

Andrzej CIOSKA
Roman MIKSIEWICZ

Zakład Maszyn Elektrycznych
Politechniki Śląskiej

WYZNACZANIE HARMONICZNYCH PRZESTRZENNYCH INDUKCJI MAGNETYCZNEJ
W SZCZELINIE JEDNOFAZOWEJ MASZYNY INDUKCYJNEJ
Z POMOCNICZYM UZWOJENIEM ZWARTYM

Streszczenia. Przedstawiono metodę wyznaczania wartości chwilowych indukcji magnetycznej w szczelinie powietrznej maszyn elektrycznych małej mocy za pomocą cewki pomiarowej. Przeprowadzono badania rozkładu indukcji w szczelinie powietrznej jednofazowego silnika indukcyjnego z pomocniczym uzwojeniem zwartym typu DF-1180 i wyznaczono składowe zgodne i przeciwne pól magnetycznych poszczególnych harmonicznych przestrzennych.

1. Wstęp

W maszynach elektrycznych o dużej asymetrii elektrycznej i magnetycznej, których przedstawicielem może być jednofazowy silnik indukcyjny z pomocniczym uzwojeniem zwartym, zachodzi konieczność właściwego wyznaczenia indukcji magnetycznej składowych zgodnych i przeciwnych pól wirujących poszczególnych harmonicznych przestrzennych w szczelinie powietrznej pomiędzy stojanem a wirnikiem.

Znajomość składowych zgodnych i przeciwnych może prowadzić do wyznaczenia na drodze obliczeń uściślonych charakterystyk elektromechanicznych maszyny. Jak dotąd, charakterystyki elektromechaniczne maszyny były zazwyczaj wyznaczone przy uwzględnianiu tylko 1-harmonicznej przestrzennej, co powodowało wystąpienie znacznych rozbieżności pomiędzy charakterystykami elektromechanicznymi obliczonymi a wyznaczonymi na drodze pomiarowej.

Dodatkowa znajomość wyznaczonych rozkładów przestrzennych indukcji magnetycznej w szczelinie powietrznej maszyn elektrycznych pozwoli w konsekwencji uściślić stosowany dotąd model fizyczny maszyn o dużej asymetrii elektrycznej i magnetycznej. Stanowi to jednak odrębny problem, nie rozważany w niniejszym opracowaniu.

Przeprowadzono badanie rozkładu indukcji magnetycznej indukcyjnego silnika jednofazowego z pomocniczym uzwojeniem zwartym typu DF-1180, wyznaczając składowe zgodne i przeciwne pól wirujących poszczególnych harmonicznych przestrzennych indukcji z elips tych pól dla wybranych prędkości obrotowych wirnika.

2. Metoda wyznaczania wartości chwilowych indukcji magnetycznej w szczelinie powietrznej maszyn elektrycznych

W maszynach elektrycznych małej mocy, posiadających szczeliny powietrzne między stojanem a wirnikiem w granicach $0,1 \text{ mm} \leq \delta \leq 0,3 \text{ mm}$ pomiary indukcji magnetycznej hallotronem stają się praktycznie niemożliwe. Najwłaściwszym czujnikiem pomiarowym może okazać się odpowiednio skonstruowana cewka pomiarowa¹⁾, w której SEM po ecałkowaniu jest proporcjonalna do lokalnej indukcji magnetycznej.

Zmieniając przestrzenne położenie cewki pomiarowej w szczelinie powietrznej, można znaleźć dla wybranych (możliwie gęsto) punktów stojana $x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n$ przebiegi indukcji magnetycznej $B_{x_1}(t), B_{x_2}(t), \dots, B_{x_i}(t), \dots, B_{x_n}(t)$ z relacji:

$$B_{x_i}(t) \approx \frac{\varnothing_{x_i}(t)}{S} = \frac{1}{zS} \int e_{x_i}(t) dt. \quad (1)$$

gdzie:

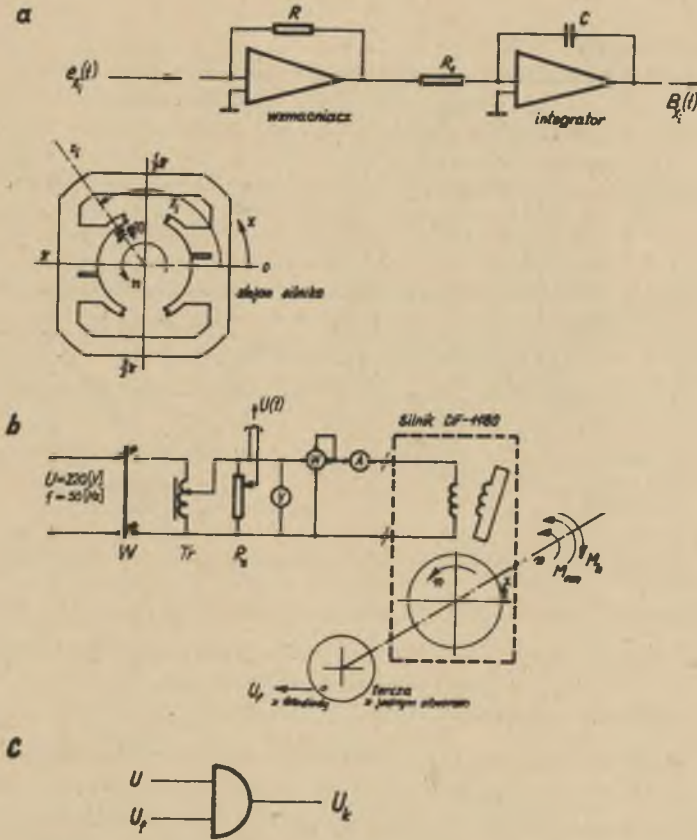
- $B_{x_i}(t)$ - przebieg lokalnej indukcji magnetycznej w punkcie x_i na obwodzie maszyny,
- $\varnothing_{x_i}(t)$ - przebieg strumienia magnetycznego przenikającego przez cewkę w punkcie x_i na obwodzie maszyny,
- $e_{x_i}(t)$ - przebieg SEM indukowanej w cewce pomiarowej umieszczonej w punkcie x_i na obwodzie maszyny,
- S - zastępcze pole powierzchni cewki pomiarowej,
- z - liczba zwojów cewki pomiarowej.

Przebieg indukcji magnetycznej $B_{x_i}(t)$ w x_i -tym położeniu przestrzennym można wyznaczyć w układzie pomiarowym przedstawionym na rys. 1.

Z grupy przebiegów lokalnej indukcji magnetycznej $B_{x_1}(t), B_{x_2}(t), \dots, B_{x_i}(t), \dots, B_{x_n}(t)$ dla wybranych, lecz ściśle określonych chwil czasu t_0, t_1, \dots, t_{15} , przy stałej prędkości obrotowej n wirnika można wyznaczyć chwilowe obrazy przestrzenne indukcji magnetycznej, przy czym początek liczenia czasu musi być jednoznacznie określony z dwóch warunków:

- 1^o warunku napięciowego np. przejścia napięcia zasilania maszyny przez zero od wartości ujemnych do dodatnich,

¹⁾ Konstrukcję zespołu cewek pomiarowych przedstawiono w pracy [1].



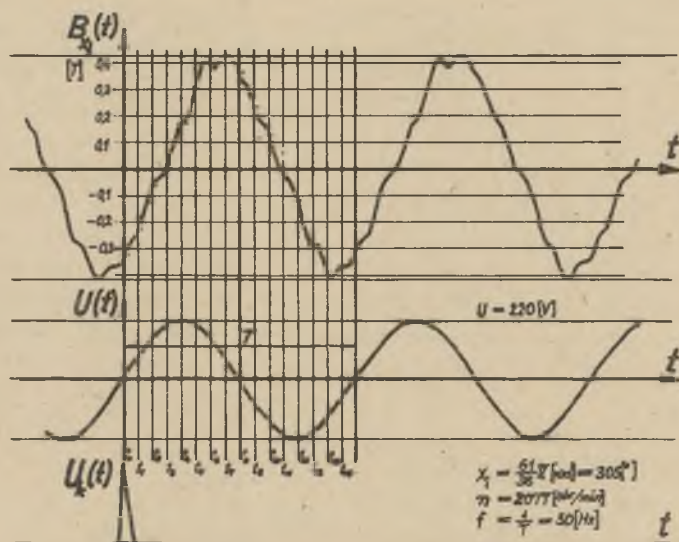
Rys. 1. Schemat układu pomiarowego

a) układ pomiarowy do wyznaczania przebiegów indukcji magnetycznej w szczelinie powietrznej w różnych miejscach na obwodzie maszyny, b) układ zasilania jednofazowego silnika indukcyjnego z pomocniczym uzwojeniem zwar-
tym, c) schemat logiczny układu koincydencji

2^o warunku chwilowego położenia obracającego się wirnika względem wybranego punktu stojana.

Powyższe warunki są podyktowane wpływem pola magnetycznego prądów wirnika na rozkład pola magnetycznego w szczelinie powietrznej maszyny.

Przykładowy oscylogram przebiegu lokalnej indukcji magnetycznej oraz sposób wyznaczania wartości chwilowych $B_{x_1}(t_0), B_{x_1}(t_1), \dots, B_{x_1}(t_{15})$ dla wybranych chwil czasu t_0, t_1, \dots, t_{15} przedstawiona na rys. 2, na którym początek liczenia czasu t_0 został określony przez impuls $U_k(t)$, otrzymany z układu koincydencji (rys. 1c), uwzględniający podane dwa warunki wyznaczania początku liczenia czasu.



Rys. 2. Przykład oscylogramu przebiegu lokalnej indukcji $B_{x_1}(t)$, napięcia zasilania silnika $U(t)$ oraz impulsu koincydencji $U_k(t)$ dla $x_1 = \frac{61}{36} \text{ rad} = 305^\circ$ przy $n = 2077 \text{ obr/min}$

Warto zwrócić uwagę na fakt utrzymania stałego stosunku prędkości obrotowej wirnika n do częstotliwości napięcia zasilania f . Jest to istotne dla całej serii badań przeprowadzanych dla danej maszyny, gdzie obrazy przestrzenne pola po jednym (dwu itd.) okresie (okresach) napięcia zasilania powinny być takie same. Jeśli obrazy przestrzenne pola nie są takie same po jednym okresie napięcia zasilania, pojawiają się subharmoniczne w rozkładzie przestrzennym pola dla tych prędkości n .

Analiza takich przebiegów czasowych np. indukcji wymaga brania pod uwagę większej ilości okresów (dwa, trzy lub więcej) napięcia zasilania w zależności od rzędu subharmonicznych, pojawiających się w przebiegach czasowych badanej maszyny. Rząd najwyższej subharmonicznej, pojawiającej się w układzie, zależy nie tylko od prędkości wirowania wirnika n , przy stałej częstotliwości f , ale zależy również od liczby prętów wirnika N_2 , przy całkowicie symetrycznym wirniku. W przypadku niesymetrycznego wirnika problem subharmonicznych bardziej się komplikuje.

Ze związku:

$$n = n_1 \frac{iN_2 - \Delta N_2}{iN_2} \quad (2)$$

gdzie:

n - prędkość obrotowa wirnika,

n_1 - prędkość synchroniczna; $n_1 = \frac{f \cdot 60}{p}$,

N_2 - liczba prętów symetrycznego wirnika,

ΔN_2 - liczba prętów, które "nie obróciły się" względem stojana po i okresach napięcia zasilania,

$i = 1, 2, 3, \dots$

wynika rząd najwyższej subharmonicznej i czasokres mierzony liczbą okresów napięcia zasilania, w czasie którego należy analizować przebieg indukcji magnetycznej. Ogólnie występowanie i -tej subharmonicznej przestrzennej jest związane ze spełnieniem równania (2). Oznacza to, że okres przebiegu indukcji T_B jest i -krotnie większy od okresu przebiegu napięcia zasilania T_U , czyli zachodzi:

$$T_B = i T_U \quad (3)$$

a przy analizie przebiegów indukcji należy brać pod uwagę i -okresów napięcia zasilania.

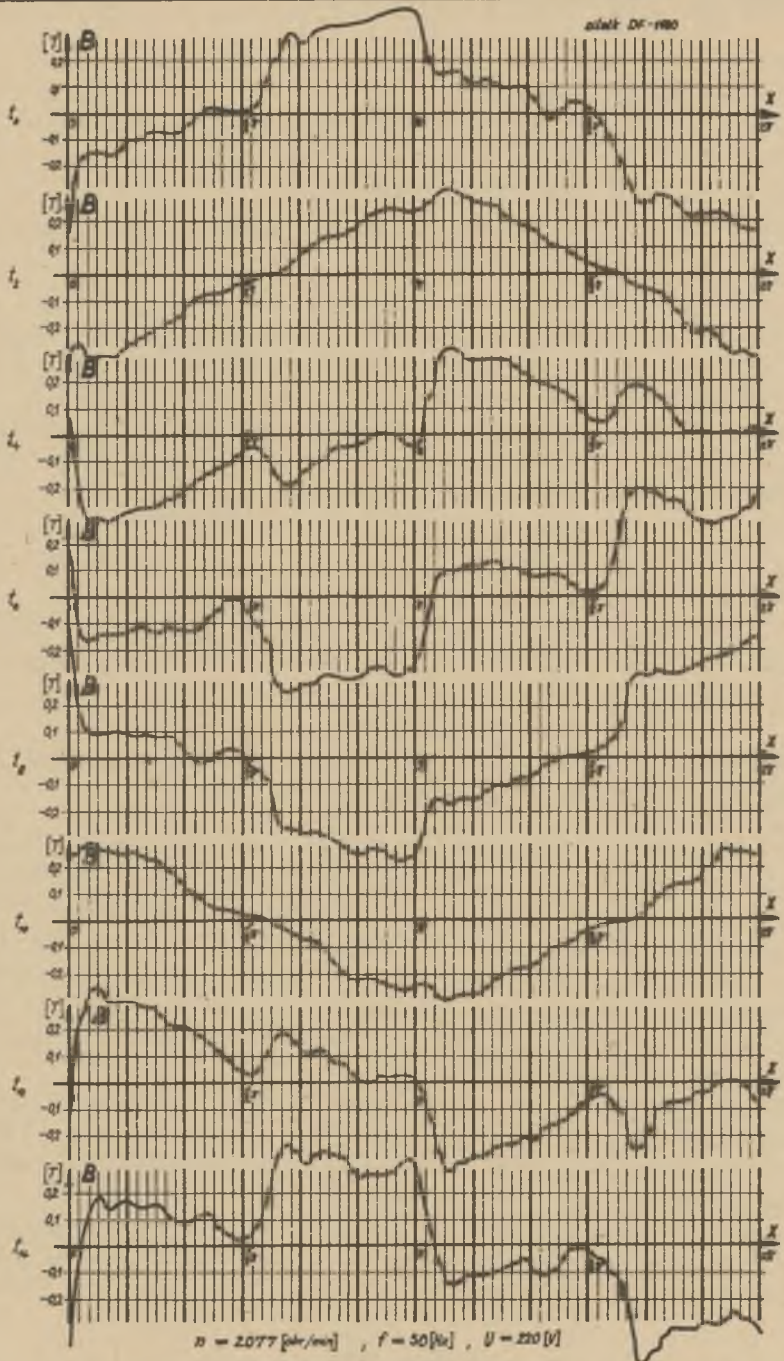
3. Wyznaczanie przestrzennych harmonicznych indukcji magnetycznej w szczelinie powietrznej maszyn elektrycznych

Przedstawiono wyniki badań rozkładu indukcji magnetycznej jednofazowego silnika indukcyjnego z pomocniczym uzwojeniem zwartym typu DF-1180. Dla uproszczenia analizy przyjęto takie prędkości obrotowe wirnika, dla których zachodzi równość okresów przebiegów indukcji i napięcia zasilania $T_B = T_U$. Dla liczby prętów wirnika $N_2 = 13$ oraz liczby par biegunów $p = 1$ maszyny typu DF-1180, przyjmując kolejno $N_2 = 2, 3, 4, 5, 13$, odpowiednie prędkości obrotowe wirnika n na podstawie równania (2) wynoszą $n = 2538, 2308, 2077, 1847, 0$ obr/min.

Na rys. 3, przedstawiono przykładowo wyznaczone zależności czasowo-przestrzenne indukcji magnetycznej w szczelinie powietrznej dla prędkości $n = 2077$ obr/min, na których można zauważyć przesuwającą się falę indukcji magnetycznej.

Każdy z przebiegów przestrzennych dla wybranych chw. czasu t_0, t_1, \dots, t_{15} przy określonych prędkościach $n = 0, 1847, 2077, 2308, 2538$ obr/min. rozłożono na szereg Fouriera

$$B(x) = \frac{B_0}{2} + \sum_{\nu=1}^{\infty} B_{\nu} \sin(\nu x + \gamma_{\nu}) \quad (4)$$



Rys. 3. Rozkład indukcji magnetycznej w szczelinie powietrznej na rozwiniętym obwodzie silnika typu DF-1180 dla różnych chwil czasu $t_0, t_2, t_4, \dots, t_{14}$ przy prędkości obrotowej $n = 2077$ obr/min

gdzie:

B_v - amplituda v -tej harmonicznej przestrzennej indukcji,

$$B_v = \sqrt{B_{1v}^2 + B_{2v}^2},$$

$$B_{1v} = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} B(x) \sin v x \, dx,$$

$$B_{2v} = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} B(x) \cos v x \, dx,$$

$$\gamma v = \arctg \frac{B_{2v}}{B_{1v}},$$

v - rząd harmonicznej przestrzennej,

x - kąt położenia na obwodzie maszyny,

otrzymując dla poszczególnych harmonicznych przestrzennych amplitudę B_v i kąt γv przestrzennego położenia osi neutralnej indukcji.

Odpowiednie współczynniki szeregu Fouriera, dostosowane do obliczeń numerycznych, dla funkcji danej przedziałami $(m-1) \frac{2\pi}{m_{\max}} < x < m \frac{2\pi}{m_{\max}}$ dla $m = 1, 2, \dots, m_{\max}$ są określone równaniami:

$$B_0 \approx \frac{1}{\pi} \sum_{m=1}^{m_{\max}} \left[\int_{(m-1) \frac{2\pi}{m_{\max}}}^{m \frac{2\pi}{m_{\max}}} f(x) \, dx \right] \quad (5)$$

$$B_{1v} \approx \frac{1}{\pi} \sum_{m=1}^{m_{\max}} \left[\int_{(m-1) \frac{2\pi}{m_{\max}}}^{m \frac{2\pi}{m_{\max}}} f(x) \sin v x \, dx \right] \quad (6)$$

$$B_{2v} \approx \frac{1}{\pi} \sum_{m=1}^{m_{\max}} \left[\int_{(m-1) \frac{2\pi}{m_{\max}}}^{m \frac{2\pi}{m_{\max}}} f(x) \cos v x \, dx \right] \quad (7)$$

W relacjach (5), (6), (7) przyjęto, że $f(x)$ jest aproksymacją liniową w przedziałach, funkcji danej dykretnie na początku $(m-1) \frac{2\pi}{m_{\max}}$ i na końcu $m \frac{2\pi}{m_{\max}}$ każdego przedziału $m = 1, 2, \dots, m_{\max}$, czyli

$$f(x) = \frac{B_{m+1} - B_m}{\frac{2\pi}{m_{\max}}} \left[x - (m-1) \frac{2\pi}{m_{\max}} \right] + B_m = \alpha x + \beta, \quad (8)$$

gdzie:

$$\alpha = (B_{m+1} - B_m) \frac{m_{\max}}{2\pi},$$

$$\beta = m B_m - (m-1) B_{m+1},$$

przy czym $B_{m_{\max}+1} = B_1$ (ze względu na zamknięty obwód maszyny). Zatem wprowadzając równanie (8) do równań (5), (6), (7) otrzymuje się:

$$B_0 = \frac{2}{m_{\max}} \sum_{m=1}^{m_{\max}} B_m, \quad (9)$$

$$\begin{aligned} B_{1\nu} \approx \frac{1}{\pi\nu} \sum_{m=1}^{m_{\max}} \left\{ \alpha \left[\frac{2\pi}{m_{\max}} \left((m-1) \cos \nu (m-1) \frac{2\pi}{m_{\max}} - m \cos \nu m \frac{2\pi}{m_{\max}} \right) + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{1}{\nu} \left(\sin \nu m \frac{2\pi}{m_{\max}} - \sin \nu (m-1) \frac{2\pi}{m_{\max}} \right) \right] + \right. \\ \left. + \beta \left[\cos \nu (m-1) \frac{2\pi}{m_{\max}} - \cos \nu m \frac{2\pi}{m_{\max}} \right] \right\}, \quad (10) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B_{2\nu} \approx \frac{1}{\pi\nu} \sum_{m=1}^{m_{\max}} \left\{ \alpha \left[\frac{2\pi}{m_{\max}} \left(m \sin \nu m \frac{2\pi}{m_{\max}} - (m-1) \sin \nu (m-1) \frac{2\pi}{m_{\max}} \right) + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{1}{\nu} \left(\cos \nu m \frac{2\pi}{m_{\max}} - \cos \nu (m-1) \frac{2\pi}{m_{\max}} \right) \right] + \right. \\ \left. + \beta \left[\sin \nu m \frac{2\pi}{m_{\max}} - \sin \nu (m-1) \frac{2\pi}{m_{\max}} \right] \right\}. \quad (11) \end{aligned}$$

Obliczenia poszczególnych harmonicznych przestrzennych (amplituda B_ν i kąt γ_ν , położenia osi neutralnej indukcji) dla wybranych prędkości obrotowych $n = 0, 1847, 2077, 2308, 2538$ obr/min dla poszczególnych chwil czasu t_0, t_1, \dots, t_{15} dokonano za pomocą maszyny cyfrowej. Obliczenia te wykorzystano do wykreślenia elips poszczególnych harmonicznych przestrzennych, znając chwilowe położenie α_ν osi indukcji magnetycznej.

Związek między położeniem osi neutralnej indukcji (kąt γ_ν) ν -tej harmonicznej przestrzennej a położeniem osi indukcji (kąt α_ν) jest dany relacją:

$$\alpha_\nu = \gamma_\nu + \frac{\pi}{2\nu} \pm 2k \frac{\pi}{\nu}, \quad (12)$$

gdzie:

- α_ν - przestrzenne położenie osi indukcji ν -tej harmonicznej przestrzennej,
- γ_ν - przestrzenne położenie osi neutralnej indukcji ν -tej harmonicznej przestrzennej,
- ν - rząd harmonicznej przestrzennej,
- $k = 1, 2, 3, \dots$

4. Wyznaczanie składowych zgodnych i przeciwnych indukcji magnetycznej pól wirujących jednofazowego silnika indukcyjnego z pomocniczym uzwojeniem zwartym typu DF-1180

Na rys. 4, 5, 6 przedstawiono, na płaszczyźnie związanej ze stojanem, wykresy eliptycznych pól wirujących indukcji magnetycznej odpowiednio dla 1, 3, 5 harmonicznej przestrzennej dla prędkości obrotowych $n = 0, 1847, 2538$ obr/min, $B_{\max\nu} = B_{\min\nu}$

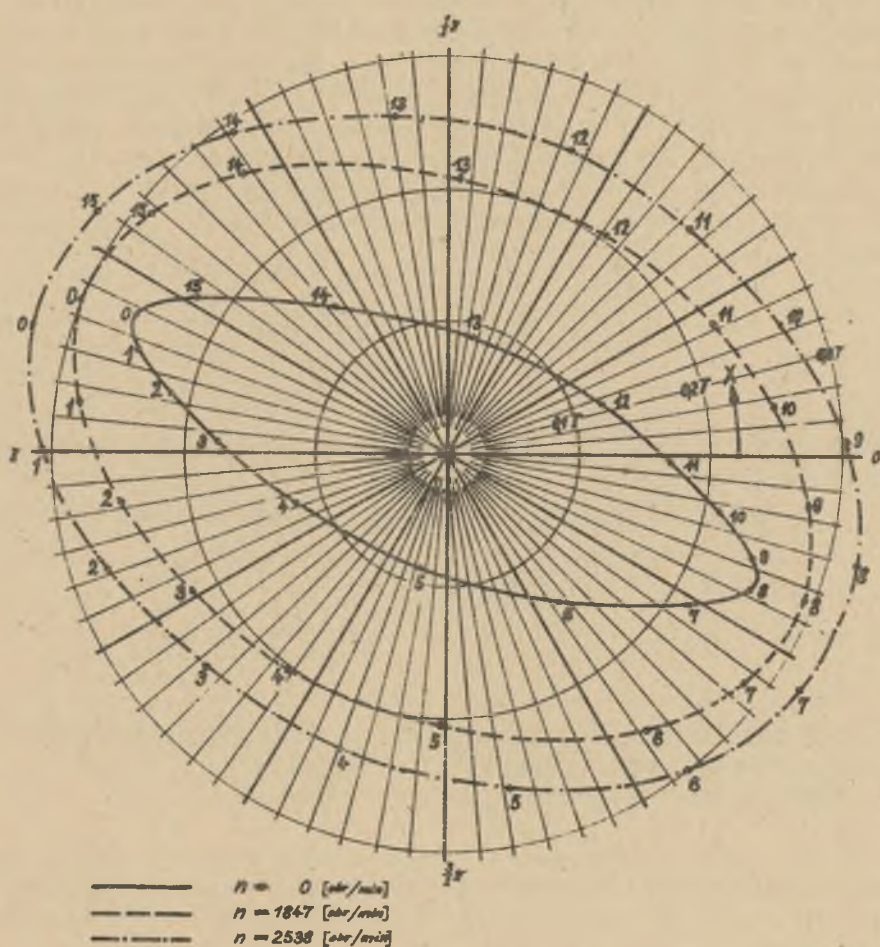
Z powyższych rysunków wynika wpływ obciążenia badanego silnika na zmianę składowych zgodnych i przeciwnych pól wirujących.

Wyznaczając wartości maksymalne $B_{\max\nu}$ (półosie duże) i minimalne $B_{\min\nu}$ (półosie małe) indukcji z elips, obliczono składowe zgodne $B_{a\nu}$ i składowe przeciwne $B_{b\nu}$ dla ν -tej harmonicznej przestrzennej z relacji:

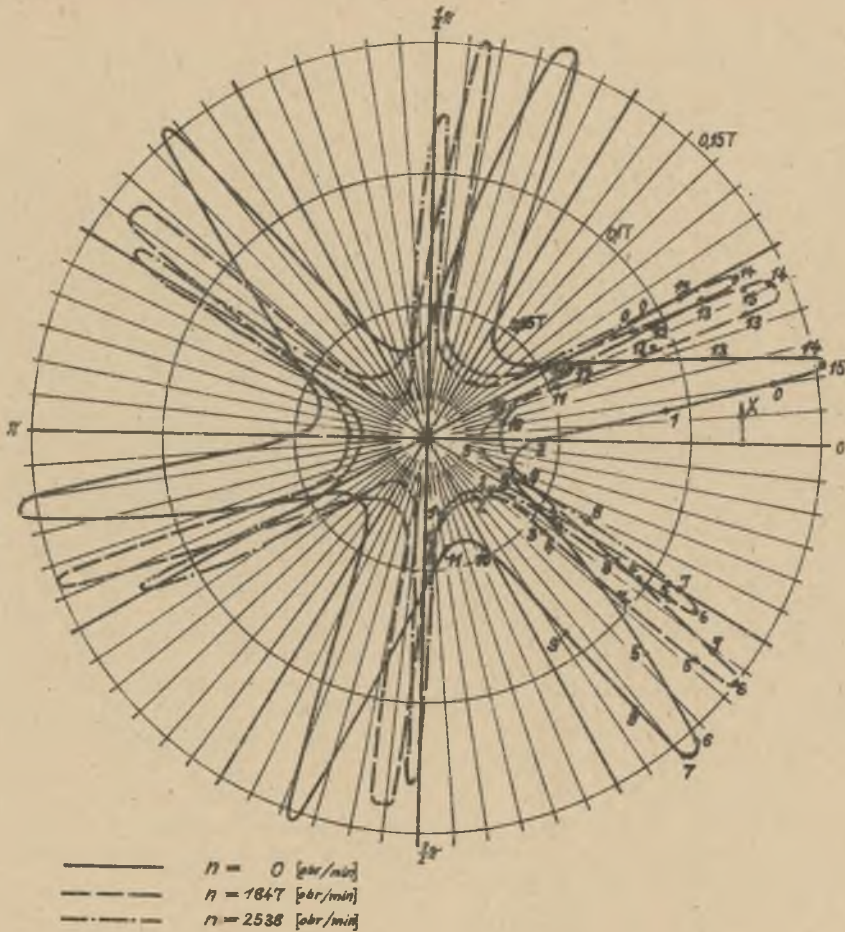
$$B_{a\nu} = \frac{1}{2} (B_{\max\nu} + B_{\min\nu}) \quad (13)$$

$$B_{b\nu} = \frac{1}{2} (B_{\max\nu} - B_{\min\nu})$$

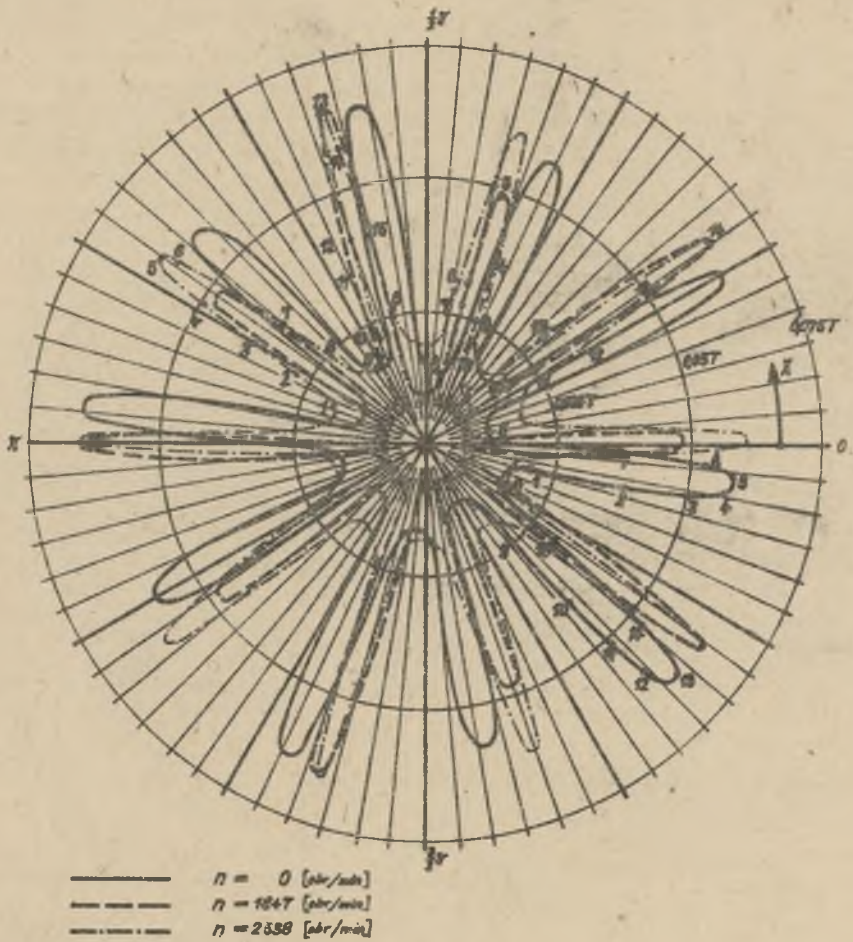
Wyniki obliczeń składowych zgodnych $B_{a\nu}$ i składowych przeciwnych $B_{b\nu}$ dla harmonicznej przestrzennej $\nu = 1, 3, 5$ w funkcji prędkości obrotowej n przedstawiono na rys. 7.



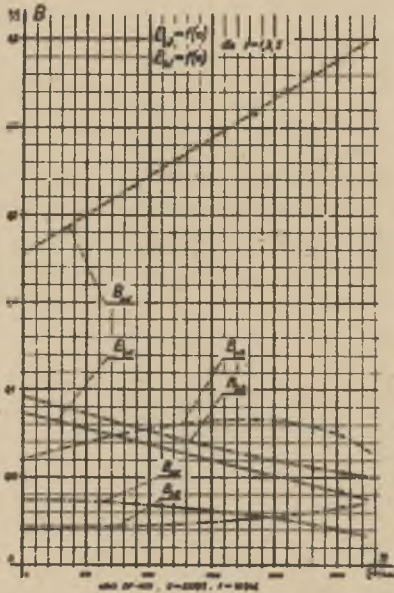
Rys. 4. Eliptyczne pole wirujące i harmonicznnej przestrzennej indukcji magnetycznej dla prędkości obrotowej wirnika $n = 0, 1847, 2538$ obr/min. Liczby $0, 1, \dots, 15$ na wykresach oznaczają odpowiednie chwile czasu t_0, t_1, \dots, t_{15} .



Rys. 5. Eliptyczne pole wirujące 3 harmonicznej przestrzennej indukcji magnetycznej dla prędkości obrotowej wirnika $n = 0, 1847, 2538$ obr/min. Liczby $0, 1, \dots, 15$ na wykresach oznaczają odpowiednie chwile czasu t_0, t_1, \dots, t_{15}



Rys. 6. Eliptyczne pole wirujące 5 harmonicznej przestrzennej indukcji magnetycznej dla prędkości obrotowej wirnika $n = 0, 1847, 2538$ obr/min. Liczby $0, 1, \dots, 15$ na wykresach oznaczają odpowiednie chwile czasu t_0, t_1, \dots, t_{15}



Rys. 7. Charakterystyki składowych zgodnych $B_{ay} = f(n)$ oraz składowych przeciwnych $B_{by} = f(n)$ indukcji magnetycznej dla harmonicznej przestrzennej $\gamma = 1, 3, 5$

Z wykresów $B_{ay} = f(n)$ oraz $B_{by} = f(n)$ można zaobserwować znaczną wartość 3 i 5 harmonicznej przestrzennej indukcji w stosunku do 1 harmonicznej. Jednak udział tych harmonicznych zmienia się znacznie przy zmianach prędkości obrotowej wirnika n . Przykładowo dla prędkości obrotowej wirnika $n=1847$ obr/min udział składowej zgodnej 3 harmonicznej przestrzennej indukcji w stosunku do składowej zgodnej 1 harmonicznej przestrzennej wynosi ok. 33%, natomiast składowa zgodna 5 harmonicznej przestrzennej indukcji w stosunku do składowej zgodnej 1 harmonicznej przestrzennej wynosi ok. 11%. Składowe przeciwne 3 harmonicznej przestrzennej i 5 harmonicznej przestrzennej, odniesione do składowej zgodnej 1 harmonicznej przestrzennej, wynoszą odpowiednio ok. 24% i ok. 10%. Zaś składowa przeciwna 1 harmonicznej przestrzennej odniesiona do składowej zgodnej 1 harmonicznej przestrzennej dla prędkości $n = 1847$ obr/min wynosi ok. 20%.

Jak wynika z przeprowadzonych badań, w obliczeniach charakterystyk elektromechanicznych trzeba uwzględnić 3 i 5 harmoniczną przestrzenną składowej zgodnej i przeciwnej pola magnetycznego, ze względu na znaczne ich udziały.

LITERATURA

- [1] Ciośka A., Janik T.: Metoda pomiaru rozkładu pola magnetycznego w szczelinie powietrznej małych maszyn elektrycznych prądu przemiennego. *Maszyny Elektryczne. Zeszyty Problemowe* 20/1974, s. 55-60. Ośrodek Badawczo-Rozwojowy Maszyn Elektrycznych EMA-KOMEL.
- [2] Pustoła J., Śliwiński T.: *Małe silniki jednofazowe*. PWT, Warszawa, 1959.
- [3] Dąbrowski M.: *Pole i obwody magnetyczne maszyn elektrycznych*. WNT, Warszawa, 1971.

Przyjęto do druku w lipcu 1977 r.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРЯМЫХ И ОБРАТНЫХ СОСТАВЛЯЮЩИХ МАГНИТНОГО
ПОТОКА ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ГАРМОНИЧЕСКИХ ОДНОФАЗНОЙ
ИНДУКЦИОННОЙ МАШИНЫ С РАСЩЕПЛЕННЫМИ ПОЛЮСАМИ

Р е з ю м е

Представлено метод определения мгновенного магнитного поля в воздушном зазоре электрических машин малой мощности при помощи измерительной катушки. Проведено исследование распределения магнитного поля в воздушном зазоре и определено прямые и обратные составляющие магнитного вращающего поля отдельных пространственных гармонических.

DETERMINATION OF POSITIVE AND NEGATIVE SEQUENCE SPATIAL
COMPONENTS IN THE ROTATING MAGNETIC FLUX OF THE SINGLE
PHASE SHADED POLE INDUCTION MOTOR

S u m m a r y

The paper presents a method of measurement and determination of instantaneous values of magnetic induction in the air gap of small power electric machines by using a measuring coil. From the evaluation of air gap induction distribution there result the positive and negative sequence components of each spatial harmonic of rotating magnetic field in the single phase shaded pole induction motor.