

Zbigniew FIDRYCH

Politechnika Śląska  
Instytut Transportu Kolejowego

ZABEZPIECZENIE NIEZAWODNEGO ODBIORU PRĄDU  
PRZY WYSOKICH SZYBKOŚCIACH JAZDY POCIĄGÓW ELEKTRYCZNYCH

**Streszczenie.** Trudny problem przekazywania energii elektrycznej pomiędzy siecią trakcyjną i odbierakiem znajdującym się na lokomotywie za pośrednictwem ślizgowego kontaktu może być rozwiązany przy pomocy modelowania matematycznego.

Omówione w artykule schematy pionowe układów drgających, symulujące współpracę dynamiczną odbieraka z siecią, pozwalają na zestawienie równań różniczkowych, których rozwiązanie może być urzeczywistnione przy pomocy ETO.

Przedstawiona metoda pozwala na dokonanie optymalizacji parametrów rozpatrywanych układów celem uzyskania ekonomicznego i niezawodnego odbioru prądu przy dużych prędkościach jazdy.

## 1. Wprowadzenie

Na zelektryfikowanych liniach kolejowych proces przesyłu energii elektrycznej, realizowany przy pomocy ślizgowego kontaktu z sieci trakcyjnej przez odbierak prądu do silników trakcyjnych lokomotywy elektrycznej, jest bardzo złożony. Złożoność zagadnienia występuje na styku elektrodynamicznym odbieraka prądu z siecią trakcyjną, w którym powstaje system drgający charakteryzujący się nieskończoną ilością stopni swobody.

Punkt kontaktu ślizgacza odbieraka z drutem jezdny wykonuje tłumione, głównie wymuszone drgania. Jednocześnie drgania te można umownie nazwać parametrycznymi, ponieważ zmiana siły działającej na drut jezdny od strony odbieraka spowodowana jest zmienną elastycznością sieci na długości przelotu, zmianą w poziomie zawieszenia drutu jezdny i innymi.

Istnieją zatem sprzyjające warunki do powstania zjawiska parametrycznego rezonansu, podczas którego występują duże trudności w zabezpieczeniu niezawodnego odbioru prądu.

Oprócz tego na jakość odbioru prądu oddziałują także drgania taboru trakcyjnego, na którym umieszczony jest odbierak prądu [1], drgania odbite, których amplituda i częstotliwość zależą od odległości do przesza naprężenia, kotwienia środkowe i szeregu innych faktów.

W przypadku, kiedy pociąg elektryczny kontynuuje jazdę z kilkoma podniesionymi odbierakami prądu, wówczas na drgania punktu styku obsadowanego odbieraka nakładają się drgania powstałe na pozostałych.

Przy stosunkowo niewysokich prędkościach jazdy zagadnienie dynamiki współpracy dwu układów wyżej opisanych nie pretenduje do głównych zagadnień i można w tym przypadku z zadawalającą dokładnością przeprowadzić obliczenia w oparciu o warunki statyczne.

Jednakże przy prowadzeniu pociągów z dużymi prędkościami znaczną uwagę należy poświęcić dynamice współpracy sieci trakcyjnej z odbierakiem prądu.

Niezawodny i ekonomiczny odbiór prądu przy dużych prędkościach jazdy może być osiągnięty tylko przy zachowaniu optymalnych parametrów, tak sieci trakcyjnej jak i odbieraka prądu. Dla ich prawidłowego wyboru nieodzowne jest przy projektowaniu ustalenie zmiany na długości przelotu, wysokości położenia punktu kontaktu pomiędzy drutem jezdny i ślizgaczem odbieraka prądu (trajektorię kontaktu), a także zmianę siły nacisku wywieranego przez odbierak na sieć trakcyjną. Dysponując tymi zależnościami dla różnych kompozycji parametrów sieci trakcyjnej i odbieraka prądu można, przy pomocy odpowiednich kryteriów oceny jakości odbioru prądu, ustalić ich optymalne wartości.

Wszystkie metody, którymi próbowano rozwiązać to zagadnienie, bądź też obecnie stosowane, można podzielić na trzy podstawowe kierunki; teoretyczny eksperymentalny i modelowy [2].

Jako kierunek modelowy przyjęto nazywać wykorzystanie fizycznych i matematycznych modeli dla przeprowadzenia niezbędnych badań, przy oczywistej umowności takiego podziału, ponieważ zarówno modelowanie jak i eksperyment wymagają odpowiedniego przygotowania teoretycznego, a rezultaty teoretycznych badań i modelowanie - eksperymentalnego potwierdzenia.

Na szczególną uwagę zasługuje kierunek modelowania matematycznego, realizowany przy pomocy zestawienia i rozwiązania z zastosowaniem ETO układu normalnych, nieliniowych, niejednorodnych równań różniczkowych ze zmiennymi współczynnikami.

W tym przypadku zastosowanie ETO posiada tę dodatnią cechę, że można praktycznie bez ograniczeń rozbudowywać matematyczne modele, wprowadzając dotychczas nieuwzględniane parametry sieci trakcyjnej (np. suche i lepkie tarcie).

I wreszcie największą wartość omawianemu kierunkowi należy przypisać w możliwości dużej swobody w dowolnej zmianie (nie przekraczającej sensu fizycznego) przedziałów poszczególnych parametrów i obserwacji, w szybkim czasie otrzymanych dokładnych wyników celem porównania wariantów.

Postawione zadanie sprowadza się zatem do zestawienia równań różniczkowych na podstawie schematu siłowego wiernie oddającego liniowe warunki współpracy.

## 2. Schematy pionowych układów drgających obrazujące współpracę sieci trakcyjnej z odbierakiem prądu

Schemat współpracy dynamicznej sieci trakcyjnej z odbierakiem prądu można przedstawić w postaci pionowego układu drgającego z jednym, dwoma lub większą ilością stopni swobody. Uwzględniając we wszystkich ogniwach systemu ekwiwalentne tarcie lepkie oraz pomijając najbardziej nieznaczące z możliwych przemieszczeń, schemat siłowy uwzględniający jedynie drgania w płaszczyźnie pionowej sprowadzić można do schematu układu drgającego z ośmioma stopniami swobody (rys. 1a).

W układzie tym sieć trakcyjna (linka nośna i drut jezdny), odbierak prądu (ślizgacz i ramiona), elektrowóz (pudło plus zestaw kołowy) oraz tor kolejowy (szyny i nawierzchnia) posiadają po dwa stopnie swobody.

Na schemacie użyto następujących oznaczeń:

$m_i$  - masa elementu i-tego w kg,

$c_i$  - sprężystość elementu i-tego w  $\frac{N}{m}$ ,

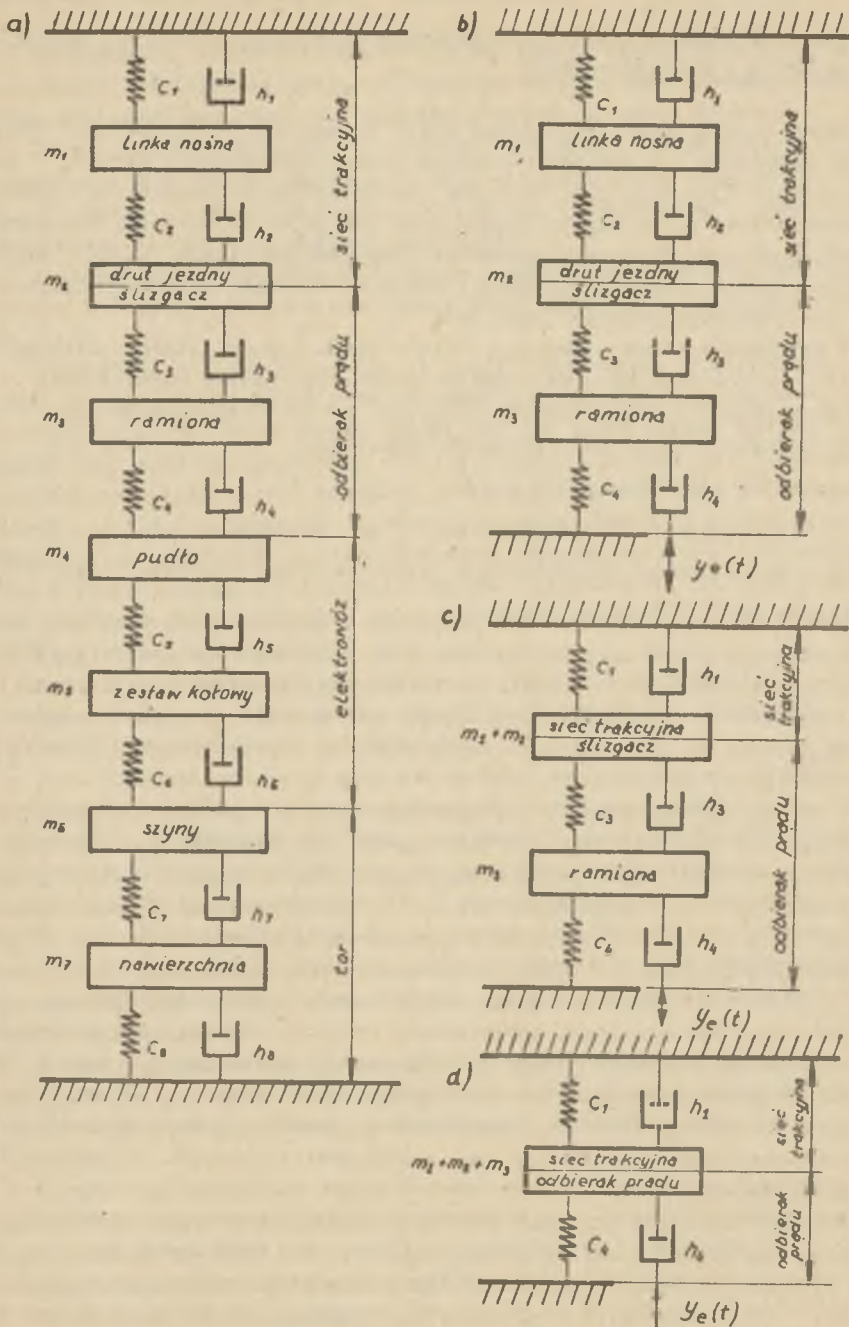
$h_i$  - współczynnik ekwiwalentnego tarcia lepkiego elementu i-tego w  $\frac{N \cdot s}{m}$ .

Rozwiązywanie i analizowanie problemów o tej tematyce, wiążących się z przedmiotowym schematem, przedstawia sobą duże trudności nawet przy stosowaniu elektronicznej techniki obliczeniowej. W czasie rozwiązywania konkretnego zadania omawiany schemat może ulec różnego rodzaju uproszczeniom (w zależności od charakteru sił wymuszających drgania i celu, któremu takie badanie ma służyć).

W szczególnym przypadku, badając siły biorące udział w dynamicznej współpracy w kontakcie elektromechanicznym pomiędzy siecią trakcyjną i odbierakiem prądu można pominąć masy  $m_7$ ,  $m_8$  (masy szyn i nawierzchni) oraz masy  $m_5$  i  $m_4$  (odsprężynowanej masy elektrowozu). Jest to możliwe, ponieważ masy nawierzchni torowej i elektrowozu są bardzo duże w stosunku do będących przedmiotem badań pozostałych, wobec czego nie należy liczyć się z przeciwnym oddziaływaniem mas odbieraka i sieci trakcyjnej.

Dlatego z wystarczającą dokładnością przypisać można wpływ wymuszanych przemieszczeń pionowych pudła elektrowozu  $y_e$  ekwiwalentnemu tarcia lepkiemu, charakteryzującemu ramiona odbieraka. Wielkość  $y_e$  zmienia się w czasie, co można graficznie przedstawić w postaci funkcji  $y_e = f(t)$ . Tak uproszczony pionowy schemat siłowy, przedstawiony na rys. 1b, posiada trzy stopnie swobody.

Schemat ten można uprościć jeszcze bardziej, wychodząc z założenia, że przedmiotem badań będzie sieć typu płaskiego lub sieć łańcuchowa, w której wieszaki zapewniają możliwość równoczesnego przemieszczania się liny nośnej i drutów jezdnych w płaszczyźnie pionowej. Ze zjawiskiem tego typu można się spotkać w sieciach trakcyjnych prądu stałego (ciężkich) w przypadku, gdy wieszaki nie są odciążone, jak również w sytuacji zastosowania wieszaków prostych w strefie konstrukcji wsporczej.



Rys. 1. Schematy pionowe układów drgających, obrazujące dynamikę współpracy odbieraka prądu z siecią trakcyjną

W przypadku takim masę liny nośnej jak i drutów jezdnych można zastąpić masą ekwiwalentną, pomijając jednocześnie występujące pomiędzy wspomnianą już liną i drutami jezdnymi sztywność  $c_2$  oraz ekwiwalentne tarcie lepkie  $h_2$ .

Tym sposobem, depuszczając możliwość przyjęcia takiego uproszczenia, cały pionowy system drgający można schematycznie przedstawić jako układ o dwóch stopniach swobody, tak jak to zostało pokazane na rys. 1c. Schemat ten można uproszczyć jeszcze bardziej, maksymalnie, pod warunkiem, że zagadnienie to będzie analizowane dla przypadku zastosowania odbieraka prądu posiadającego nieodsprężynowaną karetkę i elastyczne ramiona, co ślizgaczowi zagwarantuje odresorowanie zbliżone w swym działaniu do tego, jakie nadają mu sprężyny karetki (podobnie jak to ma miejsce we francuskim odbieraku typu AMCE). Układ taki będzie więc posiadał tylko jeden stopień swobody (rys. 1d).

Szpeciallynie ostatnie uproszczenie może okazać się bardzo pomocne dla prowadzenia obliczeń orientacyjnych, a także poszukiwania mało skomplikowaną metodą innych rozwiązań konstrukcyjnych dla odbieraków prądu.

Ponieważ do chwili obecnej brak jest jakichkolwiek bliższych danych i opracowań dotyczących natury rozdziału parametrów dynamicznych sieci trakcyjnej między liną nośną a drutami jezdny, to do poniższych rozważań, jako podstawowy, przyjęto schemat z dwoma stopniami swobody i jako szczególnie przypadki - schemat z jednym stopniem swobody.

Dla bardziej wnikliwej analizy indywidualnego wpływu faktów oddziaływania konstrukcji sieci trakcyjnej i odbieraka prądu na charakter powstających drgań w procesie współpracy obydwu systemów zaistniała konieczność rozdzielenia współczynnika ekwiwalentnego  $h_1$  na współczynnik tarcia lepkiego sieci trakcyjnej  $\eta_1$  oraz współczynnik tarcia suchego  $w_1$  [2].

Postępując analogicznie można rozdzielić współczynniki ekwiwalentnego tarcia lepkiego  $h_2$  i  $h_4$  (odpowiednie elastycznego zawieszenia płosy na karetkach i ramion odbieraka) na  $\eta_p$  i  $\eta_r$  oraz  $w_p$  i  $w_r$ .

Współczynnik tarcia lepkiego określamy jest siłami sprężystości wewnętrznego operu lub niedoskonałą sprężystością materiału. Powstanie tych sił spowodowane jest energią rozchodzoną na pokonanie tarcia międzymolekularnego w samym materiale z chwilą jego deformacji lub tarcia w amortyzatorach z jakimi mamy do czynienia w sieciach trakcyjnych, ramionach odbieraków prądu itp.

Przyjmuje się, że siły te są proporcjonalne do szybkości zmian odkształceń wywołanych drganiami i wyrażone mogą być wzorem:

$$R_1 = -\eta_1 \dot{y}_1,$$

$R_1$  - siła operu tarcia lepkiego i-tego elementu,

$\eta_1$  - współczynnik tarcia lepkiego,

$\dot{y}_1$  - prędkość pionowego przemieszczania się systemu  $\frac{dy_1}{dt}$ .

Znak minus we wzorze oznacza, że prędkość i siła oporu odkształcenia sprężystego mają kierunki przeciwne [2]. Współczynnik tarcia suchego w określa charakterystyczna dla danego materiału wielkość niesprężystych sił suchego oporu zewnętrznego.

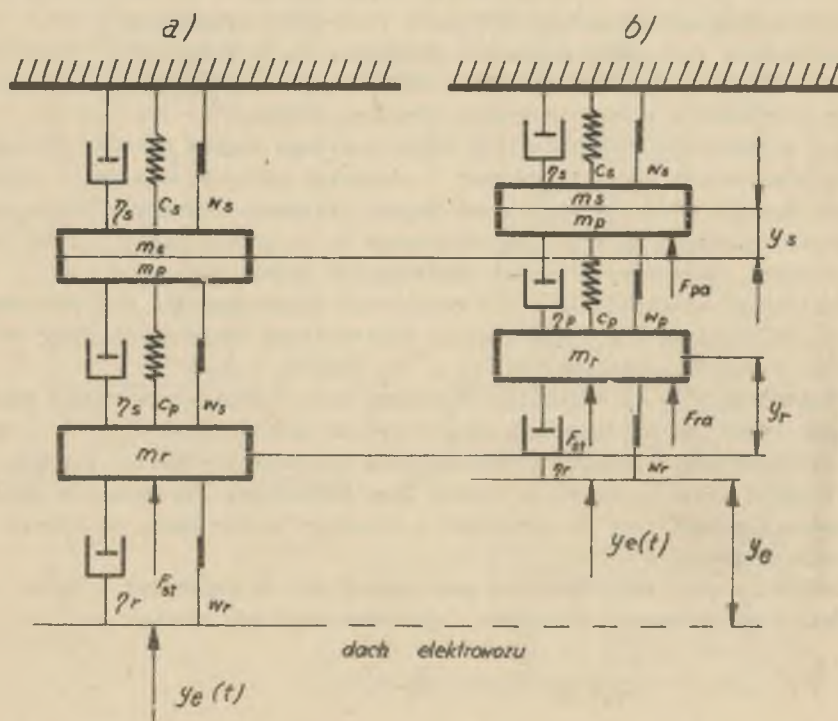
Siły te istnieją wskutek tarcia w węzłach obrotowych konstrukcji wsporczych sieci trakcyjnej, liny nośnej, ramion i karetki odbieraka prądowego oraz tarcia od oporu powietrza podczas pionowego przemieszczania się sięci. Siłę tarcia zewnętrznego przyjmuje się jako stałą i skierowaną przeciwnie do kierunku ruchu przemieszczania się układu drgającego. Siłę tę najwygodniej przedstawić w następującej relacji:

$$W_i = w_i \dot{y}_i |\dot{y}_i|^{-1},$$

gdzie:

$W_i$  - siła tarcia suchego i-tego elementu,

$|\dot{y}_i|$  - bezwzględna wartość prędkości  $y_i$ .



Rys. 2. Pionowe siłowe schematy z dwoma stopniami swobody obrazujące współpracę odbieraka prądu z siecią trakcyjną

Biorąc powyższe pod uwagę, schemat zastępczy przedstawiający współpracę odbieraka prądu z siecią trakcyjną przyjmuje formę przedstawioną na rys. 2a.

Konstrukcja odbieraka prądu zapewnia stały, statyczny nacisk górnych przegubów ramion na karetkę płozy na dowolnym poziomie drutu jezdnego w miejscu styku, wobec czego siłę sprężyn podnoszących, oddziaływujących na wały obrotowe dolnych ramion odbieraka, można sprowadzić do górnego przegubu i traktować jako statyczną siłę nacisku  $F_{st}$ . Na odbierak prądu przemieszczający się wzdłuż realizowanego kierunku jazdy, przeważnie poziomo, oddziałuje aerodynamiczna siła napotykanego strumienia powietrza.

W zależności od konstrukcji płozy i ramion odbieraka, przy stałej prędkości strumienia powietrza, uwarunkowanego szybkością jazdy pociągu, aerodynamiczna siła ma charakter stały co do swej wielkości i jest skierowana do góry, stara się podnosić zarówno płozę jak również ramiona odbieraka. Ma to na celu uzyskanie większego docisku odbieraka do sieci przy dużych prędkościach jazdy dla wyeliminowania możliwości powstania przerw w kontakcie na skutek pojawienia się ujemnych przyspieszeń w układzie dynamicznym.

Ostateczny, uproszczony, pionowy, siłowy system współpracy sieci trakcyjnej i odbieraka przedstawia rys. 2b, na którym  $F_{pa}$  i  $F_{ra}$  to stałe siły aerodynamiczne, podnoszące płozę i ramiona odbieraka.

W przypadkach koniecznych na schemacie tym można również uwzględnić składowe pionowe od siły oddziaływania aerodynamicznego bocznych strumieni powietrza. Przypadek taki może nastąpić podczas silnych wiatrów skierowanych prostopadle do sieci znajdującej się na wysokich nasypach.

### 3. Równania współpracy odbieraka prądu z siecią trakcyjną

Przed przystąpieniem do wyprowadzania równań nieodzowne jest, w stosunku do przyjętych oznaczeń, dokonanie pewnych wyjaśnień (rys. 2):

$c_1$  - sztywność 1-tego elementu w  $\frac{N}{m}$ ,

$\eta_1$  - współczynnik tarcia lepkiego 1-tego elementu w  $\frac{N \cdot s}{m}$ ,

$w_1$  - współczynnik tarcia suchego 1-tego elementu w  $\frac{N}{m}$ .

Indeksem  $s$  przyjęto oznaczać sieć trakcyjną,  $p$  dotyczy elementów znajdujących się pomiędzy ślizgiem odbieraka (płozą) a go górnymi ramionami, zaś  $r$  dotyczy elementów znajdujących się między górnymi przegubami odbieraka a dachem elektrovozu.

Literami  $y_1$  oznaczone zostały przemieszczenia pionowe. I tak oznaczono przemieszczenie punktu styku płozy odbieraka z drutem jezdny przez  $y_s$ , górnego przegubu ramion odbieraka  $y_r$ , a dachu elektrovozu -  $y_0$ .

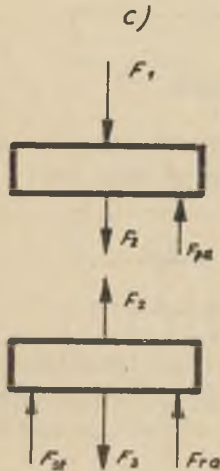
Literami  $m_1$  oznaczone zostały masy skupione w kg - sieci trakcyjnej  $m_s$ , płozy odbieraka  $m_p$  oraz  $m_r$  - ruchomych ramion.

Ponadto przyjęte następujące oznaczenia występujących sił:

- $F_{st}$  - siła nacisku sprężyn podnoszących, spowodowana do górnych przegubów ramion odbieraka w N (stała ce do wielkości i kierunku działania),
- $F_1$  - siły działające na poszczególne masy skupione (wyrażone w N); od strony sieci trakcyjnej ( $F_1$ ); dla elementów usytuowanych pomiędzy płożą a ramionami odbieraka ( $F_2$ ) oraz elementów będących między górnymi przegubami i dachem elektrowozu ( $F_3$ ),
- $F_{ia}$  - składowe pionowe siły aerodynamiczne pochodzące od przeciwnego i bocznego kierunku strumienia powietrza w stosunku do kierunku poruszania się pojazdu;  $F_{pa}$  - siła naporu podnosząca płożę;
- $F_{ra}$  - siła naporu odchylająca ramiona, wyrażona w N.

Dla przeprowadzonych badań najbardziej praktyczny jest ruchomy układ współrzędnych. Początek układu przemieszcza się wraz z odbierakiem prądu trasą wyznaczoną torem kolejowym, a oś odciętych (śledząca punkt kontaktu płozy odbieraka z drutem jezdny) pokrywa się każdorazowo z krzywą zwisu przyjmowaną przez drut jezdny do momentu elektro mechanicznej współpracy z odbierakiem.

Dwie masy ( $m_s + m_p$ ) i ( $m_r$ ) umieszczone są pionowo na sprężynach o sztywności  $C_s$  i  $C_p$ .



Rys.2c. Pionowe siłowe schematy z dwoma stopniami swobody obrazujące współpracę odbieraka prądu z siecią trakcyjną

Jeżeli założyć, że masy te mogą się przemieszczać tylko pionowo i przemieszczenia ( $y_s$ ) i ( $y_r$ ) mierzone są od położenia równowagi (płoża przylega do drutu jezdny przy sile w kontakcie styku równej zero), to te dwie współrzędne w pełni określają położenie elementów w systemie.

Wielkość  $y_s$  ukazuje pionowe przemieszczenie dachu elektrowozu w miejscu usytuowania odbieraka prądu.

Zakładając, że  $y_s > y_r$  i oznaczając dodatnie przemieszczenie jako kierunek od dołu do góry, ujemne odwrotnie, to schemat obliczeniowy służący do określenia sił współdziałających ze sobą w systemie drgającym "sieć trakcyjna - odbierak" może być przedstawiony tak jak na rys. 2c.

Na podstawie zasady d'Alemberta można napisać następujący układ równań różniczkowych:

$$(m_s + m_p) \ddot{y}_s = -F_1 - F_2,$$

$$(m_r) \ddot{y}_r = F_2 - F_3.$$



Równania powyższe należy uzupełnić, wprowadzając składniki wywodzące się od sił pochodzenia aerodynamicznego oddziaływania na płożę  $F_{pa}$  oraz ramiona odbieraka -  $F_{ra}$  i dodatkową statyczną siłę nacisku  $F_{st}$ .

$$\left. \begin{aligned} (m_s + m_p) \ddot{y}_s &= -F_1 - F_2 + F_{pa} \\ (m_r) \ddot{y}_r &= F_2 - F_3 + F_{st} + F_{ra} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Siły  $F_1$ ,  $F_2$ ,  $F_3$ , wchodzące w skład równania, mogą być wyrażone przy pomocy składowych pochodzących od przemieszczeń mas, sztywności i sił oporów tarcia w sposób następujący:

$$\left. \begin{aligned} F_1 &= C_s y_s + \eta_s \dot{y}_s + w_s \dot{y}_s |\dot{y}_s|^{-1} \\ F_2 &= C_p (y_s - y_r) + \eta_p (\dot{y}_s - \dot{y}_r) + w_p (\dot{y}_s - \dot{y}_r) |\dot{y}_s - \dot{y}_r|^{-1} \\ F_3 &= \eta_r (\dot{y}_r - \dot{y}_e) + w_r (\dot{y}_r - \dot{y}_e) |\dot{y}_r - \dot{y}_e|^{-1} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Dokonując podstawiania sił (2) do układu równań (1) i wykonując niektóre przekształcenia można otrzymać układ równań różniczkowych w następującej postaci ogólnej:

$$\left. \begin{aligned} (m_s + m_p) \ddot{y}_s + C_s y_s + \eta_s \dot{y}_s + w_s \dot{y}_s |\dot{y}_s|^{-1} + C_p (y_s - y_r) + \\ + \eta_p (\dot{y}_s - \dot{y}_r) + w_p (\dot{y}_s - \dot{y}_r) |\dot{y}_s - \dot{y}_r|^{-1} &= F_{pa} \\ (m_r) \ddot{y}_r - C_p (y_s - y_r) - \eta_p (\dot{y}_s - \dot{y}_r) - w_p (\dot{y}_s - \dot{y}_r) |\dot{y}_s - \dot{y}_r|^{-1} + \\ + \eta_r (\dot{y}_r - \dot{y}_e) + w_r (\dot{y}_r - \dot{y}_e) |\dot{y}_r - \dot{y}_e|^{-1} &= F_{st} + F_{ra} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Równania różniczkowe mogą być przedstawione w postaci uzależniającej je od czasu lub drogi. Dla rozwiązywania ich przy pomocy ETO wygodniej jest stosować zapis symboliczny pochodnych względem czasu. Wobec tego w wyżej przedstawionych równaniach pochodne przyjmują postać:

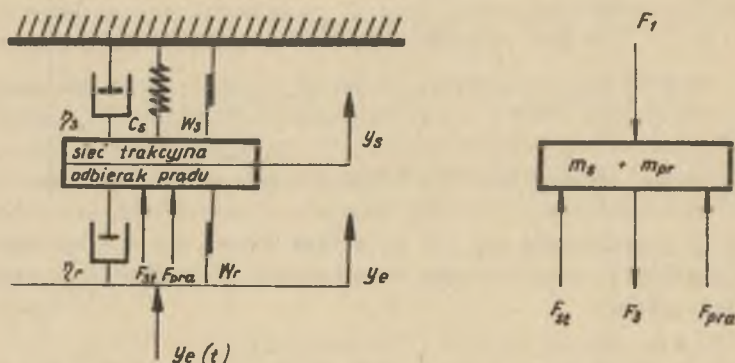
$$\dot{y}_1 = \frac{dy_1}{dt} \quad i \quad \ddot{y}_1 = \frac{d^2 y_1}{dt^2} .$$

W przypadku konieczności przejścia do postaci równań z pochodnymi względem drogi bez większych trudności dokonać tego można przyjmując za stałą szybkość poziomego przemieszczania się odbieraka, wobec czego pochodne te przyjmą następującą postać:

$$\frac{dy_1}{dt} = v \frac{dy_1}{dx} \quad i \quad \frac{d^2y_1}{dt^2} = v^2 \frac{d^2y_1}{dx^2},$$

gdzie:

$v$  - prędkość przemieszczania się odbieraka prądu wzdłuż sieci trakcyjnej.

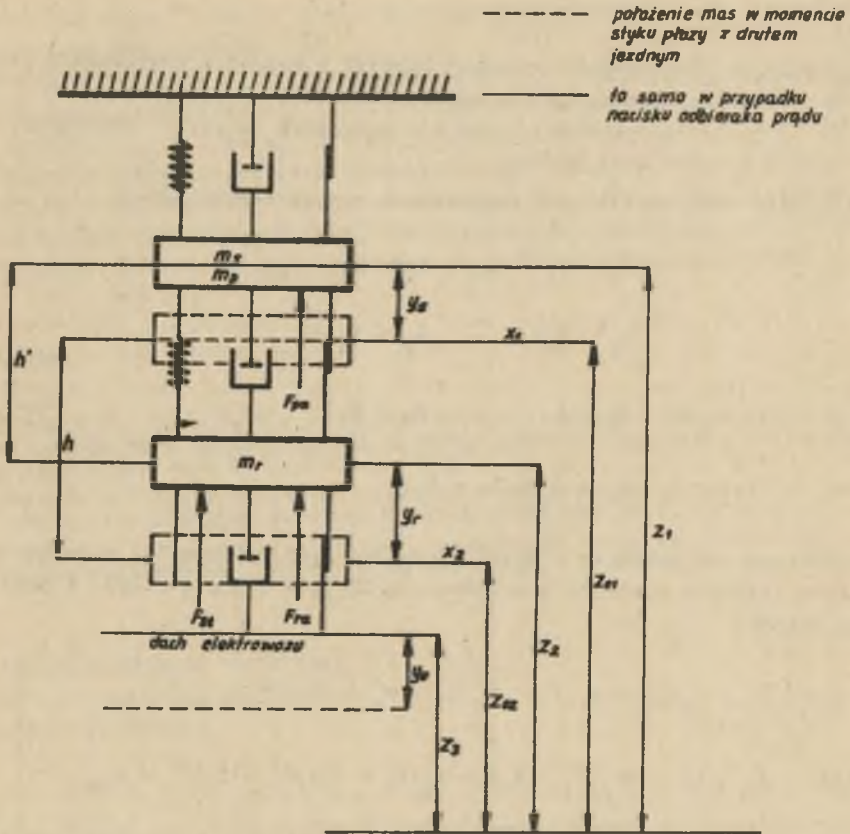


Rys. 3. Schemat zastępczy współpracy odbieraka prądu z siecią trakcyjną sprowadzony do jednego stopnia swobody

Schemat zastępczy współpracy sieci trakcyjnej z odbierakiem prądu, sprowadzony do jednego stopnia swobody, ilustruje rys. 3. Na rysunku tym sieć trakcyjna została przedstawiona tak jak na schemacie z dwoma stopniami swobody, natomiast opór sprężysty i sztywność ( $\eta_p$ ,  $w_p$ ,  $C_p$ ) - pomiędzy płożą odbieraka i ramionami - przyjęto za równe zero. W ten sposób masy  $m_p$  i  $m_r$  można uważać za jedną sumaryczną masę odbieraka ( $m_{pr}$ ), będącego w kontakcie z siecią trakcyjną, a siły nacisku aerodynamicznego  $F_{pa}$  zastąpić można sumaryczną siłą (aerodynamiczną)  $F_{pra}$ .

Wykonując niezbędne przekształcenia można otrzymać następujące równanie różniczkowe:

$$\begin{aligned} (m_s + m_{pr}) \ddot{y}_s + C_s \dot{y}_s + \eta_s \dot{y}_s + w_s \dot{y}_s |\dot{y}_s|^{-1} + \\ + \eta_r (\dot{y}_s - \dot{y}_e) + w_r (\dot{y}_s - \dot{y}_e) |\dot{y}_s - \dot{y}_e|^{-1} = F_{st} + F_{pra} \end{aligned} \quad (4)$$



Rys. 4. Schemat z dwoma stopniami swobody, ilustrujący współpracę odbieraka prądu z siecią trakcyjną w ruchomym układzie współrzędnych

Podczas opracowywania danych, otrzymanych w wyniku rozwiązania przedstawionych równań (przy pomocy ETO), bardziej wygodne okazać się mogą równania zestawione w innym ruchomym układzie współrzędnych, w takim, w którym oś odciętych przyjmuje położenie horyzontalne na dowolnym poziomie.

Znając przemieszczenia środków poszczególnych mas w przyjętym wyżej układzie współrzędnych można znaleźć odpowiadające im przemieszczenia w innym układzie względem osi  $x$  (rys. 4).

W tym przypadku zmiana długości sprężyny karetki górnego wężła odbieraka jest określana następującą zależnością:

$$y_s - y_r = Z_1 - Z_{01} - Z_2 + Z_{02} = Z_1 - Z_2 - h,$$

gdzie:

$Z_{02} - Z_{01} = -h$  - długość sprężyny karetki w momencie przylegania płozy do drutu jezdnego,

$h$  - jak wyżej, lecz dla przypadku nacisku odbieraka na drut jezdny.

Pozostałe wielkości ulegną zmianom w sposób następujący:

$$y_s = Z_1 - Z_{01} \quad y_r = Z_2 - Z_{02}$$

$$\dot{y}_s = \dot{Z}_1 \quad \dot{y}_r = \dot{Z}_2$$

$$\ddot{y}_s = \ddot{Z}_1 \quad \ddot{y}_r = \ddot{Z}_2$$

$$y_s - y_r = Z_1 - Z_2.$$

Stosownie do schematu z dwoma stopniami swobody (rys. 2) równania różniczkowe (poprzez analogię z zależnością (3)), w oparciu o rys. 4 przybierając postać:

$$\left. \begin{aligned} & (m_s + m_p) \ddot{Z}_1 + C_s(Z_1 - Z_{01}) + \gamma_s \dot{Z}_1 + w_s \dot{Z}_1 |\dot{Z}_1|^{-1} + \\ & + C_p(Z_1 - Z_2 - h) + \gamma_p(\dot{Z}_1 - \dot{Z}_2) + w_p(\dot{Z}_1 - \dot{Z}_2) |\dot{Z}_1 - \dot{Z}_2|^{-1} = F_{pa} \\ & (m_r) \ddot{Z}_2 - C_p(Z_1 - Z_2 - h) - \gamma_p(\dot{Z}_1 - \dot{Z}_2) - w_p(\dot{Z}_1 - \dot{Z}_2) |\dot{Z}_1 - \dot{Z}_2|^{-1} + \\ & + \gamma_r(\dot{Z}_2 - \dot{Z}_3) + w_r(\dot{Z}_2 - \dot{Z}_3) |\dot{Z}_2 - \dot{Z}_3|^{-1} = F_{st} + F_{ra} \end{aligned} \right\} (5)$$

Siłę nacisku w kontakcie pomiędzy płozą odbieraka a drutem jezdnym ( $F_k$ ) można wyrazić relacją:

$$F_k = m_s \ddot{Z}_1 + \gamma_s \dot{Z}_1 + C_s(Z_1 - Z_{01}) + w_s \dot{Z}_1 |\dot{Z}_1|^{-1}. \quad (6)$$

Analogicznie, korzystając z zależności (4), równanie różniczkowe dla schematu z jednym stopniem swobody (rys. 3) w nowym układzie współrzędnych przyjmuje następującą postać:

$$\begin{aligned} & (m_s + m_{pr}) \ddot{Z}_1 + C_s(Z_1 - Z_{01}) + \gamma_s \dot{Z}_1 + w_s \dot{Z}_1 |\dot{Z}_1|^{-1} + \\ & + \gamma_r(\dot{Z}_1 - \dot{Z}_3) + w_r(\dot{Z}_1 - \dot{Z}_3) |\dot{Z}_1 - \dot{Z}_3|^{-1} = F_{st} + F_{pra}. \end{aligned} \quad (7)$$

Siła nacisku w kontakcie dla ostatniego przypadku może być określana analogicznie jak zależność (6).

Otrzymane równania (3) i (4) a także (5) i (7) przedstawiają sobą układy normalnych nieliniowych i niejednorodnych równań różniczkowych ze zmiennymi współczynnikami. Jeżeli przyjąć, że wielkości mas zastępczych sieci trakcyjnej i elementów odbieraka są niezależne od przemieszczeń pionowych, to wówczas przedstawione równania różniczkowe będą równaniami liniowymi.

Rozwiązanie zestawionych wyżej równań może być przeprowadzone przy pomocy dowolnej, uniwersalnej, elektronicznej techniki obliczeniowej.

#### LITERATURA

- [1] Fidrych Z., Wołogin W.A.: Badania tarcia lepkiego w odbierakach prądu wyposażonych w karetki z małą pionową sztywnością. Przegląd Kolejowy Elektrotechniczny Nr 5, 1976.
- [2] Fidrych Z.: Eksperymentalne określenie dynamicznych parametrów sieci trakcyjnej. Przegląd Kolejowy Elektrotechniczny Nr 6, 1975.
- [3] Figrych Z.: Issledowanje wlijanja parametrov kontaktnoj podwieski na kaczestwo tokosjoma pri vysokich skorostjach dwiżenija, Moskwa 1971.

#### ОБЕСПЕЧЕНИЕ НАДЕЖНОГО ТОКОСЪЕМА ПРИ ВЫСОКИХ СКОРОСТЯХ ДВИЖЕНИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПОЕЗДОВ

#### Р е з ю м е

На электрифицированной железной дороге очень сложный вопрос передачи энергии через скользящий контакт между движущимся токоприёмником локомотива и контактной подвеской может быть решен с помощью математического моделирования.

Представленные в статье схемы вертикальных колебательных систем, имитирующие динамическое взаимодействие токоприёмника с контактной подвеской, позволяют составить дифференциальные уравнения, решение которых может быть осуществлено с помощью ЭВМ.

Приведённый метод позволяет провести оптимизацию параметров рассматриваемых схем, с целью получения экономического и надёжного токосъёма при больших скоростях движения.

## ENSURING RELIABLE CURRENT RECEPTION FOR HIGH-SPEED ELECTRIC TRAINS

## S u m m a r y:

Difficulties in energy transmission between contact lines and locomotive-mounted pantographs may be solved by mathematical modelling.

The paper presents vertical schemes of oscillating systems simulating a dynamic cooperation between the pantograph and the contact line. The schemes presented enable obtaining computer-solvable differential equations.

The method suggested enables as well a selection of optimum system parameters to provide economical and reliable current reception at high speeds.