

Zbigniew BARTOŃ
Edward LAWERA

Politechnika Śląska
Instytut Elektroenergetyki i Sterowania Układów

KRYTERIUM OCENY STABILNOŚCI DYNAMICZNEJ
WIELOMASZYNOWEGO UKŁADU ELEKTROENERGETYCZNEGO BADANEJ METODĄ LAPUNOWA

Streszczenie. Określenie granicznego obszaru stabilności było dotychczas jednym z najbardziej czasochłonnnych etapów obliczeń prowadzonych bezpośrednią metodą Lapunowa. W artykule zaproponowano nową metodę, pozwalającą znacznie skrócić czas tej części obliczeń w porównaniu z metodami dotychczas stosowanymi.

Wprowadzono pojęcie całkowitego wskaźnika identyfikacji przebiegu przejściowego, podano jego interpretację i wskazano sposób jego wyznaczania. Zamieszczono ponadto dwa różne przykłady obliczeniowe, które ilustrują i pozwalają sprawdzić przedstawioną procedurę.

1. Wprowadzenie

Stosowane dotychczas metody badania stabilności pracy systemów elektroenergetycznych bazują na określaniu kątów rozchyłów wirników generatorów pracujących w systemie elektroenergetycznym [9], [7], [8]. O ile dla układów o ilości maszyn $n \leq 2$ istnieje kryterium ilościowe sformułowane jako zasada równości pól pozwalająca wnioskować odnośnie stabilności pracy z przebiegów kątów rozchylenia wirników nie przekraczających wartości π , to dla układów wielomaszynowych badania kątów między poszczególnymi parami maszyn muszą odbywać się w większych przedziałach czasowych.

Przy badaniu równowagi układu n -maszynowego o stabilności wnioskować można z przebiegów czasowych $\frac{n}{2}(n-1)$ kątów uzyskiwanych z rozwiązania $2n-1$ nieliniowych równań różniczkowych (r.r) opisujących dynamikę systemu elektroenergetycznego. Badanie równowagi polegające na rozwiązywaniu wspomnianych r.r nawet przy zastosowaniu skomputeryzowanych metod obliczeniowych jest możliwe tylko dla ograniczonej liczby maszyn, przy czym ilość ta związana jest z dokładnością stosowanego modelu matematycznego.

Powyższe trudności skłoniły do szukania innych rozwiązań, które poszły m.in. w kierunku możliwości zastosowania ogólnych kryteriów znanych w teorii sterowania i regulacji, a w szczególności bezpośredniej metody Lapunowa.

Stosowanie II metody Lapunowa do badań równowagi dynamicznej układów elektroenergetycznych nie stwarza konieczności badania przebiegów przejściowych kątów wzajemnych rozchyłeń maszyn, a sprowadza się do badania wartości i zachowania funkcji V charakterystycznej dla tej metody. Funkcję tę tworzy się w oparciu o sprowadzony do postaci równań stanu układ równań różniczkowych opisujących dynamikę systemu elektroenergetycznego, przy wprowadzeniu transformacji początku układu do punktów równowagi w stanie pozakłóceniovym.

Pierwsze próby zastosowań metody Lapunowa prowadzone były m.in. przez Zasławską i Tagirowa [17] oraz przez Magnussona [10], przy czym zastosowana funkcja nosiła nazwę funkcji energii stanu przejściowego. Bardziej ogólne wyniki uzyskane zostały m.in. przez Ayletta [12] w zaproponowanym tzw. całkowym kryterium energetycznym.

Metodę Lapunowa kolejno rozwinęli w swoich pracach m.in. Andriejuk [1], Gless [5], El-Abiad i Nagappan [3], Wiennikow [15] oraz bracia Willems [16] i Starachow [14].

Pierwsze prace dotyczyły układów jednomaszynowych przyłączonych do sieci sztywnej oraz dwumaszynowych. Wielu autorów koncentrowało swoje wysiłki na systematycznej konstrukcji funkcji V . W końcu w oparciu o pracę Moore'a-Andersona [11], uogólniającą kryterium Popowa, dla układów nieliniowych sformułowano podstawy analizy systemów n -maszynowych metodą Lapunowa.

Dotychczasowe badania wiążące się z wykorzystaniem wspomnianej zasady, mimo że podejmowane przez wielu autorów, nie rozwiązują jednak całego szeregu zagadnień związanych z zastosowaniem jej do praktycznych badań równowagi dynamicznej. Wymagają w związku z tym dalszych studiów w celu rozwiązania pozostałych problemów.

2. Funkcja V dla układu elektroenergetycznego

Istnieje wiele metod pozwalających skonstruować funkcję V przydatną do badań stabilności dynamicznej. Wygodnie jest jednak wykorzystywać funkcję mającą konkretną fizyczną interpretację. W przypadku systemu elektroenergetycznego funkcja taka odzwierciedlać powinna całkowitą energię badanego układu, czyli powinna być sumą energii kinetycznych i potencjalnych całego systemu.

Dla układu elektroenergetycznego opisanego równaniem stanu:

$$\dot{X} = AX - BF(\xi).$$

$$\xi = CX,$$

(1)

gdzie:

$X, F(\delta)$ i δ - są odpowiednio wektorami stanu sterowania i odpowiedzi,
 A, B, C - są macierzami o stałych elementach.

Funkcję o wspomnianych wyżej właściwościach można uzyskać z następującej zależności [12]:

$$V(X) = X^T P X + \sum_{i=1}^L 2 q_i \int_0^{C_1 X} f_i^T(\delta_i) d\delta_i. \quad (2)$$

gdzie:

$$L = \frac{n(n-1)}{2}, \quad q_i = \frac{1}{2}, \quad i = 1, 2, \dots, L$$

C_1 - jest wierszem macierzy C .

W równaniu (2) macierz P określona jest przez rozwiązanie układu równań macierzowych Riccatiego.

Jak wynika z relacji (2) do określenia funkcji V niezbędne są ponadto: macierz admitancji układu w stanie pozakłóceniovym, która uzyskuje się po dokonaniu inwersji podmacierzy stanu przedzakłóceniovego; pozakłóceniove punkty równowagi, które uzyskuje się po rozwiązaniu układu nieliniowych algebraicznych równań opisujących stan systemu po wyłączeniu zaburzenia.

W celu określenia obszaru stabilności dynamicznej systemu elektroenergetycznego należy wyznaczyć tzw. krytyczną (kryterialną) wartość funkcji (2). Wartość ta jest w ogólnym przypadku hiperpowierzchnią i można ją zdefiniować jako:

$$V_C = \min \{V(X); \dot{V}(X) = 0\}. \quad (3)$$

Dotychczas wykorzystano wiele metod w celu wyznaczenia wartości V_C . Do najczęściej stosowanych sposobów w badaniach układów n -maszynowych zaliczyć można:

- a) stosowanie skomplikowanych programów minimalizacyjnych [15], [18],
- b) wyznaczenie $2(2^{n-1}-1)$ najbliższych punktów równowagi nietrwałej, [3], [13], [16].

Metoda pierwsza była i jest jednak czasochłonna i pracochłonna oraz wymaga dysponowania odpowiednio rozbudowanym oprogramowaniem i oprzyrządowaniem maszyny cyfrowej. Metoda druga, stosowana w większości przypadków, polega z kolei na wyznaczeniu rozwiązań układu nieliniowych równań algebraicznych. Obydwie więc metody sprawiały wiele trudności i powodowały zmniejszenie atrakcyjności przy praktycznym stosowaniu do badania równowagi dynamicznej bezpośredniej metody Lapunowa. Podejmowano w związku z powyż-

szym próby uproszczenia procedury wyznaczania V_C . Usiłowania te rozwijały się w dwóch kierunkach. Jeden polegał na wyznaczeniu przybliżonej wartości V_C [4], drugi natomiast starał się na podstawie lokalizacji zakłócenia i analizy układu sieciowego określić stany układu elektroenergetycznego, które w konkretnej sytuacji nie mogą wystąpić i które należy wykluczyć, co redukowało liczbę rozważanych rozwiązań wspomnianego układu równań różniczkowych $2(2^{n-1}-1)$ do $(2n-3)$ [6]. Brak było jednak w dalszym ciągu kryterium, które pozwoliłoby w możliwie szybki sposób określić stan odpowiadający granicy obszaru stabilności systemu badanego. Przyjęcie takiego kryterium proponuje się w niniejszym artykule.

3. Kryterium całkowitej identyfikacji stanu układu elektroenergetycznego

Rozważmy n -maszynowy system elektroenergetyczny. Jeżeli system znajduje się w stanie ustalonym, wtedy wszystkie generatory wirują z prędkością synchroniczną, a zapotrzebowanie mocy odpowiada generacji i jest zgodne z szeregiem nałożonych ograniczeń, m.in. w stosunku do napięć, częstotliwości itp. Jeżeli jednak w określonym miejscu układu wystąpi np. zakłócenie zwarciove, wtedy stan równowagi układu zostanie naruszony.

W zależności od korelacji parametrów własnych i wzajemnych pewne generatory zaczną przyspieszać, inne natomiast będą opóźniały się. Po likwidacji zakłócenia cały układ już może nie powrócić do stanu przedzakłóceniovego. Będzie on dążył jednak do osiągnięcia stanu pozakłóceniovego, przy czym z różnych punktów startowych będzie on zmierzał do pojedynczego, ściśle określonego punktu (o ile równowaga będzie możliwa) pracy.

Funkcja Lapunowa, jak podkreślono w p. 2, jest uogólnioną funkcją energii. Przedstawia ona energię systemu elektroenergetycznego w różnych punktach przestrzeni stanu, a relacja $V=V_C$ reprezentuje hiperpowierzchnię o stałej energii w rozważanej przestrzeni. Określenie granicy obszaru stabilności odpowiada znalezieniu takiej hiperpowierzchni, która jest najbliższą w stosunku do pozakłóceniovego stanu równowagi, w którym V jest równa zero.

Zagadnienie sprowadza się więc do znalezienia takiego stanu układu elektroenergetycznego, dla którego funkcja V przyjmuje wartość minimalną.

Wystąpienie zwarcia fizycznie oznaczać może wzrost energii systemu w czasie trwania stanu nieustalonego. Ten wzrost przejściowej energii powoduje, że określone maszyny przyspieszają zwiększając przy tym kąty wzajemnych rozchylenia.

Do oceny energii poszczególnych maszyn proponuje się w związku z powyższym zastosować całkowity wskaźnik identyfikacji stanu określony następującą relacją:

$$W_1(t) = \int_{t_0}^t [\dot{X}_1(t) - \dot{X}_1(t_0')]^2 dt, \quad (4)$$

gdzie:

X_i - zmienna stanu maszyny i

$i = 1, 2, \dots, n$,

t_0 - chwila przed wystąpieniem zakłócenia.

Przyjęcie jako zmiennej stanu, w określonym zależnością (4) kryterium, funkcji kąta $\delta(t)$ i znalezienie maksymalnej wartości wskaźnika W_i (który liczony jest w stanie zakłóceniovym), pozwala zidentyfikować maszynę, a tym samym uzyskać rozwiązanie, dla którego funkcja V osiąga minimum.

4. Przykłady obliczeniowe

Zaproponowane w niniejszym artykule kryterium zastosowano do określenia współrzędnych punktów kryterialnych dla dwóch różnych systemów.

W obydwu przypadkach punkty równowagi systemu w stanie pozakłóceniovym wyznaczono rozwiązując metodą Newtona-Raphsona układ równań różniczkowych opisujących stan systemu po likwidacji zakłócenia. W układzie równań stanu (1), spełniając wymagania całkowitej sterowalności i obserwowalności systemu, przyjęto dla przypadku niejednorodnego tłumienia następujące zmienne stanu [12]:

$$X_i = \delta_i; \quad i = 1, 2, \dots, n$$

$$X_{j+n} = (\delta_1 - \delta_{j+1}) - (\delta_1^s - \delta_{j+1}^s),$$

$$j = 1, 2, \dots, n-1. \quad (5)$$

Takie przyjęcie zmiennych stanu zdeterminowało postać wektora sterowania, który w tym przypadku przedstawić można w postaci relacji (6):

$$F_k(\delta_k) = f_{1j}(\delta_k) = E_1 E_j b_{1j} \sin(\delta_k + \delta_1^s - \delta_j^s) - \sin(\delta_1^s - \delta_j^s) \quad (6)$$

$$i = 1, 2, \dots, (n-1)$$

$$j = (i+1), \dots, n.$$

$$k = 1, 2, \dots, \frac{n(n-1)}{2},$$

gdzie:

δ - kąt wirnika,

δ^s - kąt wirnika w stanie pozakłóceniovym,

- E - napięcie za reaktancją X_d^* ,
 b - susceptancja zredukowanego systemu elektroenergetycznego,
 δ - względna różnica kątów odpowiednich maszyn.

Kryterialny stan układu identyfikowano w oparciu o wartości wskaźników identyfikacji (4). W celu weryfikacji wyników wyznaczono krytyczną wartość funkcji V metodą proponowaną w pracy [13] i określono stan układu spełniający relację (3). Wyniki obliczeń przedstawiono w przykładach 1 oraz 2.

Przykład 1

Obliczenia przeprowadzono dla systemu, którego schemat oraz parametry podano na rys. 1. Założono, że w układzie wystąpiło zwarcie 3-fazowe, trwające 0,33 s w pobliżu szyn 9, które spowodowało wyłączenie linii L5.

Na rysunku 2 pokazano przebieg w czasie, w stanie zakłóceniovym wskaźnika identyfikacji W_1 . Porównując wielkości wskaźnika obliczane dla poszczególnych maszyn można zauważyć, że przyjmuje on największą wartość dla generatora G4.

Współrzędne punktu kryterialnego określono z kolei w tradycyjny sposób w oparciu o następującą postać funkcji Lapunowa [13]:

$$V(\delta, \omega) = \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{k=i+1}^n \left[\frac{1}{2} M_i M_k \omega_{ik}^2 - B_{ik} \delta_{ik} - A_{ik} M \cos \delta_{ik} \right] + K, \quad (7)$$

gdzie:

$$K = \Phi(\delta^S),$$

$(\delta^S, 0)$ - punkt równowagi trwałej w stanie pozakłóceniovym,

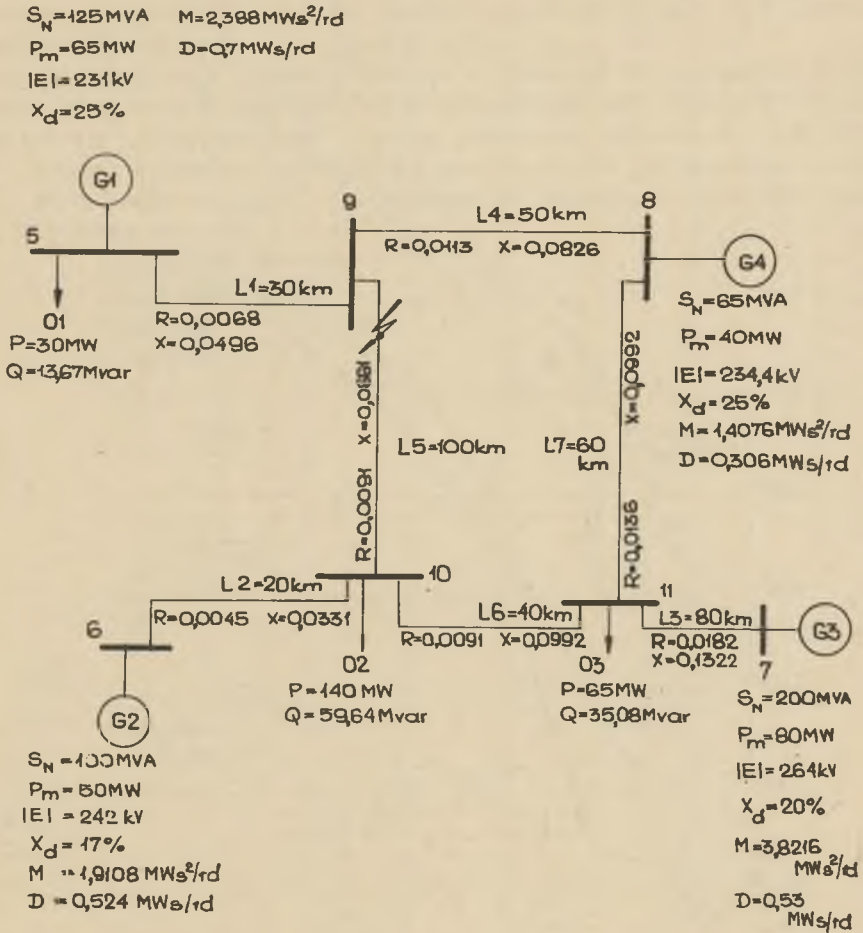
$$A_{ij} = E_i E_j Y_{ij},$$

M_i - moment bezwładności określonej maszyny,

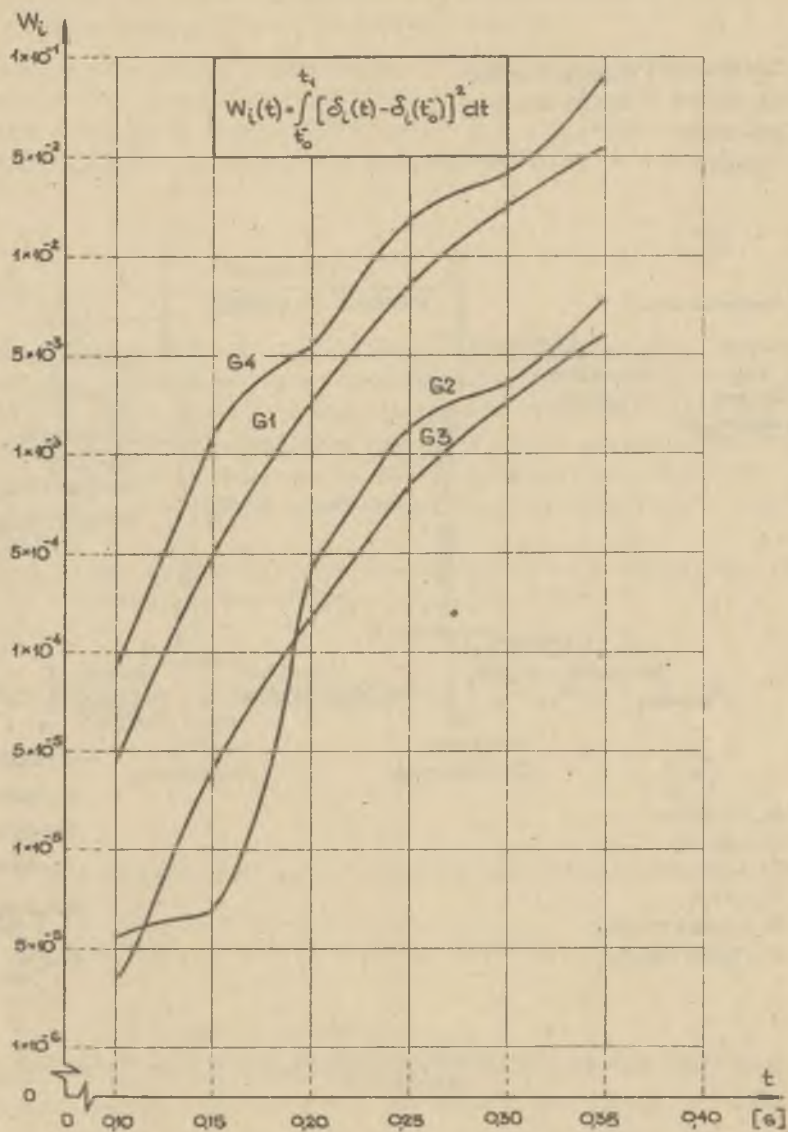
$$M = \sum M_i,$$

n - liczba maszyn w systemie.

Funkcja V osiągała minimalną wartość $V_{\min} = 0,08258$ również wtedy, gdy generator G4 wypadł z synchronizmu. Dla pozostałych stanów obliczono także wartości funkcji V i były one w każdym przypadku większe od V_{\min} .



Rys. 1. Schemat układu elektroenergetycznego przyjętego do analizy w przykładzie 1



Rys. 2. Przebieg w czasie w stanie zakłóceńowym wskaźnika identyfikacji W_i w przykładzie 1

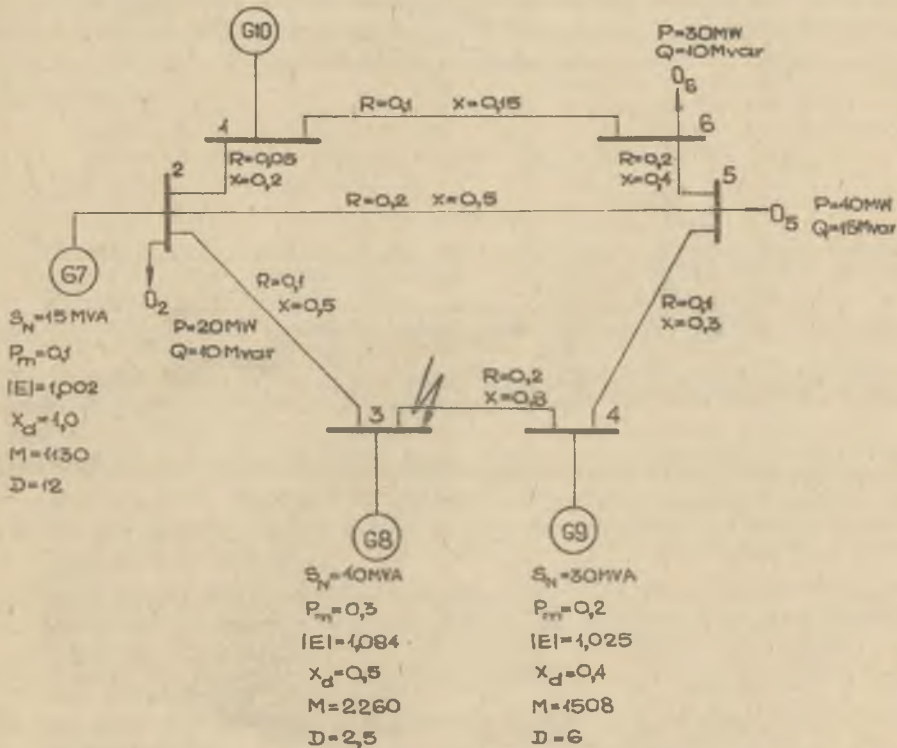
Przykład 2:

Obliczenia przeprowadzono dla systemu pokazanego na rys. 3, a badanego w pracach [3] oraz [6].

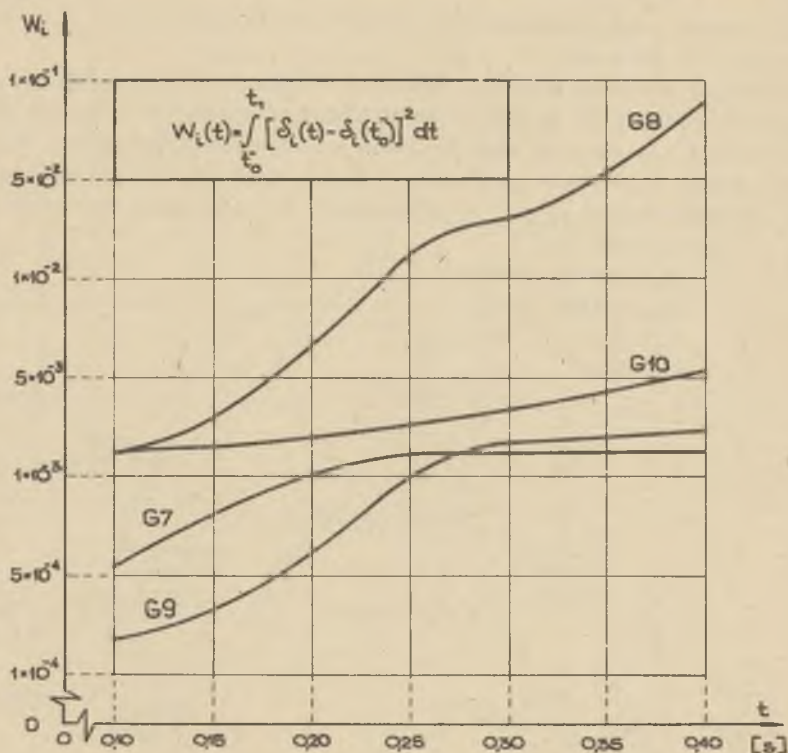
Parametry badanego systemu, wyrażone w jednostkach względnych, podano również na rysunku 3. Założono, że w układzie wystąpiło 3-fazowe zwarcie trwające 0,4 s w pobliżu szyn 3, które spowodowało wyłączenie linii 3-4.

Na rysunku 4 pokazano przebieg w czasie, w stanie zakłóceniu wskaźnika identyfikacji $\Psi_i (i=1, \dots, 4)$. Wskaźnik Ψ_1 największe wartości przyjmuje dla generatora G8.

$$\begin{aligned} S_N &= 100 \text{ MVA} & M &= 75350 \\ P_m &= 0,0332 & D &= 1,0 \\ |E| &= 1,000 \\ X_d &= 0,004 \end{aligned}$$



Rys. 3. Schemat układu elektroenergetycznego przyjętego do analizy w przykładzie 2



Rys. 4. Przebieg w czasie w stanie zakłóceniovym wskaźnika identyfikacji W_i w przykładzie 2

Współrzędne punktu kryterialnego określono tym razem w oparciu o funkcję Lapunowa opisaną relacją (8) [6]:

$$\begin{aligned}
 V(\delta, \omega) = & \left[\sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n M_i M_j (\omega_i - \omega_j)^2 \right] / \left[2 \sum_{k=1}^n M_k \right] + \\
 & + \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n E_i E_j b_{ij} \cos(\delta_i^S - \delta_j^S) - \cos(\delta_i - \delta_j) - \\
 & - (\delta_i - \delta_j + \delta_i^S - \delta_j^S) \sin(\delta_i^S - \delta_j^S),
 \end{aligned} \tag{8}$$

gdzie oznaczenia analogiczne są jak dla relacji (6) i (7).

Funkcja V osiągała minimalną wartość $V_{\min} = 1,018$, gdy generator G8 wypadł z synchronizmu. Dla pozostałych stanów układu wartości funkcji V w każdym przypadku były większe od V_{\min} [6].

5. Wnioski i uwagi końcowe

Kryterium proponowane w niniejszym artykule dotyczy jednej z głównych trudności na drodze do praktycznego zastosowania bezpośredniej metody Liapunowa do badania stabilności dynamicznej systemu elektroenergetycznego. Przedstawione podejście pozwala wyeliminować zasadnicze trudności związane z określaniem granicy obszaru stabilności, zmniejszając czasochłonność procesu obliczeniowego.

Należy ponadto podkreślić, że wyznaczanie wskaźnika identyfikacji W_i nie powoduje skomplikowania cyklu obliczeń, ponieważ metoda Liapunowa i tak wymaga całkowania numerycznego układu równań stanu systemu elektroenergetycznego w stanie zakłóceniovym. Przedstawione w artykule dwa różne przykłady obliczeniowe potwierdzają korzyści wynikające z zastosowania tego kryterium.

LITERATURA

- [1] Andriejuk W.A.: Primenieniye vtorovo metoda Ljapunowa dla issledovaniya dinamiczeskoj ustojczivosti elektroenergeticzeskich sistem. Izd. Nauka, Nowosibirsk 1966.
- [2] Aylett P.D.: The transient-energy criterion of transient stability limits of power systems. Prac. I.E.E., vol. 105, 1958.
- [3] El-Abiad A.H., Nagappan K.: Transient stability regions of multimachine power systems. I.E.E. Trans. on Power App. and Systems. Vol. PAS-85, Febr. 1966.
- [4] El-Abiad A.H., Prabhakara F.S.: A simplified determination of stability regions for Lyapunov methods. I.E.E. Trans. on Power app. and Systems. Vol. PAS-84, H-Ap. 1975.
- [5] Gless G.E.: The direct method of Liapunov applied to transient power stability. I.E.E. Trans. Power App. and Systems. Vol. PAS-86, Dec. 1966.
- [6] Gupta C.L., El-Abiad A.H.: Determination of the closest unstable equilibrium state for Liapunov method in transient stability studies. I.E.E. Trans. on Power App. and Systems. Vol. PAS-95 Sept. 1976.
- [7] Jasicki Z.: Zjawiska niestabilne w układach elektroenergetycznych, WNT, Warszawa 1969.
- [8] Kamiński A.: Równowaga współpracy układów elektroenergetycznych, WNT, Warszawa 1956.
- [9] Kimbark E.W.: Power system stability. Vol. 1 Wiley N.A. 1948.
- [10] Magnusson P.C.: The transient-energy method of calculating stability Trans. A.I.E.E. Vol. 66, 1947.
- [11] Moore J.B., Anderson D.O.: A generalization of the Popov criterion. J. Franklin Inst. Vol. 285, June 1968.

- [12] Pai M.A. i in.: Power system transient stability regions using Popov's method. Trans. I.E.E. Vol. PAS-89, May-June 1970.
- [13] Ribbens-Pavella M., Lemal B.: Fast determination of stability regions for in-line transient power-system studies. Proc. I.E.E. Vol. 123, July 1976.
- [14] Starachow S.W., Wajman M.J.: Sowriemiennoje sostajanije i wozmożnosći praktikczeskowo primienienija wtorowo mietoda Ljapunowa dla rasczietu dynamiczeskoj ustojczivosti elektroenergeticzeskich sistiem. Elektriczesstwo 10/1977.
- [15] Wienikow W.A. i in.: Wozmożnosći, mietodologia i perspektywy issliedowanija ustojczivosti elektriczeskich sistiem. Elektriczesstwo 12/1972.
- [16] Willems J.L., Willems J.C.: The application of Lyapunov methods to the computation of transient stability regions for multimachine power systems. Trans. I.E.E., Vol. PAS-89, May-June 1970.
- [17] Zaslawszkaja T.B., Tagirow H.A.: Analiz ustojczivosti elektriczeskich sistiem pri koniecznych wozmyszczienijach mietodom funkcji Ljapunowa. Izd. Nauka, Nowosybirsk 1966.
- [18] Udrycka-Hassmann A.: Metoda orientacyjna badania stabilności systemu elektroenergeticznego oparta na drugiej zasadzie Lapunowa. Praca doktorska I.En., Warszawa 1976.

КРИТЕРИЙ ОЦЕНКИ ДИНАМИЧЕСКОЙ УСТОЙЧИВОСТИ
МНОГОМАШИННОЙ ЭНЕРГОСИСТЕМЫ
ИССЛЕДУЕМОЙ МЕТОДОМ ЛЯПУНОВА

Р е з ю м е

Определение граничной области стабильности являлось до сих пор одним из наиболее трудоёмких этапов расчётов проводимых с применением второго метода Ляпунова. В статье предлагается новый критерий позволяющий существенно сократить время этой части расчётов. Введено понятие интегрального показателя идентификации переходного процесса, дана его интерпретация и способ определения. Приведены два численные примера для иллюстрации и возможности проверки представляемого критерия.

A TRANSIENT STABILITY DETERMINATION CRITERION FOR A MULTIMACHINE
POWER SYSTEM VIA THE LYAPUNOV METHOD ANALYSIS

S u m m a r y

Determination of boundary stability regions has been the most time-consuming part in the practical application of the Lyapunov method for power systems transient stability studies.

The paper presents a criterion computationally faster than those used up to now.

An integral identification index of the transient state for the approximation for the closest unstable equilibrium state has been proposed. A new approach based on the physical behaviour of the power system is presented. Numerical results of the test studies on two different 4-machine power systems have been given. They illustrate and confirm the procedure suggested.