

Tadeusz GLINKA

Zakład Maszyn Elektrycznych  
Politechniki Śląskiej

Andrzej PAWLAK

Fabryka Silników Elektrycznych  
Małej Mocy SILMA

METODYKA DOŚWIADCZALNEGO WYZNACZANIA RELUKTANCJI ZASTĘPCZEJ  
I ŚREDNIEJ DŁUGOŚCI LINII SIŁ POLA MAGNESU TRWAŁEGO

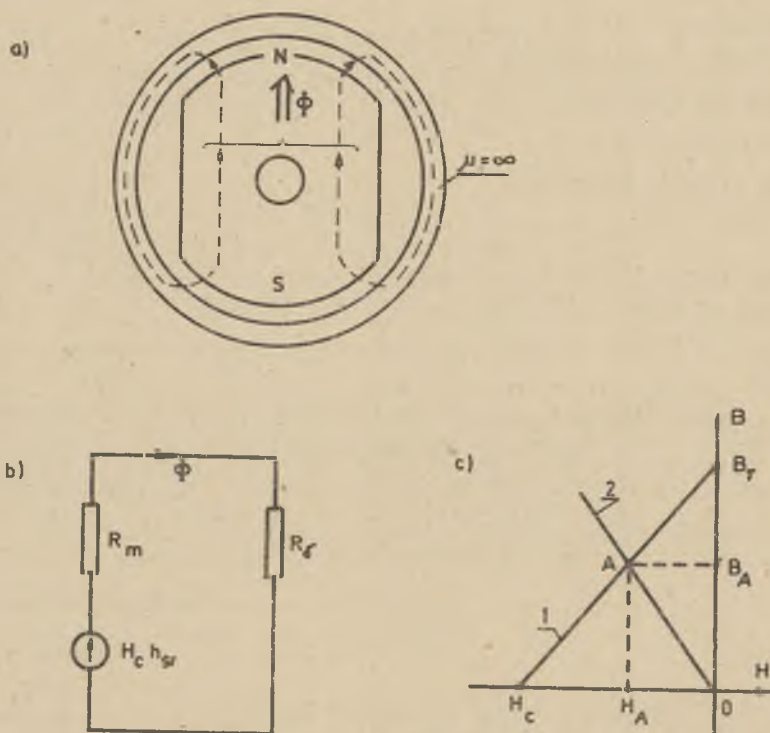
**Streszczenie.** W magnesach trwałych o złożonych kształtach geometrycznych można wyznaczyć średnią długość linii sił pola magnetycznego i jego reluktancję drogą modelowania na papierze przewodzącym. W artykule przedstawiono metodykę takiego postępowania zilustrowaną przykładami, w których określono reluktancję magnesów dwubiegunowych o trzech charakterystycznych kształtach, podając w formie wykresów szukane parametry magnesu trwałego w funkcji jego wymiarów geometrycznych. Wykresy te aproksymowano funkcjami analitycznymi.

## 1. Wstęp

Działanie magnesu trwałego w obwodzie magnetycznym o liniowej charakterystyce  $B = f(H)$  może być uwzględnione przy pomocy gałęzi składającej się z szeregowego połączenia siły magnetomotorycznej magnesu trwałego ( $H_C; h_{gr}$ ) i zastępczej reluktancji rdzenia magnesu  $R_m$  - rys. 1. Współrzędne punktu pracy na charakterystyce odmagnesowania magnesu trwałego  $[H_A; B_A]$  są funkcją parametrów obwodu magnetycznego, w skład którego wchodzi analizowany magnes trwały, w tym także funkcją reluktancji magnesu trwałego  $R_m$  i średniej długości linii sił pola w magnesie trwałym. Przebieg linii sił pola magnetycznego zależy od uformowania się elementarnych dipoli magnetycznych wewnątrz magnesu trwałego. Formowanie dipoli magnetycznych występuje w czasie pierwotnego magnesowania magnesu. A zatem chcąc obliczyć średnią długość linii sił pola magnetycznego i reluktancję magnesu trwałego należy analizować obwód magnetyczny, w którym odbywa się magnesowanie magnesu trwałego, gdyż można założyć, że w przypadku magnesów z ferrytów baru, ułożenie dipoli magnetycznych po wyłączeniu przepływu magnesuującego, nie ulega zmianie.

Celem artykułu jest przedstawienie metody określenia zastępczej reluktancji magnesu trwałego i średniej długości linii sił pola magnetycznego dla magnesów o złożonych kształtach geometrycznych.

Zagadnienie rozwiązano drogą modelowania pola magnetycznego na papierze przewodzącym.

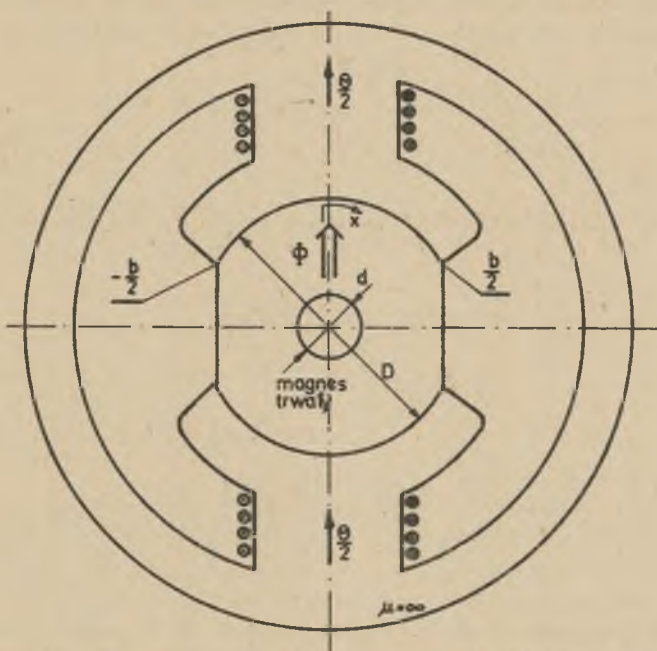


Rys. 1. a) Przykład obwodu magnetycznego wzbudzonego przez magnes trwały, b) schemat zastępczy, c) punkt pracy A na charakterystyce magnesu trwałego określony przez przecięcie prostej  $B = f(H)$  dla szczeliny powietrznej 2 z charakterystyką magnesu trwałego 1

## 2. Modelowanie obwodu magnetycznego z magnesem trwałym na papierze przewodzącym

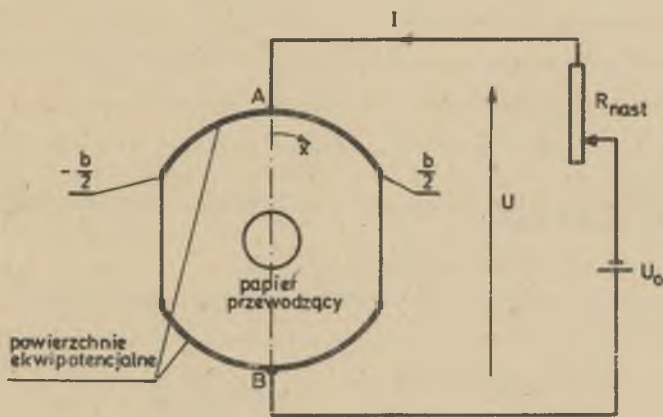
Przykładowy kształt obwodu magnetycznego z magnesem trwałym, w oparciu o który zostanie zilustrowana metodyka modelowania, został przedstawiony na rys. 2. Modelowanie obwodu magnetycznego przeprowadza się przy założeniach:

- szczelina powietrzna między magnesem trwałym a biegunem zwory zewnętrznej  $\delta = 0$ ,
- reluktancja zewnętrznego obwodu magnetycznego jest równa zero w porównaniu z reluktancją magnesu trwałego,
- magnes trwały posiada przenikalność magnetyczną  $\mu = \text{const}$ ,
- przepływ magnesujący jest przepływem stałym - ustalonym.



Rys. 2. Modelowany obwód magnetyczny z magnesem trwałym

Na podstawie powyższych założeń można stwierdzić, że potencjał pola magnetycznego na powierzchni magnesu trwałego przylegającej do bieguna zwozry zewnętrznej, ma wartość stałą. Obwód magnetyczny z magnesem trwałym przy powyższych założeniach można porównać z obwodem elektrycznym, w skład którego wchodzi wycinek papieru przewodzącego o kształcie odpowiadającym przekrojowi magnesu trwałego - rys. 3.



Rys. 3. Analogowy obwód elektryczny z papierem przewodzącym

Równanie strumienia  $\Phi$  w magnesie trwałym (rys. 2) i równanie prądu płynącego przez papier przewodzący (rys. 3) mają postać analogiczną:

$$\Phi = \int_{(S)} \vec{B} \, ds \qquad I = \int_{(S)} \vec{j} \, ds \qquad (1)$$

Przy czym równania indukcji  $\vec{B}$  i gęstości prądu  $\vec{j}$  są również analogiczne:

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \qquad \vec{j} = \gamma \vec{E} \qquad (2)$$

stąd

$$\Phi = \mu l \int_{-\frac{b}{2}}^{+\frac{b}{2}} H \, dx \qquad I = \gamma \Delta \int_{-\frac{b}{2}}^{+\frac{b}{2}} E \, dx \qquad (3)$$

Natężenie pola magnetycznego w magnesie trwałym  $\vec{H}$  i elektrycznego w papierze przewodzącym  $\vec{E}$

$$\vec{H} = \frac{\vec{\Theta}}{h_x}, \qquad \vec{E} = \frac{U}{h_x}, \qquad (4)$$

gdzie:

$b$  - długość łuku bieguna magnesu trwałego,

$l$  - długość osiowa magnesu trwałego,

$\Delta$  - grubość warstwy przewodzącej papieru,

$\vec{H}$  - natężenie pola magnetycznego w magnesie trwałym,

$\vec{E}$  - natężenia pola elektrycznego w papierze przewodzącym,

$h_x$  - długość linii pola elektrycznego w odległości  $x$  od wzdłużnej osi symetrii,

$\vec{\Theta}$  - przepływ magnesujący,

$U$  - spadek napięcia na papierze przewodzącym.

Po uwzględnieniu w równaniu (3) zależności (4) otrzymuje się:

$$\Phi = \Theta \mu l \int_{-\frac{b}{2}}^{+\frac{b}{2}} \frac{dx}{h_x}; \qquad I = \gamma U \Delta \int_{-\frac{b}{2}}^{+\frac{b}{2}} \frac{dx}{h_x} \qquad (5)$$



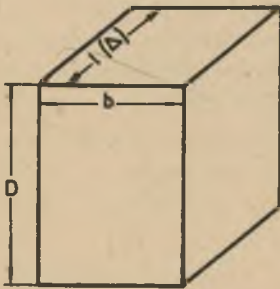
Wyrażenie

$$\mu l \int_{-N/g}^{N/g} \frac{dx}{h_x} = R_m \quad \text{określa}$$

reluktancję magnesu trwałego, a wyrażenie

$$\frac{1}{\delta} \Delta \int_{-N/g}^{N/g} \frac{dx}{h_x} = R$$

rezystancję papieru przewodzącego.



Rys. 4. Wymiary prostopadłościanu odniesienia

Regulację  $R_m$  magnesu o dowolnym kształcie można wyrazić w jednostkach względnych odnosząc do reluktancji magnesu o kształcie prostopadłościanu ( $R_{mp}$ ) o wymiarach takich jak na rysunku 4. Podobnie rezystancję papieru przewodzącego o kształcie odpowiadającym magnesowi trwałemu można odnieść do rezystancji papieru ( $R_p$ ) prostokątnego o wymiarach takich jak na rysunku 4.

Na podstawie przedstawionych analogii (równanie 5) można napisać

$$R_{mr} = \frac{R_m}{R_{mp}} = \frac{R}{R_p} \quad (6)$$

Obliczenie reluktancji magnesu  $R_{mp}$  o wymiarach prostopadłościanu przy  $\mu = \text{const}$  nie przedstawia trudności.

$$R_{mp} = \frac{D}{\mu b l} \quad (7)$$

Reluktancję magnesu trwałego wyznaczoną drogą modelowania można wyrazić

$$R_m = \frac{h_{\delta r}}{\mu b h} \quad (8)$$

przy czym  $h_{\delta r}$  - określa średnią długość linii sił pola magnetycznego w magnecie trwałym, odcinki  $\delta, l, h_{\delta r}$  są blokami magnesu zastępczego o kształcie prostopadłościanu.

Z porównania równań (7), (8) i (6) wynika

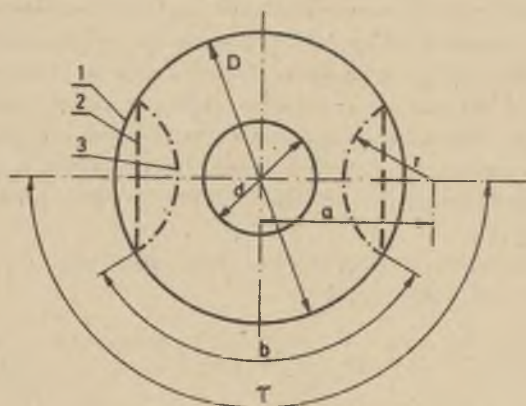
$$\frac{h \delta r}{D} = \frac{R_m}{R_{mp}} = \frac{R}{R_p} = R_{mr} \quad (9)$$

W jednostkach względnych średnia długość linii sił pola magnetycznego równa się reluktancji magnesu trwałego i równa się rezystancji papieru przewodzącego o kształcie odpowiadającym kształtowi magnesu trwałego.

### 3. Wyznaczanie reluktancji magnesów walcowych

W silnikach elektrycznych małej mocy z magnesami trwałymi wykorzystywane są z reguły magnesy o kształcie wydrążonego walca. Przy obliczaniu obwodu magnetycznego tego typu silnika, istnieje konieczność wyznaczenia re-

luktancji magnesu trwałego. Przedstawioną metodą określono reluktancję magnesów dwubiegunowych o kształtach podanym na rys. 5:



Rys. 5. Kształty i wymiary modelowanych magnesów

1) walec wydrążony o średnicy zewnętrznej  $D$  i wewnętrznej  $d$  (linia ciągła na rys. 5),

2) walec jak wyżej, lecz ścięty prosto w strefie nie namagnesowanej (linia przerywana na rys. 5),

3) walec jak wyżej z wycięciami łukowymi o promieniu  $r$  w strefie nie namagnesowanej (linia punktowa na rys. 5) przy

czym założono, że oś wycięć łukowych o promieniu  $r$  jest oddalona od osi magnesu trwałego o odcinek  $a = 0,6 D$ .

Dla każdego z podanych kształtów magnesu trwałego poszukiwano zależności wykreślonych

$$R_{mr} = f\left(\frac{b}{\tau}\right) \quad \text{or} \quad R_{mr} = f\left(\frac{d}{D}\right).$$

gdzie:

$b$  - długość łuku strefy namagnesowanej.

$\tau = \frac{D}{2p}$  - podziałka biegunowa magnesu.

Rozpatrzono zmiany stosunku szerokości bieguna do podziałki biegunowej  $\frac{b}{\tau} \in [0,65; 0,85]$  i przedział zmiany stosunku średnic  $\frac{d}{D} \in [0; 0,5]$ .

Warunki brzegowe na papierze przewodzącym nanoszono w ten sposób, że na łuku o długości  $b$  (odpowiadającym długości bieguna) naniesiono powłokę srebrną (rys. 3), do punktów A i B leżących na powłoce srebrnej pod sąsiednimi biegunami przykładano napięcie  $U$  i metodą techniczną wyznaczano rezystancję papieru przewodzącego. Rezystancję tę przeliczono na jednostki względne odnosząc ją do rezystancji papieru o kształcie prostokąta (rys. 4).

Aby poprawić dokładność pomiaru przed każdym modelowaniem należy badać anizotropię papieru przewodzącego. Dostępny na polskim rynku papier przewodzący charakteryzuje się anizotropią prostokątną, którą należy wyeliminować. Metody eliminacji anizotropii papieru przewodzącego przedstawione są w pracy [4].

Wyznaczone pomiarowo charakterystyki  $R_{mr} = f\left(\frac{d}{D}\right)$  przedstawiono wykreślnie na rys. 6, a charakterystyki  $R_{mr} = f\left(\frac{b}{\tau}\right)$  na rys. 7.

Z uwagi na to, że w obliczeniach obwodów magnetycznych z wykorzystaniem maszyn cyfrowych wygodniej jest posługiwać się formą analityczną reluktancji magnesu trwałego, dlatego aproksymowano krzywe zdjęte pomiarowo  $R_{mr} = f\left(\frac{d}{D}\right)$  szeregiem potęgowym

$$R_{mr} = A_0 + A_1x + A_2x^2 + A_3x^3 + \dots,$$

przy czym  $x = \frac{d}{D}$ .

ograniczając się do 4 pierwszych wyrazów. Wyznaczone współczynniki  $A_0, A_1, A_2, A_3$  zestawiono w tabeli 1.

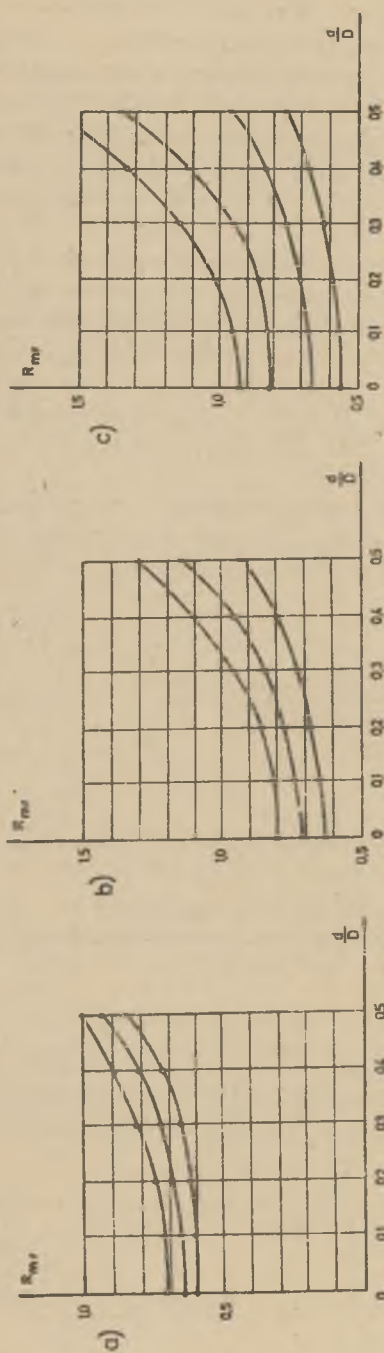
Podobnie charakterystyki  $R_{mr} = f\left(\frac{b}{\tau}\right)$  aproksymowano prostą

$$y = ax + b$$

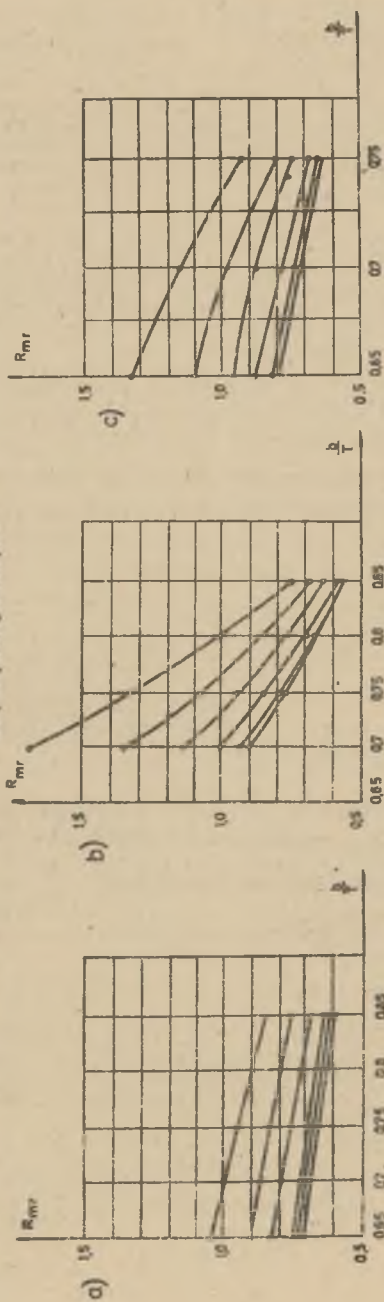
Współczynniki  $a$  i  $b$  zestawiono w tabeli 2.

Na podstawie zdjętych charakterystyk można stwierdzić, że reluktancja magnesu wzrasta monotonicznie wraz ze wzrostem  $\frac{d}{D}$ , natomiast maleje wraz ze wzrostem szerokości bieguna  $\frac{b}{\tau}$ .

Podaną metodą można wyznaczyć reluktancję magnesu trwałego o dowolnej liczbie par biegunów i dowolnym kształcie.



Rys. 6. Charakterystyki  $R_{mr} = f(\frac{d}{D})$  dla magnezu  
 a) bez wycięć międzybiegunowych, b) z wycięciami międzybiegunowymi według linii prostej, c) z żukowymi wycięciami międzybiegunowymi



Rys. 7. Charakterystyki  $R_{mr} = f(\beta)$  dla magnezu  
 a) bez wycięć międzybiegunowych, b) z wycięciami międzybiegunowymi według linii prostej, c) z żukowymi wycięciami międzybiegunowymi



Tabela 1

$\frac{b}{\tau}$	$A_0$	$A_1$	$A_2$	$A_3$	dla $x = \frac{d}{D} \in$
1) Magnes bez wycięć międzybiegunowych - rys. 5, krzywa 1					
0,65	0,7195	-0,104	1,45	0	0÷0,5
0,75	0,655	-0,169	1,51	0	0÷0,5
0,85	0,598	-0,19	1,405	0	0÷0,5
2) Magnes z prostymi wycięciami międzybiegunowymi - rys. 5, krzywa 2					
0,65	0,799	0,062	0,88	2,25	0÷0,5
0,7	0,726	0,0125	1,25	0,89	0÷0,5
0,75	0,6295	0,0335	0,82	0,49	0÷0,5
3) Magnes z łukowymi wycięciami międzybiegunowymi - rys. 5, krzywa 3					
0,7	0,9195	0,15	0,81	3,9	0÷0,5
0,75	0,7795	0,093	0,55	2,82	0÷0,5
0,8	0,655	-0,087	1,35	0	0÷0,5
0,85	0,557	0	0,78	0	0-0,5

Tabela 2

Przypadek	$\frac{d}{D}$	a	b	dla $x = \frac{b}{\tau} \in$
Magnes bez wycięć międzybiegunowych rys. 5, krzywa 1	0	-0,6075	1,1145	0,65÷0,85
Magnes z prostymi wycięciami międzybiegunowymi rys. 5, krzywa 2	0	-1,71	1,914	0,65÷0,75
Magnes z łukowymi wycięciami międzybiegunowymi rys. 5, krzywa 3	0	1,2435	2,613	0,7÷0,85

## LITERATURA

- [1] Bałagurow W.A.: Maszyny elektryczne o magnesach trwałych. WNT, 1967.
- [2] Bertinow A.V.: Aviacionnyje elektriczeskije generatory. I.O.P. Moskwa, 1959.
- [3] Sławinskaja A.G.: Elektromagnity i postojannyje magnity. Energija, 1972.
- [4] Demenko A.: Wpływ anizotropii papieru przewodzącego na dokładność modelowania pól potencjalnych. Zeszyty Naukowe Politechniki Poznańskiej ELEKTRYKA Nr 14, 1973.
- [5] Rjazanow G.A.: Opyty i modelirowanije pri izuczeni elektromagnitnogo polja. Izd. "Nauka", Moskwa, 1966.
- [6] Turje S.I.: Pogrieznosti matematiczeskogo modelirowania poliej iz-za nieodnorodnosti elektroprowadieszcziej bumagi. Elektrotechnika Nr 12, 1970.

Przyjęto do druku w lipcu 1977 r.

ОПЫТНЫЙ МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ МАГНИТНОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ  
ПОСТОЯННОГО МАГНИТА

Р е з ю м е

В статье предложили методику определения магнитного сопротивления постоянного магнита применяя моделирование магнитного поля на проводящей бумаге. Определили магнитное сопротивление двухполюсных магнитов с тремя характерными фигурами. Результаты исследований представили на графиках. Экспериментальные кривые аппроксимировали аналитическими функциями.

DETERMINATION OF METHOD OF THE RELUCTANCE AND MEAN  
LENGTH OF MAGNETIC LINES IN PERMANENT MAGNETS

S u m m a r y

The reluctance and the mean length of magnetic field lines of permanent magnets may be determined by means of a conductive paper. The method of such a procedure is described and the examples for two-poles permanent magnets of three different characteristic shapes are given. The diagrams of reluctance as a function of geometric dimension are presented. These diagrams are approximated by means of analytic functions.