

Leszek S. CZARNECKI

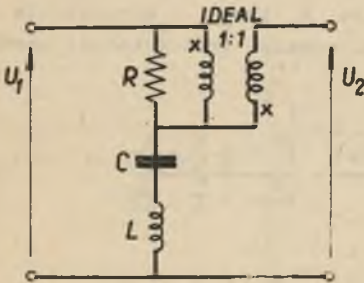
Anna LASICZ

WRAŻLIWOŚĆ AKTYWNYCH KOREKTORÓW FAZY II RZĘDU
STRUKTURALNIE RÓWNOWAŻNYCH PASYWNEMU KOREKTOROWI RLC

Streszczenie. Omówiono dwa korektory drugiego rzędu, które oprócz elementów pasywnych R, C i różnicowego wzmacniacza operacyjnego zawierają, zrealizowany w obwodzie aktywnym, dwójnik L lub FDNR.

Porównano wrażliwość biegunów obu korektorów ze względu na elementy realizowane w obwodach aktywnych, podano sposób korekcji parametrów oraz wyznaczono wrażliwość sumaryczną najgorszego przypadku transmitancji korektorów oraz wpływ ograniczonej dobroci L i FDNR na tę transmitancję.

Pasywny korektor fazy RLC drugiego rzędu, przedstawiony na rys. 1, mimo dogodnej trójkątowej struktury, bezwzględnej stabilności i o bardzo dobrych - jako obwód pasywny - właściwościach wrażliwościowych ma, szczególnie w paśmie niższych częstotliwości, ograniczone zastosowanie ze względu na niską zwykle dobroć cewki indukcyjnej i transformatora.



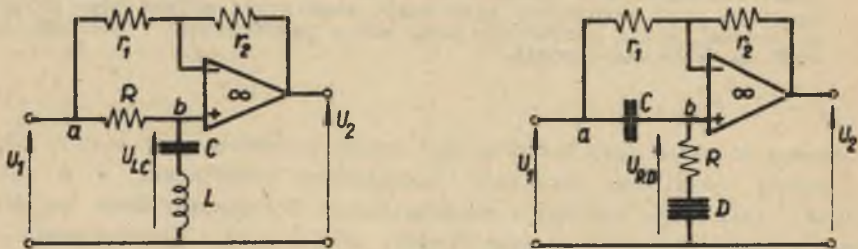
Rys. 1

Sytuacja ta, a jednocześnie tendencja do mikrominiaturyzacji obwodów spowodowały poszukiwanie korektorów zbudowanych wyłącznie z rezystorów i kondensatorów, wymagających jednak źródeł sterowanych, zwykle w postaci różnicowych wzmacniaczy napięciowych. Szereg takich rozwiązań proponuje m.in. Dutta Roy [1], Deliyannis [2] i Aronhime [3]. Wspólną cechą tych rozwiązań jest to, że uzyskanie kwadranturowej symetrii rozkładu zer i biegunów transmitancji, niezbędnej dla zapewnienia zerowej tłumienności korektora, wymaga spełnienia przez

parametry obwodu szeregu relacji [3], niekorzystnie odbijających się na wrażliwości korektora oraz kłopotliwych przy dostrajaniu obwodu.

Równolegle jednak, [4], [5], prace nad konstrukcją uogólnionego konwertora impedancji, GIC, umożliwiły aktywną realizację o wysokiej dobroci dwójników o impedancjach typu $s^2 T$, sL , $\frac{1}{s^2 D}$.

Można zatem nie tylko powrócić do pierwotnej struktury korektora LRC, realizując indukcyjność aktywnym obwodem RC i zastępując transformator różnicowym wzmacniaczem napięciowym, lecz można także zrealizować korektory strukturalnie równoważne korektorowi LRC, lecz oparte na dwójnikach o impedancjach $s^2 T$ i $\frac{1}{s^2 D}$. Mianowicie, z pięciu pozostałych do dyspozycji typów dwójników o impedancjach: $s^2 T$; sL ; R ; $\frac{1}{sC}$; $\frac{1}{s^2 D}$ oraz różnicowego wzmacniacza napięciowego można utworzyć obwód o rzeczywistych lub zespolonych biegunach transmitancji i symetrii kwadranturowej zer i biegunów na trzy sposoby, tj. w obwodzie utworzonym z szeregowo połączonych dwójników TLR, LRC i RCD, przy czym obwód TLR, jako wymagający aktywnej realizacji dwóch elementów, jest mniej interesujący. Korektory LRC i RCD, spełniające warunek, aby dwójniki L i D , realizowane w obwodzie aktywnym, były uziemione, przedstawia rys. 2.



Rys. 2

Jeżeli $r_1 = r_2$ oraz $|s| \leq A_0 \omega_b$, gdzie A_0 i ω_b - wzmacnienie i szerokość pasma wzmacniacza z otwartą pętlą, wówczas transmitancja korektora LRC jest następująca:

$$K_{LRC}(s) = \frac{U_2(s)}{U_1(s)} = \frac{2 U_{LC}(s) - U_1(s)}{U_1(s)} = \frac{s^2 - s \frac{R}{L} + \frac{1}{LC}}{s^2 + s \frac{R}{L} + \frac{1}{LC}} \quad (1)$$

oraz korektora RCD:

$$K_{RCD}(s) = \frac{U_2(s)}{U_1(s)} = \frac{2 U_{RD}(s) - U_1(s)}{U_1(s)} = \frac{s^2 - s \frac{1}{RC} + \frac{1}{RD}}{s^2 + s \frac{1}{RC} + \frac{1}{RD}} \quad (2)$$

Pierwszy z warunków, $r_1 = r_2$, niezbędny dla uzyskania kwadranturowej symetrii zer i biegunów, można sprawdzić i gdy trzeba - skorygować, zmieniając punkty a i b oraz mierząc napięcia U_{12} , które, gdy warunek ten jest spełniony, jest równe zero. Drugi z warunków jest spełniony przez to, że tylko dla $|s| \leq A_0 \omega_b$ można zrealizować dwójniki sL i $\frac{1}{s^2 D}$ o wysokiej dobroci.

Ponieważ korekcja częstotliwościowych charakterystyk fazy wymaga realizacji z określoną dokładnością biegunów transmitancji, istotna jest znajomość wrażliwości położenia biegunów na zmiany parametrów obwodu a szczególnie na parametry o najmniejszej dokładności, a takimi są, jako realizowane przez rozbudowane obwody aktywne, parametry L i D. Ponieważ wchodzi one do transmitancji $K(s)$ w odmienny sposób, można oczekiwać odmiennej wrażliwości biegunów względem tych parametrów. Dla biegunów rzeczywistych transmitancji $K_{LRC}(s)$

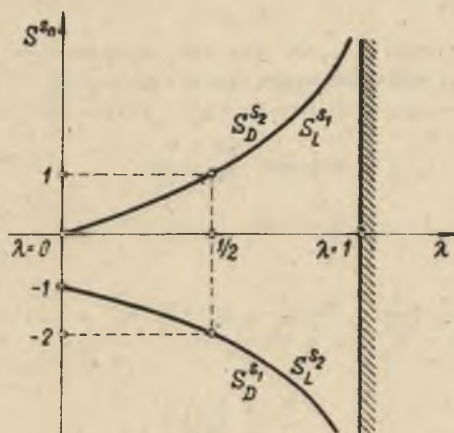
$$s_{1,2} = -\alpha \pm \beta = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}}$$

otrzymujemy wrażliwości względne:

$$S_L^{s_1} = \frac{s_1}{s_1} \cdot \frac{\partial s_1}{\partial L} = -\frac{1}{s_1} \cdot \frac{(\alpha - \beta)^2}{2} = \frac{s_1}{s_2 - s_1} = \frac{\lambda}{1 - \lambda} \quad (3)$$

$$S_L^{s_2} = \frac{s_2}{s_2} \cdot \frac{\partial s_2}{\partial L} = \frac{1}{s_2} \cdot \frac{(\alpha + \beta)^2}{2} = \frac{s_2}{s_1 - s_2} = \frac{1}{\lambda - 1} \quad (4)$$

Wykresy obu wrażliwości przedstawia rys. 3.



Rys. 3

Wrażliwość realizacji stosunku s_1/s_2 :

$$S_L^{\frac{s_1}{s_2}} = \frac{s_1}{\frac{s_1}{s_2}} \cdot \frac{\partial \left(\frac{s_1}{s_2}\right)}{\partial L} = S_L^{s_1} - S_L^{s_2} = \frac{1 + \lambda}{1 - \lambda} \quad (5)$$

Dla biegunów rzeczywistych transmitancji $K_{RCD}(s)$

$$s_{1,2} = -\frac{1}{2RC} \pm \sqrt{\left(\frac{1}{2RC}\right)^2 - \frac{1}{DR}}$$

otrzymujemy odpowiednio:

$$S_D^1 = \frac{D}{s_1} \cdot \frac{\partial s_1}{\partial D} = \frac{1}{\lambda-1} = S_L^2 \quad (6)$$

$$S_D^2 = \frac{D}{s_2} \cdot \frac{\partial s_2}{\partial D} = \frac{\lambda}{1-\lambda} = S_L^1 \quad (7)$$

$$S_D^{\frac{s_1}{s_2}} = \frac{\lambda+1}{\lambda-1} = -S_L^{\frac{s_1}{s_2}} \quad (8)$$

Z realizacji (6) i (7) wynika, że wrażliwość korektora LRC względem parametru aktywnego jest od strony niskich częstotliwości taka jak korektora RCD od strony wysokich i odwrotnie. Istotnie, ponieważ

$$K(j\omega) = \frac{(j\omega + s_1)(j\omega + s_2)}{(j\omega - s_1)(j\omega - s_2)}$$

zatem dla małych wartości λ , np. dla szerokopasmowych przesuwników fazy, dla których $\lambda \approx 0,1$, można przyjąć, że dla $\omega \ll |s_2|$

$$K(j\omega) \approx -\frac{j\omega + s_1}{j\omega - s_1} \quad (9)$$

stąd:

$$S_L^{K(j\omega)} = \frac{L}{K(j\omega)} \cdot \frac{\partial K(j\omega)}{\partial L} \approx S_{s_1}^{K(j\omega)} S_L^{s_1} = -2j \frac{\xi_1^2}{1+\xi_1^2} \frac{\lambda}{1-\lambda} \quad (10)$$

gdzie:

$$\xi_1 = \frac{\omega}{s_1}$$

zaś dla $\omega \gg |s_1|$

$$K(j\omega) \approx \frac{j\omega + s_2}{j\omega - s_2} \quad (11)$$

i stąd

$$S_L^{K(j\omega)} \approx S_{s_2}^{K(j\omega)} S_L^{s_2} = -2j \frac{\xi_2}{1+\xi_2^2} \cdot \frac{1}{1-\lambda} \quad (12)$$

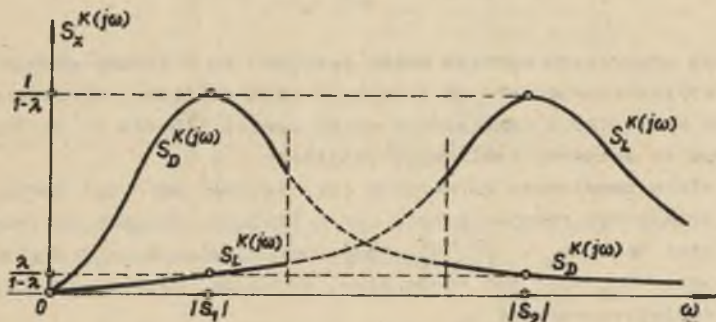
Natomiast dla korektora RCD i $\omega \ll |s_2|$:

$$S_D^K(j\omega) \approx -2j \frac{\zeta_1}{1 + \zeta_1^2} \cdot \frac{1}{1 - \lambda}, \quad (13)$$

zaś dla $\omega \gg |s_1|$:

$$S_D^K(j\omega) = -2j \frac{\zeta_2}{1 + \zeta_2^2} \cdot \frac{\lambda}{1 - \lambda}. \quad (14)$$

Wykresy tych wrażliwości przedstawia rys. 4.



Rys. 4

Jeżeli korektor ma realizować bieguny zespolone, $s_{1,2} = \text{Re}\{s_1\} \pm j \text{Im}\{s_1\}$, wówczas wrażliwości ich części rzeczywistej i urojonej względem L i D wynoszą:

$$S_L \left\{ s_{1,2} \right\} = \frac{L}{\text{Re}\{s_{1,2}\}} \cdot \frac{\partial s_{1,2}}{\partial L} = -1 \quad (15)$$

$$S_L \left\{ s_{1,2} \right\} = \frac{L}{\text{Im}\{s_{1,2}\}} \cdot \frac{\partial \text{Im}\{s_{1,2}\}}{\partial L} = \pm \frac{1}{2} \left[1 - \frac{\text{Re}^2\{s_1\}}{\text{Im}^2\{s_1\}} \right] \quad (16)$$

$$S_D \left\{ s_{1,2} \right\} = 0 \quad (17)$$

$$S_D \left\{ s_{1,2} \right\} = \pm \frac{1}{2} \left[1 + \frac{\text{Re}^2\{s_1\}}{\text{Im}^2\{s_1\}} \right] \quad (18)$$

zaś wrażliwości zespolone:

$$s_L^{s_{1,2}} = -\frac{1}{2} \left[1 \pm j \frac{\operatorname{Re}\{s_1\}}{\operatorname{Im}\{s_1\}} \right] \quad (19)$$

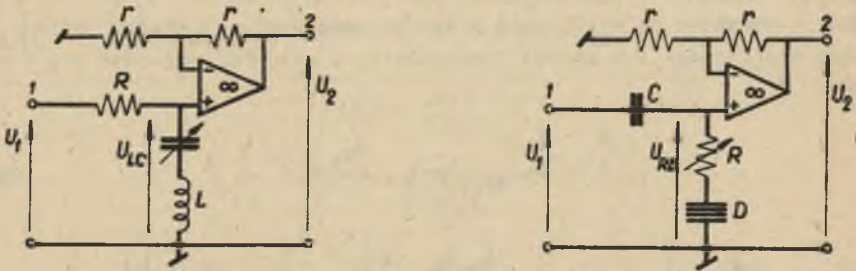
$$s_D^{s_{1,2}} = \frac{1}{2} \left[1 \mp \frac{\operatorname{Re}\{s_1\}}{\operatorname{Im}\{s_1\}} \right] \quad (20)$$

a więc:

$$s_L^{s_{1,2}} = s_D^{s_{1,2}} \quad (21)$$

W świetle powyższych wyników można przyjąć, że z punktu widzenia właściwości wrażliwościowych nie ma istotnych różnic między korektorem LRC i RCD, i wybór konkretnego rozwiązania można oprzeć jedynie na porównaniu jakości i kosztów aktywnej realizacji dwójników L i D.

Ważną zaletą omawianych korektorów jest łatwość korekcji parametrów dla uzyskania pożądanego rozmieszczenia zer i biegunów przez bezpośrednią kontrolę wartości α i $\omega_0 = \sqrt{s_1 s_2}$. Mianowicie, dla $\omega = \omega_0$ w obwodach na rys. 5 napięcie U_{12} musi być równe zero, co można uzyskać zmieniając parametry określające wartość ω_0 .



Rys. 5

Wartość α sprawdzamy w ten sposób, że w korektorze RLC zwiera się kondensator, zaś w korektorze RCD - dwójnik D i detektorem fazoczułym sprawdza się, czy przy częstotliwości sygnału $\omega = 2\alpha$ przesunięcie fazowe napięcia U_2 względem U_1 wynosi $\pi/2$. Przesunięcie to można skorygować zmieniając w korektorze RLC wartość R, zaś w korektorze RCD wartość C. Zabiegi takie pozwalają zmniejszyć skutki konstrukcyjnego rozrzutu parametrów do poziomu zależnego od możliwości dokładnego nastawienia częstotliwości $\omega = \omega_0$ i $\omega = 2\alpha$. W tej sytuacji elementy L i D przestają być pod względem dokładności elementami szczególnie wyróżnionymi i dla oszacowania skutków

resztkowego rozrzutu parametrów można przyjąć, że jest on taki sam dla każdego z trzech elementów korektora LRC i RCD. Takie założenie pozwala obliczyć wrażliwość sumaryczną względem parametrów RLC i RCD.

Wrażliwość względem stosunku r_1/r_2 , który może być łatwo kontrolowany z dużą dokładnością, można pominąć. Dla korektora LRC, wrażliwości względem L, R, C wynoszą:

$$S_R^K(j\omega) = -4 j\omega\alpha \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{(\omega^2 + s_1^2)(\omega^2 + s_2^2)} \quad (22)$$

$$S_L^K(j\omega) = -4 j\omega\alpha \frac{2\omega_0^2 + \omega^2}{(\omega^2 + s_1^2)(\omega^2 + s_2^2)} \quad (23)$$

$$S_C^K(j\omega) = -4 j\omega\alpha \frac{\omega_0^2}{(\omega^2 + s_1^2)(\omega^2 + s_2^2)} \quad (24)$$

Dla $\omega < \omega_0$ poszczególne wrażliwości mają ten sam znak i wrażliwość sumaryczna dla najgorszego przypadku wynosi:

$$S^K(j\omega) = S_R^K(j\omega) + S_L^K(j\omega) + S_C^K(j\omega) = -16 j\omega \frac{\omega_0^2}{(\omega^2 + s_1^2)(\omega^2 + s_2^2)} \quad (25)$$

zaś dla $\omega > \omega_0$:

$$S^K(j\omega) = -S_R^K(j\omega) + S_L^K(j\omega) + S_C^K(j\omega) = -8 j\omega \frac{\omega^2 + \omega_0^2}{(\omega^2 + s_1^2)(\omega^2 + s_2^2)} \quad (26)$$

Wrażliwość sumaryczna najgorszego przypadku przyjmuje wartość największą dla $s_1 = s_2$ oraz $\omega = \omega_0$, mianowicie:

$$S^K(j\omega_0) = j4, \quad (27)$$

Dla biegunów rzeczywistych, takich że $s_1/s_2 = \lambda \leq 1$, wrażliwość ta wynosi:

$$S^K(j\omega_0) = 8j \frac{\sqrt{\lambda}}{1 + \lambda} \quad (28)$$

zaś dla biegunów zespolonych, $s_{1,2} = \operatorname{Re}\{s_1\} \pm j \operatorname{Im}\{s_1\}$,

$$sK(j\omega) = 4j \sqrt{1 + \left(\frac{\operatorname{Im}\{s_1\}}{\operatorname{Re}\{s_1\}}\right)^2}. \quad (29)$$

Tak więc, o ile wrażliwość sumaryczna charakterystyki częstotliwościowej korektora RLC, realizującego bieguny rzeczywiste, szczególnie dla małych wartości λ jest niewielka, to dla korektora realizującego bieguny zespolone może osiągać bardzo wysokie wartości, co stawia duże wymagania odnośnie do tolerancji elementów obwodu bądź precyzji strojenia. Dla korektora RCD wrażliwość sumaryczna jest taka sama jak dla korektora LRC.

Odrębnym zagadnieniem w stosunku do problemu wrażliwości jest wpływ ograniczonej dobroci dwójników L i D na właściwości korektora. Nie wchodząc w szczegółową analizę warto zwrócić uwagę, że od strony niskich częstotliwości dobroć dwójników L i D, realizowanych za pomocą GIC, jest liniową funkcją częstotliwości [5], tj. ich impedancja może być aproksymowana funkcjami:

$$Z_L(s) = sL\left(1 + \frac{1}{as}\right), \quad (30)$$

$$Z_D(s) = \frac{1}{s^2 D\left(s + \frac{1}{as}\right)}. \quad (31)$$

W takim przypadku transmitancje korektorów mają postać:

$$K_{RLC}(s) = \frac{s^2 - \frac{r_2}{r_1} \left(\frac{R}{L} - a\right) s + \frac{1}{LC}}{s^2 + \left(\frac{R}{L} + a\right) s + \frac{1}{L^2}}, \quad (32)$$

$$K_{RCD}(s) = \frac{s^2 - \frac{r_2}{r_1} \left(\frac{1}{RC} - a\right) s + \frac{1}{RD} \left(1 - \frac{aD}{C}\right)}{s^2 + \left(\frac{1}{RC} + a\right) s + \frac{1}{RD} \left(1 + \frac{aD}{C}\right)}. \quad (33)$$

a więc ograniczona dobroć realizacji dwójników L i D narusza kwadrantową symetrię zer i biegunów transmitancji. Dla korektora LRC może być ona przywrócona przez dobór stosunków r_2/r_1 , tak aby:

$$\frac{r_2}{r_1} \left(\frac{R}{L} - a\right) = \frac{R}{L} + a, \quad (34)$$

co można stwierdzić na drodze pomiarowej, przy częstotliwości $\omega = \omega_0$, sprawdzając, czy $|K(j\omega_0)| = 1$. Nie jest to jednak możliwe dla korektora RCD.

LITERATURA

- [1] Dutta Roy S.S.; Active all-pass filter using a differential input O.A. Proc. IEEE vol 57, 1969.
- [2] Deliyannis T.; Active all-pass sections, Electr. Lett. vol 5, Feb. 5, 1969.
- [3] Aronhime P.; Realizations of complex pole all-pass networks, IEEE Trans on CAS, CAS 22 1975.
- [4] Antoniou A.; Realizations of gyrators using O.A. and their use in RC-active network synthesis, Proc. IEEE, vol 116, Nov. 1969.
- [5] Bruton L.T.; Nonideal performance of two-amplifier positive impedance converters, IEEE Trans. on CT, CT-17 Nor 1970.

ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТЬ АКТИВНЫХ КОРРЕКТОРОВ ФАЗЫ II ПОРЯДКА,
ЭКВИВАЛЕНТНЫХ ПАССИВНОМУ КОРРЕКТОРУ

Р е з ю м е

В статье рассматриваются два корректора II порядка, которые кроме элементов пассивных RC и операционного усилителя содержат активный двухполюсник L или FDNR. Произведено сравнение чувствительности полюсов корректора при изменении элементов. Приводится способ коррекции параметров и тоже определено суммарную чувствительность для плохого случая передаточной функции корректоров, а также влияние ограничения доброты L и FDNR на эту функцию.

SENSITIVITY OF THE SECOND ORDER ACTIVE ALL-PASS
NETWORKS STRUCTURALLY EQUIVALENT TO THE PASSIVE
LRC ALL-PASS NETWORK

S u m m a r y

The second order active all-pass networks composed of one differential op.amp. and optionally a simulated inductance or a FDNR element which are structurally equivalent to a passive LRC all pass - network are presented. The pole sensitivity to the active element of the networks as well as the worst case sensitivity are compared and an effect of the limited Q-factor of the simulated elements on the transfer function of the networks is analysed.