\right) \cos \nu x \quad (1)$$

$$\nu = 1, 2, 3, 4, \dots$$



Rys. 5. Rozkład przepływu pierwszego zezwoju, pierwszej fazy, pierwszej grupy, pierwszej fazy wzdłuż osi  $x$

Harmoniczna dla dowolnego zezwoju pierwszej fazy ma postać:

$$v_{\theta_{1,k,q}} = i_1(t+t_{01}) z_1 \frac{1}{\sqrt{\pi}} \sin\left(\nu \frac{mq - \xi}{2} \alpha\right) \cos\left[\nu x - \nu(k-1)\alpha - \nu(q-1)m\alpha\right] \quad (2)$$

gdzie:

1,2 ... k ... q - numer zezwoju w grupie,

1,2 ... Q ... 2p - numer grupy w fazie.

Sumując przepływ dla nieparzystych numerów grup otrzymujemy:

$$v_{\theta_1} = \sum_{k=1}^q \sum_{Q=1,2,\dots}^{2p-1} v_{\theta_{1,k,Q}} = i_1(t+t_{01}) z_1 \frac{1}{\sqrt{\pi}} \sin\left(\nu \frac{mq - \xi}{2} \alpha\right) \frac{\sin q \frac{\nu \alpha}{2}}{\sin \frac{\nu \alpha}{2}} \times \\ \times \frac{\sin p m q \alpha}{\sin \nu m q \alpha} \cdot \cos\left[\nu x - \nu \alpha (q-1) - (p-1) \nu m q \alpha\right] \quad (3)$$

Dla parzystych numerów grup

$$v_{\theta'_1} = \sum_{k=1}^q \sum_{Q=2,4,\dots}^{2p} v_{\theta_{1,k,Q}} = - i_1(t+t_{01}) z_1 \frac{1}{\sqrt{\pi}} \sin\left(\nu \frac{mq - \xi}{2} \alpha\right) \frac{\sin q \frac{\nu \alpha}{2}}{\sin \frac{\nu \alpha}{2}} \times \\ \times \frac{\sin p m q \alpha}{\sin \nu m q \alpha} \cdot \cos\left[\nu x - \nu \alpha (q-1) - p \nu m q \alpha\right]. \quad (4)$$

Całkowity przepływ pierwszej fazy jest równy:

$$\theta_1 = \sum_{\nu=1,2,3,\dots}^{\infty} (\theta_1^{\nu} + \theta_1^{\nu'}) = i_1(t+t_{01}) z_1 \sum k_s^{\nu} \sin\left[\nu x - \nu m q \alpha \left(p - \frac{1}{2}\right) - \nu \alpha (q-1)\right], \quad (5)$$

gdzie:

$$k_s^{\nu} = 2 \frac{1}{\sqrt{\pi}} \sin\left(\nu \frac{mq - \xi}{2} \alpha\right) \cdot \frac{\sin q \frac{\nu \alpha}{2}}{\sin \frac{\nu \alpha}{2}} \cdot \frac{\sin p m q \alpha}{\sin \nu m q \alpha}$$

Całkowite przepływy pozostałych dwóch faz wyrażają się następującymi zależnościami:

$$\theta_2 = -i_2(t+t_{02})z_2 \sum_{\nu} k_8^{\nu} \sin\left[\nu x - \nu m q \alpha \left(p - \frac{1}{2}\right) - \nu \alpha (q-1) - \nu q \alpha\right] \quad (6)$$

$$\theta_3 = i_3(t+t_{03})z_3 \sum_{\nu} k_8^{\nu} \sin\left[\nu x - \nu m q \alpha \left(p - \frac{1}{2}\right) - \nu \alpha (q-1) - 2\nu q \alpha\right] \quad (7)$$

Wprowadzając przesunięcie układu współrzędnych (nieruchomego względem induktora)

$$x_1 = x - m q \alpha \left(p - \frac{1}{2}\right) - \alpha (q-1) \quad (8)$$

otrzymujemy całkowity przepływ uzwojenia stojana w postaci:

$$\theta = \sum_{\nu} i_1(t+t_{01})z_1 k_8^{\nu} \sin(\nu x_1) - i_2(t+t_{02})z_2 k_8^{\nu} \sin(\nu x_1 - \nu q \alpha) + \\ + i_3(t+t_{03})z_3 k_8^{\nu} \sin(\nu x_1 - 2\nu q \alpha) \quad (9)$$

Rozkład przepływu wzdłuż osi  $z$  (na podstawie rys. 3) prowadzi do następującej postaci całkowitego przepływu induktora:

$$\theta = \sum_n \sum_{\nu} k_8^n k_8^{\nu} \left[ i_1(t+t_{01})z_1 \sin(\nu x_1) - i_2(t+t_{02})z_2 \sin(\nu x_1 - \nu q \alpha) + \right. \\ \left. + i_3(t+t_{03})z_3 \sin(\nu x_1 - 2\nu q \alpha) \right] \cos\left(n \frac{\pi}{L} z\right)$$

gdzie:

$$k_8^n = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{\left(\frac{4}{2h}\right)^2}{\left(\frac{4}{2h}\right)^2 - n^2} \left[ \frac{1}{n} \sin \pi n \frac{c+h}{L} - \frac{2h}{L} \cos \frac{\pi n c}{L} \right] \quad (10)$$

W przypadku zasilania symetrycznym układem prądów, tzn.  $I_k = I_1 \sqrt{2} \exp j\left[\omega t - (k-1) \frac{\pi}{3}\right]$ , gdzie  $1 \dots k \dots m$  - numer fazy oraz gdy  $z_1 = z_2 = z_3 = z$ , wówczas całkowity przepływ uzwojenia induktora ma postać:

$$\Theta(x, y, z) = \sum_{\nu} \sum_{s}^{\infty} k_s^{\nu} k_s^n I_1 \sqrt{2} z \cos \left[ \omega t - \nu x + \nu \left( pmq - \frac{1}{2} \right) \alpha + \frac{\pi}{2m} \right] \cos \left( n \frac{\pi}{l} z \right), \quad (11)$$

gdzie:

$$k_s^{\nu} = \frac{1}{\pi \nu} \cdot \frac{\sin(p\nu m q \alpha)}{\sin \frac{1}{2}(\nu m q \alpha - \pi)} \cdot \frac{\sin \frac{\nu q \alpha}{2}}{\sin \frac{q \alpha}{2}} \cdot \sin \left( \nu \frac{mg - \xi}{2} \alpha \right) \cdot \frac{\sin \frac{1}{2}(\nu m q \alpha - \pi)}{\sin \frac{1}{2}(\nu m q \alpha - \frac{\pi}{m})}$$

Jednostką parametrów  $\xi, \alpha$  oraz wymiaru  $x$  jest radian. Zamianę jednostek dokonujemy przy pomocy zależności:

$$x \text{ [mm]} = s \text{ [rad]} \cdot \frac{1 \text{ [mm]}}{2\pi \text{ [rad]}}. \quad (12)$$

Z-tową składową układu prądowego induktora obliczamy z zależności:

$$A_z = \frac{\partial \Theta}{\partial s_1} =$$

$$= \sum_{\nu} \sum_{s}^{\infty} k_s^{\nu} k_s^n \nu \frac{2\pi}{l} \left[ i_1 (t+t_{01}) z_1 \cos(\nu x_1 \frac{2\pi}{l}) - i_2 (t+t_{02}) z_2 \cos(\nu x_1 \frac{2\pi}{l} - \nu q \alpha \frac{2\pi}{l}) + \right. \\ \left. + i_3 (t+t_{03}) z_3 \sin \left[ \nu x_1 \frac{2\pi}{l} - 2 \nu q \alpha \frac{2\pi}{l} \right] \right] \quad (13)$$

Znajomość układu prądowego zezwala na wyznaczenie rozkładu składowych wektorów pola elektromagnetycznego w szczelinie powietrznej i bieźni.

Rozkład składowych wektora natężenia pola magnetycznego przy założeniu zerowych prądów przesunięcia jak również zerowej wartości prądów konwekcyjnych określony jest następującymi układami równań cząstkowych:

szczelina powietrza

$$\frac{\partial^2 H_{\delta x_1}}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 H_{\delta x_1}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 H_{\delta x_1}}{\partial z^2} = 0 \\ \frac{\partial^2 H_{\delta y}}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 H_{\delta y}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 H_{\delta y}}{\partial z^2} = 0 \\ \frac{\partial^2 H_{\delta z}}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 H_{\delta z}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 H_{\delta z}}{\partial z^2} = 0 \quad (14)$$

w poszczególnych warstwach bieźni 1 (2)

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 H_{1(2)x_2}}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 H_{1(2)x_2}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 H_{1(2)x_2}}{\partial z^2} &= \sigma_{1(2)} \mu_{1(2)} \frac{\partial H_{1(2)x_2}}{\partial t} \\ \frac{\partial^2 H_{1(2)y}}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 H_{1(2)y}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 H_{1(2)y}}{\partial z^2} &= \sigma_{1(2)} \mu_{1(2)} \frac{\partial H_{1(2)y}}{\partial t} \quad (15) \\ \frac{\partial^2 H_{1(2)y}}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 H_{1(2)y}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 H_{1(2)y}}{\partial z^2} &= \sigma_{1(2)} \mu_{1(2)} \frac{\partial H_{1(2)y}}{\partial t} \end{aligned}$$

Układ równań (15) opisany jest w układzie współrzędnych  $(x_2, y, z)$  nieruchomym względem ruchomej bieźni, dlatego też

$$x_1 = x_2 + v t. \quad (16)$$

Równania falowe (14), (15) w funkcji wielu zmiennych najwygodniej jest rozwiązywać metodą rozdzielania zmiennych Fouriera. Metoda ta polega na zastąpieniu funkcji wielu zmiennych  $H_{1(2)}(x_2, y, z, t)$  przez iloczyn funkcji zależnych tylko od jednej zmiennej:

$$H_{1(2)}(x_2, y, z, t) = X(x_2) Y(y) Z(z) T(t).$$

Ostateczne rozwiązanie układów równań (14) (15) wymaga uwzględnienia następujących warunków brzegowych. Ferromagnetyk potraktowano jako półprzestrzeń. Założenie takie można poczynić ze względu na stosunek głębokości wnikania pola do ferromagnetyka do grubości  $d_2$

$$\begin{aligned} y = \delta & \quad H_{\delta x_1} = A_z = \frac{\partial \theta}{\partial x_1} \\ y = 0 & \quad H_{\delta x_2} = H_{1x_2} \\ & \quad H_{\delta z} = H_{1z} \\ & \quad \mu_0 H_{\delta y} = \mu_1 H_{1y} \\ y = -d_1 & \quad H_{1x_2} = H_{2x_2} \\ & \quad H_{1z} = H_{2z} \\ & \quad \mu_1 H_{1y} = \mu_2 H_{2y} \end{aligned} \quad (17)$$



W przypadku silnika liniowego dwustronnego z różnoimiennymi, przeciwległymi biegunami bieźnię stanowi lita szyna nieferromagnetyczna (Al, Cu, Br), wówczas warunki brzegowe mają postać:

$$\gamma = -\frac{d}{2} \quad H_{1x_2} = 0. \quad (18)$$

Rozkład składowych wektorów natężenia pola elektrycznego  $\vec{E}$ , indukcji magnetycznej  $\vec{B}$  oraz gęstości prądu elektrycznego  $\vec{J}$  w poszczególnych warstwach obliczamy na podstawie równań Maxwella.

Efektom przeprowadzonej dotychczas analizy jest pełny rozkład składowych wektorów pola elektromagnetycznego w szczelinie powietrznej i bieźni który jest zdeterminowany parametrami konstrukcyjnymi przetwornika i parametrami zasilania uzwojeń induktora.

Przez rozkład składowej wektora rozumie się funkcję określającą wartość danej składowej w chwili  $t$  w punkcie przestrzeni  $(x, y, z)$ , np.  $B_{\delta y} = f(x, y, z, t)$  oznacza rozkład składowej  $y$ -owej indukcji magnetycznej w szczelinie powietrznej.

Znajomość pełnego rozkładu wektorów pola elektromagnetycznego przetwornika liniowego daje szerokie możliwości analizowania, konstruowania i syntezy. W przeświadczeniu autora znajomość rozkładu pola elektromagnetycznego w szczelinie powietrznej i bieźni stanowi fundamentalny warunek prowadzenia badań przetworników liniowych, ponieważ rozkład ten określa warunki przetwarzania energii. Dlatego też wszelkie problemy optymalizujące pracę przetwornika wymagają opracowania algorytmu sterowania prądami uzwojeń induktora realizującego rozkład pola najbardziej zbliżony do optymalnego, określony według założonego kryterium. Silników liniowych nie należy traktować jako szczególnego przypadku maszyn wirujących, lecz jako osobny typ maszyny elektrycznej. Wszelkie adaptacje metod analizy stosowanych w przypadkach maszyn wirujących są dopuszczalne jedynie dla wąskiego zakresu pracy przetwornika.

Ograniczone rozmiary artykułu nie pozwalają na zacytowanie rozwiązań układów równań (14), (15). Można jedynie naszkicować możliwości dalszego postępowania. Zamieszczone powyżej uwagi, odnoszące się do podkreślenia bezwzględnej ważności faktu znajomości rozkładu wektorów składowych pola elektromagnetycznego (opartego na parametrach konstrukcyjnych i zasilania), potwierdzone są możliwościami określenia:

strumienia fazy

$$\Phi_{x, \delta k} = \int_{z=L/2}^{L/2} f_k(z) dz \int_{x=\left[-(mq-\epsilon)\frac{\alpha}{2} + \delta\right] \frac{1}{2\pi}}^{\left[(mq-\epsilon)\frac{\alpha}{2} + \delta\right] \frac{1}{2\pi}} B_{\delta y}(y=\delta) dx \quad (19)$$

$$\gamma = (q-1) m q \alpha + (k-1) q \alpha + (\lambda-1) \alpha$$

$$\phi_k = \sum_{\lambda=1}^q \left[ \sum_{\varrho=1,3,5\dots}^{2p-1} \phi_{\lambda,\varrho,k} - \sum_{\varrho=2,4,6\dots}^{2p} \phi_{\lambda,\varrho,k} \right]$$

siła elektromotorycznej rotacji

$$E_k = - z_k \frac{d\phi_k}{dt} \quad (20)$$

napięcia zasilania uzwojenia

$$U_k = R_k i_k + L_{sk} \frac{di_k}{dt} + E_k$$

mocy pola elektromagnetycznego (na podstawie znajomości prądu  $i_k$  oraz  $E_k$ )  
 $P_{1\delta}$ , siły pociągowej  $F_x$

$$F_x = \int_0^1 dx_1 \int_{-L/2}^{L/2} S_{ys} dz \quad (21)$$

$$S_{ys} = f(B_{\delta y}, B_{\delta x_1}), \quad y = 0$$

siły normalnej  $F_y$

$$F_y = \int_0^1 dx_1 \int_{-L/2}^{L/2} S_{yy} dz \quad (22)$$

$$S_{yy} = f(B_{\delta y}, B_{\delta z}, B_{\delta x_1}) \text{ dla } y = 0$$

strat mocy w bieźni

$$P_{st} = P_{1\delta} - F_x \gamma$$

jak również impedancji bieźni, co umożliwi określenie schematu zastępczego fazy (jakościowo i ilościowo odmiennego od maszyny asynchronicznej wiążącej).

Szczególnie ostatnie możliwość, tzn. określenie schematu zastępczego fazy jest godna podkreślenia, gdyż umożliwia analizę przetwornika, operując nieliniowymi elementami skupionymi.

Zespół równań (10, 14, 15, 17, 18, 21, 22) stanowi pełny model matematyczny indukcyjnego przetwornika liniowego, uwzględniający efekt podłużny i poprzeczny, wpływ ruchu bieźni względem induktora oraz połączeń czołowych uzwojeń induktora na parametry elektromechaniczne przetwornika liniowego (silnika liniowego).

## SPIS OZNACZEŃ

$L, c, L_g, h, d_1, d_2$	- wymiary geometryczne przetwornika
$q$	- liczba zezwojów w grupie (numer zezwoju w grupie)
$\alpha$	- podziałka żłobkowa
$\xi$	- skrót zezwoju
$m$	- ilość faz ( $k$ - numer fazy)
$\gamma$	- podziałka biegunowa
$\nu$	- numer harmonicznej przestrzennego rozkładu wzdłuż osi $x$ , $\nu = 1, 2, 3, 4 \dots$
$n$	- numer harmonicznej przestrzennego rozkładu wzdłuż osi $z$ , $n = 1, 3, 5 \dots$
$p$	- liczba par biegunów ( $q$ - numer grupy uzwojenia)
$i_1, i_2, i_3$	- wartości chwilowe prądów zasilania poszczególnych uzwojeń
$z_1, z_2, z_3$	- ilość zwojów zezwoju poszczególnych faz
$k_s^{\nu} k_s^{\xi}$	- współczynniki przeliczeniowe (patrz równanie 5, 10)
$xyz$	- układ współrzędnych nieruchomy względem induktora. Początek układu na powierzchni bieźni i w środku pierwszego zezwoju pierwszej fazy (rys. 1 i 5)
$x_1 y z$	- układ współrzędnych nieruchomy względem induktora przesunięty wzdłuż kierunku $x$ (równanie 8)
$x_2 y z$	- układ współrzędnych nieruchomy względem bieźni (równanie 16)
$\alpha, q, k$	- strumień $\alpha$ -tego zezwoju, $q$ -tej grupy, $k$ -tego uzwojenia
$L_{sk}$	- indukcyjność rozproszenia $k$ -tego uzwojenia induktora
$R_k$	- rezystancja $k$ -tego uzwojenia
$P_{st}$	- moc strat w bieźni

- $P_{1\delta}$  - moc pola elektromagnetycznego  
 $v$  - prędkość ruchu bieżni  
 $B$  - wektor indukcji magnetycznej  
 $H$  - wektor natężenia pola magnetycznego  
 $\bar{E}$  - wektor natężenia pola elektrycznego  
 $\bar{J}$  - wektor gęstości prądu elektrycznego  
 $x, y, z$  - indeks określający składową  
 $\delta$  - indeks określający szczelinę powietrzną  
 1. - indeks określający pierwszą warstwę (grubość  $d_1$  Al, Cu, Br)  
 2. - indeks określający drugą warstwę (grubość  $d_2$  Fe)

## LITERATURA

- [1] Preston P.W. u. A.B.J. Reece: Transverse edge effects in linear induction motors. Proc. IEE vol 116 (1969).  
 [2] Oberretl K.: Dreidimensionale Berechnung des Linearmotors mit Berücksichtigung der Endeffekte und der Wicklungsverteilung. Archiv für Elektronik 55 (1973).  
 [3] Oberretl K.: Linearmotor mit gedehnter oder kompakter Zweischichtwicklung. Archiv für Elektrotechnik 56 (1974).  
 [4] Materiały z konferencji "Linear electric machines", London 1974.

Przyjęto do druku w czerwcu 1977 r.

 МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ИНДУКЦИОННОГО (АСИНХРОННОГО)  
 ЛИНЕЙНОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ

## Р е з ю м е

В статье представлено уравнения математической модели асинхронного линейного преобразователя. Эта модель учитывает продольный и поперечный эффект, намагничивающие ампер - витки лобовой части обмотки, а также движение вторичной части преобразователя. Математическая модель это состав математических формул изображающих электромеханическое преобразование энергии в асинхронном линейном преобразователе.

## MATHEMATICAL MODEL OF LINEAR INDUCTION TRANSFORMER

## S u m m a r y

A mathematical model is given which takes into account the longitudinal and transvers edge effect, the end-winding field and the movement of secondary. A mathematical model here is a sum of mathematical formulæ for the determination of the electromechanical energy transformation in linear induction transformers. The equation necessary for the determination of the magnetic fields, fluxes, voltages, eddy currents, losses, traction- and vertical forces and electrical power are deduced.