

Bernard BARON

ANALIZA BŁĘDU SYSTEMATYCZNEGO SONDY KULOWEJ
DO POMIARU NATĘŻENIA POLA ELEKTRYCZNEGO QUASISTATYCZNEGO
POD LINIAMI PRZESYŁOWYMI TRÓJFAZOWYMI

Streszczenie. W artykule przeprowadzono analizę błędu sondy kulowej do pomiaru natężenia pola elektrycznego pod liniami wysokiego napięcia, wynikającego z niejednorodności pola elektrycznego a odniesionego do obliczeń teoretycznych.

1. Wstęp

Budowa linii przesyłowych trójfazowych na coraz wyższe napięcia stwarza coraz większe zagrożenie środowiska naturalnego człowieka. Aktualny staje się więc problem minimalizacji maksymalnych wartości natężenia pola elektrycznego pod liniami przesyłowymi. Z tych też względów w ostatnich latach wzrosło zainteresowanie technikami pomiarowymi pól elektrycznych. Na uwagę zasługuje raport z CIGRE 76 [1], w którym podany jest przegląd technik pomiarowych natężenia pola elektrycznego.

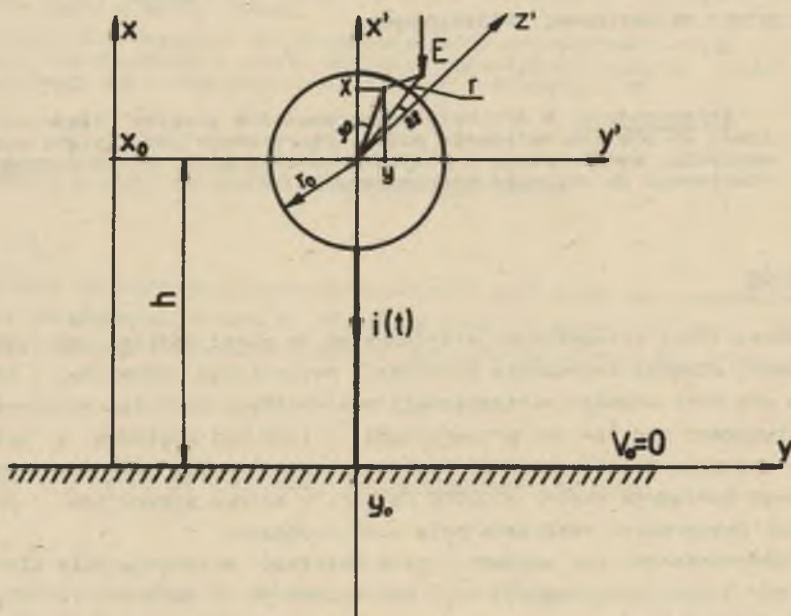
Przedstawionymi tam sondami zdjęto rozkłady natężenia pola elektrycznego pod linią dwutorową 400 kV i odniesiono je do obliczeń teoretycznych. Tak określony błąd sond pomiarowych osiągnął w niektórych przypadkach wartość kilkunastu procent.

Tak znaczny błąd pomiarowy w odniesieniu do obliczeń teoretycznych związany jest ze sposobem podtrzymywania sond pomiarowych nad powierzchnię ziemi. Wszelkie bowiem drążki izolacyjne wprowadzają dodatkową deformację pola elektrycznego, oddziałującego na aktywną część sondy. Wady tej nie posiada sonda talerzykowa, mająca bezpośrednie połączenie elektryczne z ziemią. Ze względu jednak na to, że pod liniami przesyłowymi trójfazowymi pole elektryczne, ogólnie rzecz biorąc, jest polem eliptycznym [2], wydaje się, że najważniejszą byłaby sonda kulowa, mająca bezpośrednie połączenie elektryczne z ziemią, usytuowane prostopadle do ziemi na przedłużeniu osi kuli.

W niniejszym artykule przeprowadzimy analizę błędu systematycznego sondy kulowej, wynikającego z metody pomiarowej a odniesionego od obliczeń teoretycznych pola elektrycznego pod linią trójfazową. Wykażemy, że proponowana sonda pomiarowa przewyższa w wielu przypadkach sondy omawiane w pracy [1].

2. Funkcja przetwarzania sondy kulowej

Niech w półprzestrzeni zawierającej ziemię zadane jest pole elektryczne quasistatyczne o potencjale $v_0(x, y, t)$, który na powierzchni ziemi przyjmuje wartość zerową. Umieścimy w tym polu kulę przewodzącą o promieniu r_0 na wysokości h nad powierzchnią ziemi i narzucmy jej potencjał ziemi, tj. $V = 0$ (rys. 1).



Rys. 1. Sonda kulowa

Zagadnienie obliczenia funkcji potencjału w otoczeniu kuli o potencjale zerowym i zadanej funkcji potencjału v_0 , jaki istniał przed wprowadzeniem kuli, znane jest w literaturze [5]. We współrzędnych kulistych r, ϑ, φ potencjał ten wyraża się wzorem:

$$v(r, \vartheta, \varphi, t) = v_0(r, \vartheta, \varphi, t) - \frac{r_0}{r} v_0\left(\frac{r_0^2}{r}, \vartheta, \varphi, t\right) \quad (1)$$

Na powierzchni kuli wektor natężenia pola elektrycznego wynosi:

$$E_r(r_0, \vartheta, \varphi, t) = -\frac{\partial v}{\partial r}\bigg|_{r=r_0} = -2\frac{\partial v_0}{\partial r}\bigg|_{r=r_0} + \frac{v_0}{r_0} \quad (2)$$

Gęstość powierzchniowa ładunków na powierzchni kuli wynosi

$$\sigma(r_0, \vartheta, \varphi, t) = \epsilon_0 E_r(r_0, \vartheta, \varphi, t) \quad (3)$$

Rozwińmy następnie funkcję potencjału $v_0(x, y, t)$ w otoczeniu punktu (x_0, y_0) na szereg Taylora.

Z dokładnością do dwóch wyrazów tego rozwinięcia mamy:

$$v_0(x, y, t) = v_0(x_0, y_0, t) + \left. \frac{\partial v_0}{\partial x} \right|_{\substack{x=x_0 \\ y=y_0}} (x-x_0) + \left. \frac{\partial v_0}{\partial y} \right|_{\substack{x=x_0 \\ y=y_0}} (y-y_0) + \left[\frac{1}{2} \left. \frac{\partial^2 v_0}{\partial x^2} \right|_{\substack{x=x_0 \\ y=y_0}} (x-x_0)^2 + 2 \left. \frac{\partial^2 v_0}{\partial x \partial y} \right|_{\substack{x=x_0 \\ y=y_0}} (x-x_0)(y-y_0) + \left. \frac{\partial^2 v_0}{\partial y^2} \right|_{\substack{x=x_0 \\ y=y_0}} (y-y_0)^2 \right] \quad (4)$$

Uwzględniając współrzędne kuliste

$$\begin{aligned} x - x_0 &= r \cos \varphi \sin \vartheta \\ y - y_0 &= r \sin \varphi \sin \vartheta \end{aligned} \quad (5)$$

we wzorze (4) i (2) a następnie całkując po powierzchni kuli funkcję gęstości ładunków (3) otrzymamy (por. [3]):

$$q = \int_{S_{kuli}} ds = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \sigma(r_0, \vartheta, \varphi, t) r_0^2 \sin \vartheta d\varphi d\vartheta = -4\pi \epsilon_0 r_0 v_0(x_0, y_0, t)$$

Na mocy zasady zachowania ładunku prąd $i(t)$ płynący w przewodzie zwierającym kulę z ziemi wynosi:

$$i(t) = - \frac{dq}{dt} = 4\pi \epsilon_0 r_0 \frac{\partial v_0(x_0, y_0, t)}{\partial t} \quad (7)$$

Jeżeli potencjał $v_0(x_0, y_0, t)$ jest sinusoidalnie zmienny, tj.:

$$v_0(x_0, y_0, t) = \sqrt{2} V_0(x_0, y_0) \sin[\omega t + \varphi(x_0, y_0)] \quad (8)$$

gdzie $V_0(x_0, y_0)$ - wartość skuteczna potencjału w punkcie o współrzędnych (x_0, y_0) , to wartość skuteczna prądu (7) wyniesie:

$$J = 4\pi\epsilon_0 r_0 \omega V_0(x_0, x_0) \quad (9)$$

Widzimy więc, że sonda kulowa połączona z ziemią pozwala poprzez pomiar prądu (9) zdejmować rozkłady potencjałów pod liniami przesyłowymi. Wzór (9) został wyprowadzony przy założeniu, że potencjał v_0 nie zależy od współrzędnej z , jednak otrzymany rezultat jest ogólniejszy. Można by to wykazać uwzględniając pozostałe wyrazy - zależne od współrzędnej z - rozwinięcia funkcji v_0 na szereg Taylora (wzór (4)).

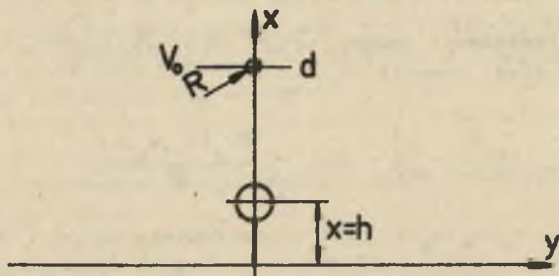
Problem pomiaru wektora natężenia pola tego typu sondami pod liniami przesyłowymi w warstwie przy powierzchni ziemi omówiono w pracy [3]. Przeanalizowano tam również błąd systematyczny sondy kulowej dla linii jedнопроводowej, odniesiony do obliczeń teoretycznych rozkładu wektora natężenia pola elektrycznego.

W niniejszej pracy oszacujemy dalej błąd systematyczny sondy kulowej zastosowanej do pomiaru natężenia pola w warstwie przy powierzchni ziemi pod liniami trójfazowymi, odniesiony do obliczeń teoretycznych.

3. Analiza błędu sondy kulowej w odniesieniu do teoretycznego rozkładu natężenia pola elektrycznego pod liniami trójfazowymi 400 kV

Sondę kulową omówioną w poprzednim punkcie zastosowano w pracy [3] do pomiaru rozkładu natężenia pola elektrycznego na modelach fizycznych linii wysokiego napięcia.

Wzorcowanie tej sondy polegało na przyporządkowaniu sygnałowi tej sondy umieszczonej pod linią jedнопроводową o potencjale skutecznym V na wysokości h natężenia pola elektrycznego, które istniało w tym punkcie przed wprowadzeniem sondy. Zastosujemy tę samą metodę wzorcowania do sond zdejmujących rozkłady natężenia pola pod rzeczywistymi liniami wysokiego napięcia.



Rys. 2. Usytuowanie sondy pod linią jedнопроводową przy wzorcowaniu sondy kulowej

Pod linią jedнопроводową dla $y = 0$ (rys. 2) potencjał $V_0(x, 0)$ wyraża się wzorem (por. [3]):

$$V_0(x, 0) = \frac{V_0}{\ln \frac{2d}{R}} \ln \frac{d+x}{d-x} \quad (10)$$

natomiast natężenia pola elektrycznego:

$$E_0(x, 0) = -\frac{\partial V_0}{\partial x} = \frac{-V_0}{\ln \frac{2d}{R}} \cdot \frac{2d}{d^2 - x^2} \quad (11)$$

Jeżeli sondę kulową umieścimy pod linią jedнопроводową na wysokości $x = h$, to wartość skuteczna prądu J płynącego w przewodzie zawierającym kulę z ziemią na mocy wzoru (9) i (10) wynosi:

$$J_0(x) = 4\pi\epsilon_0 r_0 \omega \frac{V_0}{\ln \frac{2d}{R}} \ln \frac{d+x}{d-x} \quad (12)$$

Przyporządkowując prąd (12) natężeniu pole (11) otrzymamy w wyniku takiego wzorcowania następujący współczynnik skali:

$$k = k(x) = \frac{E_0(x, 0)}{J_0(x)} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 r_0 \omega \ln \frac{d+x}{d-x}} \cdot \frac{2d}{d^2 - x^2} \quad (13)$$

Współczynnik skali zależy więc nie tylko od promienia kuli r_0 pulsacji ω pola elektrycznego i wysokości położenia sondy x , lecz również od wysokości d położenia przewodów roboczych linii względem ziemi.

Poprzez parametr d uwzględnia się niejednorodność pola elektrycznego. Istotnie, jeżeli bowiem z wyrażeniem $2d$ we wzorze (13) zmierzamy do nieskończoności, to w granicy otrzymamy:

$$k_1 = k_1(x) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 r_0 \omega x} \quad (14)$$

Znajomość współczynnika skali $k(x)$ pozwala na zdejmowanie rozkładów natężenia pola elektrycznego pod liniami trójfazowymi, a mianowicie:

$$E(x, y) = k(x) J(x, y) \quad (15)$$

gdzie:

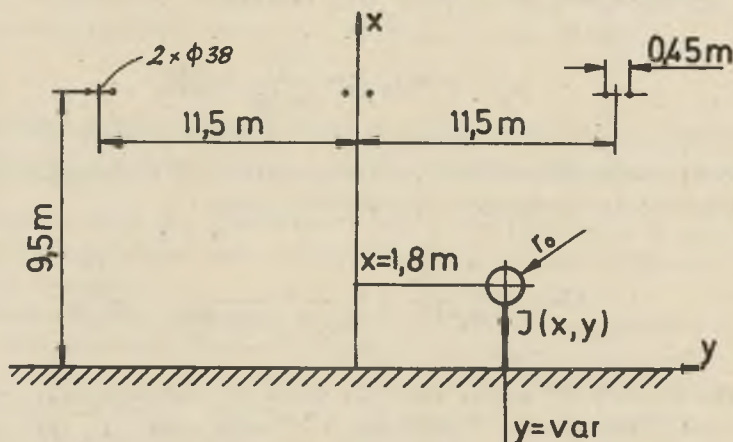
$J(x, y)$ - wartość skuteczna prądu płynącego w przewodzie zawierającym sondę kulową z ziemią usytuowaną w punkcie o współrzędnych (x, y) pod linią wysokiego napięcia (rys. 3).

Przeprowadzimy teraz analizę błędu sondy kulowej, wynikającego z niejednorodności pola elektrycznego pod linią trójfazową 400 kV na wysokości $x = 1,8$ m.

Podstawiając w tym celu we wzorze (15) wzór (9) i (13) otrzymujemy:

$$E(x,y) = \frac{1}{\ln \frac{d+x}{d-x}} \frac{2d}{d^2-x^2} V(x,y) \quad (16)$$

Wzór (16) pozwala nam na teoretyczne obliczenie wskazań sondy kulowej przy danej funkcji potencjału skutecznego. Obliczenia przeprowadzone zgodnie ze wzorem (16) odnosimy do obliczeń teoretycznych natężenia pola elektrycznego pod linią przesyłową 400 kV o danych geometrycznych przedstawionych na rys. 3.



Rys. 3. Pomiar natężenia pola elektrycznego

Błąd Δ rozpatrywanej sondy kulowej określamy odnosząc różnicę składowej natężenia pola $E_a(x,y)$, obliczonej na drodze teoretycznej i natężenia $E(x,y)$, określonego wzorem (15), do wartości natężenia $E_a(x,y)$:

$$\Delta = \frac{E_a(x,y) - E(x,y)}{E_a(x,y)} 100\% \quad (17)$$

Rozkład funkcji potencjału $V(x,y)$ i wektora natężenia pola elektrycznego w kierunku półosi dużej elipsy pola wirującego $E_a(x,y)$ na poziomie 1,8 m nad ziemią obliczono w pracy [2].

Błąd sondy kulowej zdefiniowany wzorem (17) dla $x = 1,8$ m; $y = 0-75$ m pod linią przesyłową 400 kV podano w tabeli 1. Można zauważyć, że w roz-

Tabela 1

y	0	1	3	4	5	6	9	11	12	13	15	20	50	75
$V((1,8),y)$	11,0430	10,8416	9,5510	8,8589	8,4900	8,6465	11,5567	13,3535	13,7077	13,6392	12,4562	7,6091	0,5309	0,1549
$E_B((1,8),y)$	6,4598	6,3389	5,5351	5,0520	4,7500	4,8456	6,6881	7,6999	7,8789	7,8121	7,0868	4,4206	0,2952	0,0860
$E((1,8),y)$	6,2866	6,1719	5,4372	5,0432	4,8332	4,9223	6,5790	7,6019	7,8035	7,7645	7,0911	4,3317	0,3022	0,0882
$\Delta\%$	2,58	2,63	1,77	0,19	-1,75	-1,78	1,63	1,27	0,95	0,61	-0,12	2,01	-2,4	-2,5

$$\% = \frac{E_B((1,8),y) - E((1,8),y)}{E_B((1,8),y)} \cdot 100\%$$

- $E_B((1,8),y)$ - składowa natężenia pola elektrycznego pod linią 400 kV na poziomie 1,8 m nad ziemię w kierunku północno-wschodniej elipsy pola wirującego (dane zaczerpnięte z [2]),
- $E((1,8),y)$ - wartość natężenia pola elektrycznego obliczona w oparciu o funkcję przetwarzania sondy kulowej (9) zgodnie ze wzorem (15) lub (16);
- $V((1,8),y)$ - wartość skuteczna potencjału obliczona na drodze teoretycznej pod linią trójfazową 400 kV na poziomie 1,8 m nad ziemię (dane zaczerpnięte z [2]).

patrywany przedziale zmienia się on w granicach $\pm 2,6\%$. W obszarze maksymalnych natężeń pól elektrycznych błąd pomiaru wynosi około 1%. Błąd pomiaru proponowanej sondy pomiarowej odpowiada mniej więcej sondzie GE firmy General Electric (patrz raport [1]). Poza tym sonda kulowa ma sztywne połączenie z ziemią, w przeciwieństwie do sondy GE, co ma duże znaczenie praktyczne w procesie pomiaru. Z przeprowadzonej analizy porównawczej wynika, że do badania rozkładów pól elektrycznych w warstwie przy powierzchni ziemi pod liniami wysokiego napięcia proponowana w pracy sonda w pełni spełnia wymagania stawiane tego typu czujnikom pomiarowym.

LITERATURA

- [1] Report on results of electric field measurements made by members and guests of CIGRE Worling Graup 36-01 Arnhem April 1976 r.
- [2] Baron B.: Pole elektryczne linii przesyłowej 400 kV. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, Elektryka z. 64, Gliwice 1979.
- [3] Dusza R.: Sondy do pomiaru pól elektrycznych quasistatycznych w otoczeniu linii i stacji najwyższych napięć. Praca doktorska, Gliwice 1977.
- [4] Wilhelmy L.: Eine Sonde zur potentialfreien Messung der periodischen und transienten elektrischen Feldstärke. Messung der Elektrischen Feldstärke, ETZ-A, sierpień 1973.
- [5] Sneddon I.: Równania różniczkowe cząstkowe. PWN, Warszawa 1969.

АНАЛИЗ СИСТЕМАТИЧЕСКОЙ ОШИБКИ ШАРОВОГО АНТЕННА-ЩУПА ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ НАПРЯЖЕНИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ ПОД ТРЕХФАЗНЫМИ ЛИНИЯМИ ПЕРЕДАЧИ

Р е з ю м е

В статье рассматривается анализ ошибки шарового антенна-щупа для измерения напряжения электрического поля под линиями высокого напряжения, возникающего в результате неоднородности электрического поля а отнесенного к теоретическим расчётам.

THE ANALYSIS OF THE SYSTEMATICAL ERROR OF THE SPHERICAL PROBE FOR THE MEASUREMENT OF THE QUASISTATICAL ELECTRIC FIELD STRENGTH UNDER THE 3-PHASE TRANSMISSION LINES

S u m m a r y

The analysis of the error of the spherical probe for the measurement of the electrical field strength under the highvoltage lines has been carried out. The effect of the heterogeneity of the electric field on the error was considered.

Przyjęto do druku w czerwcu 1978 r.