ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ

Nr 29 Budownictwo z.4 1961

JERZY NIEWIADOWSKI

Katedra Mechaniki Budowli

Z ZAGADNIENIA PRACY WALCOWEJ CHŁODNI KOMINOWEJ NA TERENIE WPŁYWÓW GÓRNICZYCH

1. WSTĘP

Zagadnienie współpracy podbudowy chłodni kominowych z powłoką komina wywiewnego ważne z punktu widzenia racjonalnego projektowania w ogóle, nabiera szczególnego znaczenia w przypadkach wznoszenia tego rodzaju ustrojów na terenach objętych wpływami odbudowy górniczej. W przypadkach takich jak wykazano niżej na konkretnym przykładzie, odkształcenia układu a zwłaszcza samej powłoki posiadają duży wpływ na wielkości sił wewnętrznych w całym ustroju. Pominięcie w tych warunkach wyrównującego wpływu odkształcenia ustroju prowadziłoby do niekorzystnego rozkładu oddziaływania podłoża gruntowego i zbyt dużych wartości sił wewnętrznych, szczególnie w powłoce komina.

W pracy ograniczono się do rozpatrzenia wpływu krzywizny terenu wynikłej wskutek odbudowy górniczej, na siły wewnętrzne w walcowej chłodni kominowej obciążonej ciężarem własnym - rys.1. Płaszcz komina wywiewnego o stałej grubości 2h przyjęto jako wzmocniony na górnej krawędzi poziomym pierścieniem i połączony z ławą fundamentową wzdłuż krawędzi dolnej przy pomocy układu skośnych słupów przegubowo-przegubowych. Ława fundamentowa w formie okrągłego pierścienia o stałym przekroju teowym spoczywa bezpośrednio na podłożu gruntowym, któremu przypisano cechy podłoża winklerowskiego.

Komin wywiewny potraktowano jako powłokę cienkościenną i zastosowano przy jej rozwiązaniu uproszczoną teorię momentową powłoki walcowej ważną dla przypadku $m \ll a^{-1/2}$ - [1] str. 241, gdzie m liczba naturalna występująca w czynniku $\cos m\vartheta$ m-ego wyrazu szeregu, a $a = \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{h}{r}$; przyjęcie wspomnianej teorii uzasadnione jest między innnymi tym, że w szeregach na przemieszczenia względem zmiennej ϑ składnikiem o najmniejszym okresie - jak przekonamy się niżej, będzie składnik zawierający czynnik $\cos 2\vartheta$. W tym przypadku ma miejsce podział stanu naprężenia i odkształcenia w powłoce na dwa stany; na stan powoli zanikający o szerokości strefy zanikania znacznie przewyższającej długość powłoki L - tak zwany stan zasadniczy oraz na stan szybko zanikający tak zwany efekt brzegowy o szerokości strefy zanikania rzędu dziesiętnych części promienia r. Wynika z tego, że na krawędzi górnej spełnić możemy tylko warunki statyczne ze względu na siły styczne do środkowej powierzchni, a pominąć możemy warunki w odniesieniu do momentu zginającego i siły tnącej jako odpowiadające teorii efektu brzegowego; na krawędzi dolnej zaś, ogólnie mówiąc należy spełnić wszystkie warunki brzegowe.

Oddziaływanie słupów podbudowy przyjęto jako rozłożone w sposób ciągły wzdłuż krawędzi dolnej. Z uwagi na działanie słupów zbliżone bardziej do obciążenia punktowego, przyjęcie takie oczywiście nie pozwoli na ujęcie rzeczywistego stanu naprężenia i odkształcenia w strefie przykrawędziowej; z drugiej strony jednak biorąc pod uwagę, że szerokość tej strefy mniej więcej równa się odległości między głowicami słupów, a odkształcenia powłoki powstałe w wyniku zaistnienia krzywizny terenu obejmą znacznie większy obszar, pominięcie punktowego działania słupów nie powinno mieć dużego wpływu na wielkości przemieszczeń i tym samym na siły w powłoce za wyjątkiem wspomnianej strefy przykrawędziowej.

Do założeń upraszczających należy zaliczyć również przyjęcie słupów odbudowy jako przegubowo-przegubowych i założenie, że podbudowa nie ogranicza krawędziowych przemieszczeń powłoki prostopadłych do jej powierzchni środkowej; ostatnie założenie tymbardziej będzie słuszne im mniejsze będą odległości między głowicami słupów w stosunku do ich długości i promienia r powłoki.

Przyjmując, że znane jest rozwiązanie układu dla obciążenia ciężarem G i dla obciążenia równowartym mu obciążeniem g - równomiernie rozłożonym na poziomie ławy a skierowanym do góry - p.rys.1, zagadnienie nasze możemy sprowadzić do rozwiązania układu obciążonego wyłącznie na poziomie ławy fundamentowej równomiernie rozłożonym obciążeniem g skierowanym na dół. Taki też schemat obciążenia zostanie przyjęty w dalszych rozważaniach.

Zanim przystąpimy do właściwego rozwiązania sformułowanego wyżej zagadnienia podamy wpierw wyniki rozwiązania pierścienia kołowego w przemieszczeniach oraz rozwiążemy pomocnicze zagadnienie powłoki walcowej, wzmocnionej pierścieniem na górnej krawędzi, a na dolnej obciążonej siłami stycznymi do jej środkowej powierzchni.

2. ROZWIĄZANIE PIERŚCIENIA KOŁOWEGO W PRZEMIESZCZENIACH

Pierścień kołowy występuje w rozpatrywanym ustroju dwukrotnie - raz jako poziomy pierścień o stałym przekroju wzmacniający brzeg górny komina wywiewnego, drugi raz - jako poziomy, o stałym przekroju pierścień fundamentowy. W obu przypadkach obciążenie pierścienia sprowadzać się będzie - ogólnie mówiąc, zarówno do sił równoległych jak i sił prostopadłych do jego płaszczyzny. O ile jednak w przypadku pierścienia górnego możemy ograniczyć się - z uwagi na mały jego wymiar pionowy i pominięcie sił związanych z efektem brzegowym, do uwzględnienia tylko obciążeń stycznych, o tyle pierścień fundamentowy musi być potraktowany już bardziej ogólnie.

Niżej przedstawione zostaną wyniki rozwiązania w przemieszczeniach pierścienia kołowego o stałym przekroju, uzyskane w pracy [2] str.50 - 63; różnice w oznaczeniach, które będą miały miejsce wynikły wskutek zastosowania tego rozwiązania do naszego zagadnienia. Oznaczenia składowych przemieszczeń, sił zewnętrznych i sił wewnętrznych, z których korzystać będziemy w niniejszej pracy pokazano na rys.2. Należy zauważyć, że kąty skręcenia i obrotu - Ψ i φ oraz momenty oznaczono zgodnie z regułą prawej śruby; ponadto wszystkie składowe obciążenia zewnętrznego należy rozumieć jako odniesione do jednostki długości linii środkowej.

Różniczkowym równaniom równowagi wewnętrznej w przemieszczeniach dla łuku kołowego o stałym przekroju można nadać następującą postać:

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{I_1}{F_*}\,\frac{1}{r_*^2}\,\frac{d^3w^*}{d\vartheta^3} + \left(1 + \frac{I_1}{F_*^2}\,\frac{1}{r_*^2}\right)\frac{d^2u^*}{d\vartheta^2} - \frac{dw^*}{d\vartheta} + \frac{r_*^2}{EF_*}\left(X^* - \frac{1}{r_*}M_2^*\right) = 0,\\
&\frac{I_1}{F_*}\,\frac{1}{r_*^2}\left(\frac{d^4w^*}{d\vartheta^4} + \frac{d^3u^*}{d\vartheta^3}\right) - \frac{du^*}{d\vartheta} + w^* - \frac{r_*^2}{EF_*}\left(Z^* + \frac{1}{r_*}\,\frac{d\,M_2^*}{d\vartheta}\right) = 0,
\end{aligned}\right\}\quad(1a)$$

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{1}{r_*}(1 + K)\,\frac{d^2v^*}{d\vartheta^2} - K\,\frac{d^2\psi}{d\vartheta^2} + \psi - \frac{r_*^2}{EI_2}M_1^* = 0,\\
&\frac{1}{r_*}\,\frac{d^4v^*}{d\vartheta^4} - \frac{K}{r_*}\,\frac{d^2v^*}{d\vartheta^2} + (1 + K)\,\frac{d^2\psi}{d\vartheta^2} - \frac{r_*^3}{EI_2}\left(Y^* - \frac{1}{r_*}\,\frac{d\,M_3^*}{d\vartheta^3}\right) = 0,
\end{aligned}\right\}\quad(1b)$$

gdzie $K = \dfrac{GC}{EJ_2}$,

przy czym siły wewnętrzne wyrażą się przez przemieszczenia następująco:

$$\begin{aligned}
&N = \frac{EF_*}{r_*}\left(\frac{du^*}{d\vartheta} - w^*\right), \qquad M_1 = \frac{-EI_1}{r_*^2}\left(\frac{d^2w^*}{d\vartheta^2} + \frac{du^*}{d\vartheta}\right),\\
&M_2 = \frac{EI_2}{r_*}\left(\frac{1}{r_*}\,\frac{d^2v^*}{d\vartheta^2} + \psi\right), \qquad \bar{M} = \frac{GC}{r_*}\left(\frac{d\psi}{d\vartheta} - \frac{1}{r^*}\,\frac{dv^*}{d\vartheta}\right).
\end{aligned}\qquad(2)$$

W powyższych równaniach i wzorach oznaczono przez: F_* - pole przekroju poprzecznego, I_1 i I_2 - momenty bezwładności przekroju względem osi 1-2 i 2-2 (p.rys.2a), C - sztywność na skręcanie, E, G - moduły Jounga i Kirchoffa.

Rozkładając składowe obciążenia w szeregi trygonometryczne:

$$X^* = \sum_n X^*_m \cdot \sin m\vartheta, \quad y^* = \sum_n Y^*_n \cdot \cos m\vartheta, \quad Z^* = \sum_n Z^*_n \cdot \cos m\vartheta,$$

$$M^*_1 = \sum_n M^*_{1m} \cdot \cos m\vartheta, \quad M^*_2 = \sum_n M^*_{2m} \sin m\vartheta, \quad M^*_3 = \sum M^*_{3m} \cdot \sin m\vartheta, \tag{3}$$

gdzie $m = 1, 2, 3 \ldots\ldots n$,

oraz przedstawiając przemieszczenia w postaci:

$$u^* = \sum_n u^*_m \sin m\vartheta, \quad v^* = \sum_n v^*_m \cos m\vartheta, \quad w^* = \sum w^*_m \cos m\vartheta,$$

$$\psi = \sum_n \psi_m \cos\vartheta \tag{4}$$

po podstawieniu do równań (1) otrzymamy następujący układ równań do obliczenia współczynników u^*_m, v^*_m, w^*_m, ψ_m:

$$\left.\begin{aligned} &\left(1 + \frac{I_1}{F_*}\frac{1}{r_*^2}\right) m^2 \cdot u^*_m - \left(1 + \frac{I_1}{F_*}\frac{1}{r_*^2}\right) m \cdot w^*_m = \frac{r_*^2}{EF_*}\left(X^*_m - \frac{1}{r_*} M^*_{2m}\right), \\ &\left(1 + \frac{I_1}{F_*}\frac{m^2}{r_*^2}\right) m \cdot u^*_m - \left(1 + \frac{I_1}{F_*}\frac{m^4}{r_*^2}\right) w^*_m = -\frac{r_*^2}{EF_*}\left(Z^*_m + \frac{m}{r_*} M^*_{2m}\right), \end{aligned}\right\} \tag{5a}$$

$$\left.\begin{aligned} &(1 + Km^2)\,\psi_m - \frac{1+K}{r_*} m^2 \cdot v^*_m = \frac{r_*^2}{EI_2} M^*_{1m}, \\ &-(1+K)\, m^2 \psi_m + (K+m^2)\frac{m^2}{r_*} v^*_m = \frac{r_*^3}{EI_2}\left(y^*_m - \frac{m}{r_*} M^*_{3m}\right) \end{aligned}\right\} \tag{5b}$$

Uwzględniając szeregi (4) możemy wzorom na siły wewnętrzne nadać następującą postać:

$$
\begin{aligned}
&N = \sum_n N_m \cos m\vartheta, \quad M_1 = \sum_n M_{1m} \cos m\vartheta,\\
&M_2 = \sum_n M_{2m} \cos m\vartheta, \quad \bar{M} = \sum_n \bar{M}_m \sin m\vartheta,
\end{aligned}
\tag{6}
$$

gdzie wprowadzono oznaczenia:

$$
\begin{aligned}
&N_m = \frac{EF_*}{r_*}(M.u^*_m - w^*_m), \quad M_{1m} = - EI_1 \frac{m}{r_*^2}(u^*_m - mw^*_n),\\
&M_{2m} = \frac{EI_2}{r_*}\left(\Psi_m - \frac{m^2}{r_*} v^*_m\right), \quad \bar{M}_m = \frac{GC}{r_*}\left(\frac{m}{r_*} v^*_m - m\Psi_m\right).
\end{aligned}
\tag{7}
$$

3. ROZWIĄZANIE POWŁOKI WALCOWEJ WZMOCNIONEJ PIERŚCIENIEM

W opraciu o wyniki uzyskane w p.2 przystąpić już możemy do rozwiązania pomocniczego zadania, a mianowicie do rozwiązania powłoki walcowej wzmocnionej na górnym brzegu poziomym pierścieniem i obciążonej na brzegu dolnym siłami stycznymi do środkowej powierzchni. Pod rozwiązaniem powłoki rozumieć tu będziemy przede wszystkim określenie przemieszczeń punktów brzegu dolnego. Oznaczając przemieszczenia i siły wewnętrzne jak na rys.4 możemy zapisać:

dla brzegu dolnego $\xi = \frac{x}{r} = 0$:

$$
T_1 = T_1^{(o)}, \quad S_1 = S_1^{(o)}; \quad G_1 = 0, \quad N_1 = 0; \tag{8a}
$$

dla brzegu górnego $\xi = \frac{L}{r} = 1$:

$$
T_1 = 0, \quad S_1 = -\frac{\Gamma_* x}{r} X^*. \tag{8b}
$$

Rozkładając zarówno zadane jak i poszukiwane funkcje w pojedyncze szeregi trygonometryczne względem zmiennej ϑ znajdziemy:

$$T_1^{(o)} = \sum_n T_{1m}^{(o)} \cos m\vartheta, \quad S_1^{(o)} = \sum_n S_{1m}^{(o)} \sin m\vartheta,$$

$$u = \sum_n u_m \cos m\vartheta, \quad v = \sum_n v_m \sin m\vartheta, \tag{9}$$

$$T_1 = \sum_n T_{1m} \cos m\vartheta, \quad S_1 = \sum_n S_{1m} \cdot \sin m\vartheta,$$

$$X^* = \sum_n X_m^* \cdot \sin m\vartheta.$$

Podstawiając (9) do warunków (8) oraz biorąc pod uwagę, że dwa ostatnie warunki (8,a) mogą być pominięte ze względu na niewielkie wartości momentu M_1 i siły tnącej N_1 w zasadniczym stanie naprężenia - otrzymamy:

dla $\xi = 0$

$$T_{1m} = T_{1m}^{(o)}, \quad S_{1m} = S_{1m}^{(o)}; \tag{10a}$$

dla $\xi = 1$:

$$T_{1m} = 0, \quad S_{1m} = -\frac{r_*}{r} X_m^*. \tag{10b}$$

Ograniczając się do spełnienia na krawędzi $\xi = 1$ tylko warunków w odniesieniu do sił stycznych musimy przemieszczenia w^* pierścienia potraktować jako niezależne od przemieszczeń w powłoki; przyjmując jeszcze $Z^* = 0$ i uwzględniając, że

$$M_{2m}^* = X_m^* \cdot \frac{H}{2}$$

otrzymamy z drugiego równania (5a):

$$w_m^* = \frac{I_1 m^2 + F_* r_*^2}{I_1 m^4 + F_* r_*^2} m u_m^* + \frac{m r_*^3}{E(I_1 m^4 + F_* \cdot r_*^2)} \frac{H}{2} X_m^*; \qquad (11)$$

podstawiając w pierwszym równaniu (5a) za w_m^* wyrażenia (11) znajdziemy:

$$X_m^* = K_1 u_m^*, \quad \text{gdzie:} \qquad (12)$$

$$K_1 = \frac{m^2 \left[1 + \frac{I_1}{F_* r_*^2} - \left(\frac{I_1 m^2}{F_* r_*^2} + 1\right) \frac{I_1 m^2 + F_* r_*^2}{I_1 m^4 + F_* r_*^2}\right]}{\frac{m^2 \cdot r_*^3}{I_1 m^4 + F_* r_*^2} \frac{H}{2} \left(1 + \frac{I_1 m^2}{F_* r_*^2}\right) + \frac{r_*^2}{F_*} \left(1 - \frac{H}{2r_*}\right)} E. \qquad (13)$$

Znajdźmy jeszcze związek między amplitudą przemieszczenia v_m powłoki a amplitudą przemieszczenia u_m^* pierścienia; biorąc pod uwagę, że

$$v = u^* - \frac{1}{r_*} \left(\frac{dw^*}{d\vartheta} + u^*\right) \cdot \frac{H}{2}$$

otrzymamy po rozłożeniu występujących tu funkcji w szeregi trygonometryczne:

$$v_m = K_2 \cdot u_m^*, \qquad (14)$$

gdzie:

$$K_2 = \frac{r}{r_*} + \frac{H}{2r_*} m^2 \left(\frac{I_1 m^2 + F_* \cdot r_*^2}{I_1 m^4 + F_* \cdot r_*^2} + \frac{H \cdot r_*^3}{2(I_1 m^4 + F_* r_*^2)E} K_1\right). \qquad (15)$$

Uwzględniając (12) i (14) w miejsce drugiego warunku (10b) możemy teraz zapisać:

$$S_{1m} = K_3 \quad v_m, \tag{16}$$

gdzie

$$K_3 = - \frac{r_*}{r} \frac{K_1}{K_2} \tag{17}$$

Wyrażenia na u_m, v_m i T_{1m}, S_m przyjmiemy wg [1] str.255; dla $\xi = 0$ otrzymamy:

$$\begin{aligned}
u_m &= -(\alpha_u C_1 - \beta_u C_2) e^{-p_1 l} \sin q_1 l + \\
&+ (\beta_u C_1 + \alpha_u C_2) e^{-p_1 l} \cos q_1 l + \beta_u C_3 - \alpha_u C_4, \\
v_m &= -(a_v C_1 - b_v C_2) e^{-p_1 l} \sin q_1 l + \\
&+ (b_v C_1 + a_v C_2) e^{-p_1 l} \cos q_1 l - b_v C_3 + a_v C_4, \\
T_{1m} &= -(a_{T_1} C_1 - b_{T_1} C_2) e^{-p_1 l} \sin q_1 l + \\
&+ (b_{T_1} C_1 + a_{T_1} C_2) e^{-p_1 l} \cos q_1 l - b_{T_1} C_3 + a_{T_1} C_4, \\
S_{1m} &= -(\alpha_{s_1} C_1 - \beta_{s_1} C_2) e^{-p_1 l} \sin q_1 l + \\
&+ (\beta_{s_1} C_1 + \alpha_{s_1} C_2) e^{-p_1 l} \cos q_1 l + \beta_{s_1} C_3 - \alpha_{s_1} C_4;
\end{aligned} \tag{18}$$

oraz dodatkowo

$$G_{2m} = -(a_{G_2}C_1 - b_{G_2}C_2)e^{-p_1 l}\sin q_1 l + (b_{G_2}C_1 + a_{G_2}C_2)e^{-p_1 l}\cos q_1 l - b_{G_2}C_3 + a_{G_2}C_4;$$

zaś dla $\xi = 1$ będziemy mieli:

$$u_m = \beta_u C_1 + \alpha_u C_2 + (-\alpha_u C_3 - \beta_u C_4)e^{-p_1 l}\sin q_1 l + (\beta_u C_3 - \alpha_u C_4)e^{-p_1 l}\cos q_1 l,$$

$$v_m = b_v C_1 + a_v C_2 + (a_v C_3 + b_v C_4)e^{-p_1 l}\sin q_1 l + (-b_v C_3 + a_v C_4)e^{-p_1 l}\cos q_1 l,$$

(19)

$$T_{1m} = b_{T_1}C_1 + a_{T_1}C_2 + (a_{T_1}C_3 + b_{T_1}C_4)e^{-p_1 l}\sin q_1 l + (-b_{T_1}C_3 + a_{T_1}C_4)e^{-p_1 l}\cos q_1 l,$$

$$S_{1m} = \beta_{s_1}C_1 + \alpha_{s_1}C_2 + (-\alpha_{s_1}C_3 - \beta_{s_1}C_4)e^{-p_1 l}\sin q_1 l + (\beta_{s_1}C_3 - \alpha_{s_1}C_4)e^{-p_1 l}\cos q_1 l.$$

oraz dodatkowo

$$G_{2m}=b_{G_2}C_1+a_{G_2}C_2+(a_{G_2}C_3+b_{G_2}C_4)e^{-p_1 l}\sin q_1 l+$$

$$+(-b_{G_2}C_3+a_{G_2}C_4)e^{-p_1 l}\cos q_1 l.$$

W powyższych wzorach p_1, q_1 - liczby rzeczywiste, występujące w częściach rzeczywistej i urojonej pierwiastków równania charakterycznego

$$K^4+\frac{a^2}{1-\nu^2}m^4/m^2-1/^2=0, \quad (a^2=\frac{1}{3}\frac{h^2}{r^2}) \qquad (20)$$

np. $K_1=p_1+iq_1$, zaś α_u i β_u, a_v i b_v ... itd. - część rzeczywista i współczynnik w części urojonej w następujących wyrażeniach:

$$P_u=\alpha_u+i\beta_u=m^2K; \quad Q_v=a_v+ib_v=m^3$$

$$Q_{T_1}=a_{T_1}+ib_{T_1}=\frac{2Eh}{r}m^2K^2, \quad P_{s_1}=\alpha_{s_1}+i\beta_{s_1}=-\frac{2Eh}{r}mK^3, \qquad (21)$$

$$Q_{G_2}=a_{G_2}+b_{G_2}=\frac{2Eh}{1-\nu^2}a^2m^4\left(m^2-1\right)$$

[1] str.220 i str.241.

Występujące we wzorach (18), (19) stałe całkowania $C_1 \div C_4$ wyznaczymy z warunków brzegowych (10). Podstawiając do 1-ego warunku (10 b) i (16) wyrażenia (19) otrzymamy:

$$\begin{aligned} &b_{T_1}C_1+a_{T_1}C_2=-A_1C_3-A_3C_4, \\ &(\beta_{s_1}-K_3b_v)C_1+(\alpha_{s_1}-K_3a_v)C_2=-A_2C_3-A_4C_4, \end{aligned} \qquad (22)$$

gdzie wprowadzono oznaczenia:

$$
\begin{aligned}
A_1 &= (a_{T_1} \sin q_1 l - b_{T_1} \cos q_1 l) e^{-p_1 l}, \\
A'_2 &= (-\alpha_{s_1} \sin q_1 l + \beta_{s_1} \cos q_1 l) e^{-p_1 l}, \\
A_2 &= A'_2 - K_3 (a_v \sin q_1 l - b_v \cos q_1 l) e^{-p_1 l}, \\
A_3 &= (b_{T_1} \sin q_1 l + a_{T_1} \cos q_1 l) e^{-p_1 l}, \\
A'_4 &= (-\beta_{s_1} \sin q_1 l - \alpha_{s_1} \cos q_1 l) e^{-p_1 l}, \\
A_4 &= A'_4 - K_3 (b_v \sin q_1 l + a_v \cos q_1 l) e^{-p_1 l}.
\end{aligned}
\tag{23}
$$

Rozwiązując układ (22) ze względu na stałe C_1 i C_2 znajdziemy:

$$
C_1 = A_5 C_3 + A_6 C_4; \qquad C_2 = A_7 C_3 + A_8 C_4, \tag{24}
$$

gdzie

$$
\begin{aligned}
A_5 &= \frac{-A_1(\alpha_{s_1} - K_3 a_v) + A_2 a_{T_1}}{b_{T_1}(\alpha_{s_1} - K_3 a_v) - a_{T_1}(\beta_{s_1} - K_3 b_v)}, \\
A_6 &= \frac{-A_3(\alpha_{s_1} - K_3 a_v) + A_4 a_{T_1}}{b_{T_1}(\alpha_{s_1} - K_3 a_v) - a_{T_1}(\beta_{s_1} - K_3 b_v)}, \\
A_7 &= \frac{-A_2 \cdot b_{T_1} + A_1(\beta_{s_1} - K_3 b_v)}{b_{T_1}(\alpha_{s_1} - K_3 a_v) - a_{T_1}(\beta_{s_1} - K_3 b_v)}, \\
A_8 &= \frac{-A_4 \cdot b_{T_1} + A_3(\beta_{s_1} - K_3 b_v)}{b_{T_1}(\alpha_{s_1} - K_3 a_v) - a_{T_1}(\beta_{s_1} - K_3 b_v)}.
\end{aligned}
\tag{25}
$$

Rozwiniemy z kolei warunki (10a) w oparciu o 2-a drugie wyrażenia (18) wyrażając stałe C_1, C_2 przez C_3, C_4 wg (24): w ten sposób dojdziemy do następującego układu 2-ch równań ze względu na stałe C_3, C_4:

$$\begin{aligned} A_9C_3 + A_{10}C_4 &= T_{1m}^{(o)}, \\ A_{11}C_3 + A_{12}C_4 &= S_{1m}^{(o)} \end{aligned} \tag{26}$$

gdzie wprowadzono nowe oznaczenia:

$$A_9 = \left[(-a_{T_1}A_5 + b_{T_1}A_7)\sin q_1 l + (b_{T_1}A_5 + a_{T_1}A_7)\cos q_1 l\right] e^{-p_1 l} - b_{T_1},$$

$$A_{10} = \left[(-a_{T_1}\cdot A_6 + b_{T_1}A_8)\sin q_1 l + (b_{T_1}A_6 + a_{T_1}A_8)\cos q_1 l\right] e^{-p_1 l} + a_{T_1},$$

$$A_{11} = \left[(-\alpha_{s_1}A_5 \cdot \beta_{s_1}A_7)\sin q_1 l + (\beta_{s_1}A_5 + \alpha_{s_1}A_7)\cos q_1 l\right] e^{-p_1 l} + \beta_{s_1}, \tag{27}$$

$$A_{12} = \left[(\beta_{s_1}A_6 + \alpha_{s_1}A_8)\cos q_1 l + (-\alpha_{s_1}A_6 + \beta_{s_1}A_8)\sin q_1 l\right] e^{-p_1 l} - \alpha_{s_1}$$

Rozwiązując układ (26) znajdziemy:

$$C_3 = A_{13}T_{1m}^{(o)} + A_{14}S_{1m}^{(o)}, \quad C_4 = A_{15}T_{1m}^{(o)} + A_{16}S_{1m}^{(o)}; \tag{28}$$

przy czym:

$$\begin{aligned} A_{13} &= \frac{A_{12}}{A_9\cdot A_{12} - A_{10}\cdot A_{11}}, & A_{14} &= \frac{-A_{10}}{A_9\cdot A_{12} - A_{10}\cdot A_{11}}, \\ A_{15} &= \frac{-A_{11}}{A_9\cdot A_{12} - A_{10}\cdot A_{11}}, & A_{16} &= \frac{A_9}{A_9\cdot A_{12} - A_{10}\cdot A_{11}}, \end{aligned} \tag{29}$$

a podstawiając (28) do wzorćw (24) znajdziemy jeszcze:

$$C_1 = A_{17}\, T_{1m}^{(o)} + A_{18}\, S_{1m}^{(o)}, \quad C_2 = A_{19}\, T_{1m}^{(o)} + A_{20} \cdot S_{1m}^{(o)}, \tag{30}$$

gdzie:

$$A_{17} = A_5 \cdot A_{13} + A_6 \cdot A_{15}, \quad A_{18} = A_5 \cdot A_{14} + A_6 \cdot A_{16},$$
$$A_{19} = A_7 \cdot A_{13} + A_8 \cdot A_{15}, \quad A_{20} = A_7 \cdot A_{14} + A_8 \cdot A_{16}. \tag{31}$$

Wyrażenia na amplitudy u_m, v_m przemieszczeń na brzegu dolnym, ktćre stanowią cel naszego obliczenia znajdziemy teraz łatwo podstawiajac za stałe C do dwóch pierwszych wzorów (18) wyrażenia (28) i (30); otrzymamy:

$$u_m = u_m^{(o)} = a_1 \cdot T_{1m}^{(o)} + a_2 \cdot S_{1m}^{(o)}, \quad v_m = v_m^{(o)} = b_1 \cdot T_{1m}^{(o)} + b_2 \cdot S_{1m}^{(o)}, \tag{32}$$

przy czym:

$$a_1 = A_{17} \cdot A_{21} + A_{19} \cdot A_{22} + \beta_u \cdot A_{13} - \alpha_u \cdot A_{15},$$
$$a_2 = A_{18} \cdot A_{21} + A_{20}\, A_{22} + \beta_u\, A_{14} - \alpha_u \cdot A_{16},$$
$$b_1 = A_{17} \cdot A_{23} + A_{19} \cdot A_{24} - b_v \cdot A_{13} + a_v \cdot A_{15},$$
$$b_2 = A_{18} \cdot A_{23} + A_{20} \cdot A_{24} - b_v \cdot A_{14} + a_v \cdot A_{16}, \tag{33a}$$

oraz:

$$A_{21} = (-\alpha_u \cdot \sin q_1 l + \beta_u \cdot \cos q_1 l)\, e^{-p_1 l},$$
$$A_{22} = (\beta_u \cdot \sin q_1 l + \alpha_u \cdot \cos q_1 l)\, e^{-p_1 l}, \tag{33b}$$

$$
\begin{aligned}
A_{23} &= (-a_v \cdot \sin q_1 l + b_v \cdot \cos q_1 l)e^{-p_1 l}, \\
A_{24} &= (b_v \cdot \sin q_1 l + a_v \cdot \cos q_1 l)e^{-p_1 l}.
\end{aligned}
\tag{33b}
$$

W przypadku niewystępowania pierścienia wzmacniającego na brzegu górnym należy we wzorach (23) i (25) za K_3 podstawić zero, będziemy mieli wówczas:

$$
\begin{aligned}
A_1 &= (a_{T_1} \sin q_1 l - b_{T_1} \cos q_1 l)e^{-p_1 l}, \\
A'_2 = A_2 &= (-\alpha_{s_1} \sin q_1 l + \beta_{s_1} \cos q_1 l)e^{-p_1 l}, \\
A_3 &= (b_{T_1} \sin q_1 l + a_{T_1} \cos q_1 l)e^{-p_1 l}, \\
A'_4 = A_4 &= (-\beta_{s_1} \sin q_1 l - \alpha_{s_1} \cos q_1 l)e^{-p_1 l},
\end{aligned}
\tag{34}
$$

i:

$$
\begin{aligned}
A_5 &= \frac{-A_1\alpha_{s_1} + A_2 a_{T_1}}{b_{T_1}\alpha_{s_1} - a_{T_1}\beta_{s_1}}, \quad A_6 = \frac{-A_3\alpha_{s_1} + A_4 \cdot a_{T_1}}{b_{T_1}\alpha_{s_1} - a_{T_1}\beta_{s_1}}, \\
A_7 &= \frac{-A_2 \cdot b_{T_1} + A_1\beta_{s_1}}{b_{T_1}\alpha_{s_1} - a_{T_1}\beta_{s_1}}, \quad A_8 = \frac{-A_4 b_{T_1} + A_3\beta_{s_1}}{b_{T_1}\alpha_{s_1} - a_{T_1}\beta_{s_1}}.
\end{aligned}
\tag{35}
$$

Pozostałe oznaczenia i wzory - (24) oraz (26)÷(33) - są ważne i w tym szczególnym przypadku.

4. ROZWIĄZANIE UKŁADU

Obciążenie układu stanowią: ciężar własny g, który zgodnie z uwagą w pk. 1) przyjmiemy jako równomiernie rozłożony wzdłuż ławy fundamentowej oraz oddziaływanie gruntu p. W przypadku krzywizny terenu $\frac{1}{R} = 0$ dla każdej wartości kąta ϑ – $p = g$; w przypadku krzywizny terenu różnej od zera oddziaływanie gruntu będzie już funkcją kąta ϑ, która bardzo prosto da się określić dla układu nieskończenie sztywnego. Oznaczając dla tego szczególnego przypadku przez u_0 przemieszczenie układu jako całości możemy ustawić następujące równanie równowagi:

$$4\int_0^{\pi/2}(u_0 - f(\vartheta))\, C_1 b r d\vartheta = 2\pi r g, \tag{36}$$

gdzie C_1 – współczynnik podłoża; inne oznaczenia wyjaśnia rys.5. Zastępując równanie okręgu o promieniu R równaniem paraboli kwadratowej o krzywiźnie równej $1/R$ w najwyższym jej punkcie, będziemy mieli:

$$f(\vartheta) = \frac{r^2 \cos^2\vartheta}{2R} = \frac{r^2}{4R}(1+\cos 2\vartheta). \tag{37}$$

Podstawiając (37) do równania (36) otrzymamy po scałkowaniu:

$$u_0 = \frac{g}{c_1 b} + \frac{r^2}{4R} \tag{38}$$

i

$$p = (u_0 - f(\vartheta))\, C_1 b = g - \frac{r^2}{4R} C_1 b \cos 2\vartheta. \tag{39}$$

W przypadku układu odkształcalnego na podłożu Winklera przy krzywiźnie terenu różnej od zera pionowe przemieszczenia u ogólnie przyjąć możemy jako następującą funkcję ϑ

$$u = u_0 + \sum_n u_m \cdot \cos m\vartheta; \tag{40}$$

dla tego przypadku na wypadkowe obciążenie p - g otrzymamy:

$$p-g = \sum_{n} p_m \cos m\vartheta, \tag{41}$$

gdzie:

$$p_m = u_m c_1 b, \ (m \neq 2);$$

$$p_m = (u_m - \frac{r^2}{4R}) c_1 b \ (m = 2). \tag{42}$$

Przystępując do rozwiązania układu za główne niewiadome przyjmiemy częściowo siły, a mianowicie siły wzajemnego oddziaływania słupów podbudowy i powłoki komina wywiewnego, a częściowo przemieszczenia - mianowicie przemieszczenia środkowych punktów ławy fundamentowej. Wymienionych sił i przemieszczeń poszukiwać będziemy w formie pojedyńczych szeregów trygonometrycznych zmiennej ϑ - p. (4):

$$T_1^{(o)} = \sum T_{1m}^{(o)} \cos m\vartheta, \qquad S_1^{(o)} = \sum S_{1m}^{(o)} \sin m\vartheta,$$

$$u^* = \sum u_m^* \sin m\vartheta, \qquad v^* = \sum v_m^* \cdot \cos m\vartheta. \tag{43}$$

Równania nierozdzielności na linii połączenia powłoki z podbudową będą miały następującą postać - p. rys.5:

$$u^{(o)} - u^{(\alpha)} = 0 \quad i \quad v^{(o)} - v^{(\alpha)} = 0, \tag{44}$$

gdzie:

$$u^{(o)} = \sum u_m^{(o)} \cos m\vartheta, \qquad v^{(o)} = \sum v_m^{(o)} \sin m\vartheta \text{- p.(9)},$$

i podobnię:

$$u^{(\alpha)} = \sum u_m^{(\alpha)} \cos m\vartheta, \qquad v^{(\alpha)} = \sum v_m^{(\alpha)} \sin m\vartheta. \tag{45}$$

Wprowadzając (45) do (44) otrzymamy dla dowolnego m:

$$u_m^{(o)} - u_m^{(\alpha)} = 0, \quad v_m^{(o)} - v_m^{(\alpha)} = 0. \tag{46}$$

Amplitudy $u_m^{(o)}$ i $v_m^{(o)}$ wyrazimy przez $T_{1m}^{(o)}$ i $S_{1m}^{(o)}$ wg wzorów (32); w celu wyrażenia $u_m^{(\alpha)}$ i $v_m^{(\alpha)}$ przez $T_{1m}^{(o)}$ i $S_{1m}^{(o)}$ oraz u_m^* i v_m^* rozpatrzymy bliżej fragment układu przedstawiony na rys.6, który z pewnym przybliżeniem traktować można jako płaski.

Siłom skupionym T i S przyłożonym do węzłów górnych odpowiadać będą następujące siły osiowe P w czterech kolejnych prętach i 1-2 + i+1:

$$P_{i-2} = \frac{1}{2\cos\alpha} T_{i-2} - \frac{1}{2\sin\alpha} S_{i-2}, \quad P_{i-1} = \frac{1}{2\cos\alpha} T_i + \frac{1}{2\sin\alpha} S_i,$$

$$P_i = \frac{1}{2\cos\alpha} T_i - \frac{1}{2\sin\alpha} S_i, \quad P_{i+1} = \frac{1}{2\cos\alpha} T_{i+2} + \frac{1}{2\sin\alpha} S_{i+2}; \tag{47}$$

obliczając z kolei odkształcenia prętów Δl_{i-1} i Δl_i i stosując na przykład wzór Mohra znajdziemy na składowe przemieszczenia węzła i :

$$u_i' = \frac{L_2}{2\cos^3\alpha\, EF} T_i, \quad v_i' = \frac{L_2}{2\sin^2\alpha . \cos\alpha EF} S_i. \tag{48}$$

Równie łatwo w oparciu na przykład o równanie prac przygotowanych, wyrazimy przemieszczenia węzła i przez przemieszczenia dolnych węzłów i - 1 i i + 1:

$$u_i'' = \frac{1}{2}(u_{i-1} + u_{i+1}) - \frac{1}{2}\,\mathrm{tg}\alpha\,(v_{i+1} - v_{i-1}),$$

$$v_i'' = \frac{1}{2}(v_{i-1} + v_{i+1}) - \frac{1}{2}\,\mathrm{ctg}\alpha\,(u_{i+1} - u_{i-1}). \tag{49}$$

Przyjmując siły wzajemnego oddziaływania podbudowy i powłoki jako rozłożone w sposób ciągły, zgodnie ze wzorami (43), otrzymamy ze wzorów (48) i (45) na amplitudy przemieszczeń w przekroju $\alpha-\alpha$ od odkształceń słupów:

$$u_m^{(\alpha)'} = \frac{2\pi r\, L_2}{nEF\cos^3\alpha}\, T_{1m}^{(o)}, \quad v_m^{(\alpha)'} = \frac{2\pi r\, L_2}{n\, EF\, \sin^2\alpha \cos\alpha}\, S_{1m}^{(o)}. \tag{50}$$

Przedstawiając przemieszczenia na poziomie przekroju $\beta-\beta$ również przy pomocy pojedyńczych szeregów trygonometrycznych:

$$u^{(\beta)} = \sum u_m^{(\beta)} \cdot \cos m\vartheta, \quad v^{(\beta)} = \sum v_m^{(\beta)} \sin m\vartheta, \tag{51}$$

otrzymamy na podstawie wzoru (49) następujące wzory na amplitudy przemieszczeń w przekroju $\alpha-\alpha$ w zależności od amplitud przemieszczeń w przekroju $\beta-\beta$:

$$u_m^{(\alpha)''} = u_m^{(\beta)} - 2\pi \frac{m}{n} \operatorname{tg}\alpha\, v_m^{(\beta)},$$

$$v_m^{(\alpha)''} = v_m^{(\beta)} + 2\pi \frac{m}{n} \operatorname{ctg}\alpha\, u_m^{(\beta)}. \tag{52}$$

Pozostaje jeszcze wyrażenie występujących w ostatnich wzorach amplitud $u_m^{(\beta)}$ i $v_m^{(\beta)}$ przez amplitudy przemieszczeń punktów środkowych ławy fundamentowej u_m^* i v_m^* - p. (43). Zgodnie z rys.6 możemy napisać:

$$u^{(\beta)} = v^*, \quad i \quad v^{(\beta)} = u^* - \frac{e}{r}\frac{dv^*}{d\vartheta},$$

a uwzględniając (43) i (51) znajdziemy:

$$u_m^{(\beta)} = v_m^*, \quad v_m^{(\beta)} = u_m^* + m\frac{e}{r} v_m^*. \tag{53}$$

Podstawiając (53) do (52) otrzymamy:

$$u_m^{(\alpha)''} = \left(1-2\pi\frac{m^2}{n}\frac{e}{r}\operatorname{tg}\alpha\right) v_m^{*} - 2\pi\frac{m}{n}\operatorname{tg}\alpha\, u_m^{*}, \tag{54}$$

$$v_m^{(\alpha)''} = u_m^{*} + \left(2\pi\frac{m}{n}\operatorname{ctg}\alpha + m\frac{e}{r}\right) v_m^{*}.$$

Uwzględniając wzory (32), (50) i (54) możemy już warunkom (46) nadać następującą postać kanoniczną:

$$\begin{aligned} &\delta_{11}\cdot T_{1m}^{(o)} + \delta_{12}\cdot S_{1m}^{(o)} + \delta'_{13}\cdot u_m^{*} + \delta'_{14}\cdot v_m^{*} = 0,\\ &\delta_{21}\cdot T_{1m}^{(o)} + \delta_{22}\cdot S_{1m}^{(o)} + \delta'_{23}\cdot u_m^{*} + \delta'_{24}\cdot v_m^{*} = 0, \end{aligned} \tag{55}$$

gdzie oznaczono:

$$\delta_{11} = \frac{2\pi r\cdot L_2}{n\,EF\cos^3\alpha} - a_1, \quad \delta_{12} = -a_2,$$

$$\delta'_{13} = -2\pi\frac{m}{n}\operatorname{tg}\alpha, \quad \delta'_{14} = 1 - 2\pi\frac{m^2}{n}\frac{e}{r}\operatorname{tg}\alpha, \tag{56}$$

$$\delta_{21} = \delta_{12} = -a_2 = -b_1, \quad \delta_{22} = \frac{2\pi\, r\, L_2}{n\,EF\cdot\sin^2\alpha\cos\alpha} - b_2,$$

$$\delta'_{23} = 1, \quad \delta'_{24} = 2\pi\frac{m}{n}\operatorname{ctg}\alpha + m\frac{e}{r}.$$

Równania (55) stanowią dwa pierwsze równania naszego zagadnienia; dwa dalsze równania otrzymamy z równań równowagi dla ławy fundamentowej. Uwzględniając, że ława fundamentowa posiada kształt pierścienia zamkniętego możemy zastosować tutaj równania różniczkowe równowagi (1) względnie wynikające z nich równania (5) jeśli tylko wyrazimy występujące po prawej stronie tych równań siły i momenty przez niewiadome siły T_1^o i S_1^o w przekrojach $\alpha - \alpha$.

Siły oddziaływania ławy fundamentowej na i-1 węzeł znajdziemy biorąc pod uwagę wzory (47) na siły w prętach i-2 i i-1 (p.rys.6):

$$T_{i-1}=(P_{i-1}+P_{i-2})\cos\alpha=\frac{1}{2}(T_{i-2}+T_i)+\frac{1}{2}(S_i-S_{i-2})\mathrm{ctg}\alpha,$$

$$S_{i-1}=(P_{i-1}-P_{i-2})\sin\alpha=\frac{1}{2}(T_i-T_{i-2})\mathrm{tg}\alpha+\frac{1}{2}(S_{i-2}+(S_i). \tag{57}$$

Przedstawiając działanie słupów podbudowy na pierścień fundamentowy w postaci obciążenia ciągłego:

$$T^{(\beta)}=\sum T_m^{(\beta)}\cos m\vartheta, \quad S^{(\beta)}=\sum S_m^{(\beta)}\cdot\sin m\vartheta, \tag{58}$$

i uwzględniając dwa pierwsze wzory (43) otrzymamy ze wzorów (57) na amplitudy $T_m^{(\beta)}$ i $S_m^{(\beta)}$ następujące wyrażenia

$$T_m^{(\beta)}=T_{1m}^{(o)}+2\pi\frac{m}{n}\,\mathrm{ctg}\alpha\, S_{1m}^{(o)},$$

$$S_m^{(\beta)}=S_{1m}^{(o)}-2\pi\frac{m}{n}\,\mathrm{tg}\alpha\, T_{1m}^{(o)}. \tag{59}$$

Na podstawie (41) i (59) znajdziemy na amplitudy sił i momentów występujących po prawej stronie równań (5):

$$X_m^*=S_m^{(\beta)}, \quad y_m^*=T_m^{(\beta)}+p_m, \quad Z_m^*=0,$$

$$M_{1m}^*=0, \quad M_{2m}^*=0, \quad M_{3m}^*=-e\cdot S_m^{(\beta)}; \tag{60}$$

uwzględniając powyższe wzory zapiszemy w miejsce (5a):

$$\left(1+\frac{I_1'}{F'}\,\frac{1}{r^2}\right)m^2\,u_m^* - \left(1+\frac{I_1'}{F'}\,\frac{m^2}{r^2}\right)mw_m^* = \frac{r^2}{E'F'}\;S_m^{(\beta)}$$

$$\left(1+\frac{I_1'}{F'}\,\frac{m^2}{r^2}\right)m\cdot u_m^* - \left(1+\frac{I_1'}{F'}\cdot\frac{m^4}{r^2}\right)w_m^* = 0, \tag{61}$$

a rugując z powyższych równań w_m^* i uwzględniając (59) otrzymamy:

$$B_1\,U_m^* = S_{1m}^{(o)} - 2\pi\,\frac{m}{n}\cdot tg\alpha\cdot T_{1m}^{(o)}, \tag{62}$$

gdzie:

$$B_1 = \left[\left(1+\frac{I_1'}{F'}\,\frac{1}{r^2}\right)m^2 - \left(1+\frac{I_1'}{F'}\,\frac{m^2}{r^2}\right)^2\left(1+\frac{I_1'}{F'}\,\frac{m^4}{r^2}\right)_{m^2}^{-1}\right]\frac{E'F'}{r^2}\cdot \tag{63}$$

Wprowadzono tu nowe oznaczenia dla pola i momentów bezwładności przekroju ławy - F' I_1', I_2', w celu odróżnienia tych wielkości od identycznych wielkości przekroju pierścienia górnego.

Podobnie w miejsce (5b) zapiszemy

$$(1+K\,m^2)\psi_m - \frac{1+K}{r}\,m^2\,v_m^* = 0,$$

$$-(1+K)m^2\cdot\psi_m + (K+m^2)\,\frac{m^2}{r}\,v_n^* = \tag{64}$$

$$= \frac{r^3}{E'I_2'}\left[T_{1m}^{(o)} + 2\pi\frac{m}{n}\,ctg\alpha\;S_{1m}^{(o)} + p_m + m\cdot\frac{e}{r}\left(S_{1m}^{(o)} - 2\pi\frac{m}{n}\;tg\alpha\;T_{1m}^{(o)}\right)\right];$$

rugując ψ_m otrzymamy:

$$B_2\;v_m^* = T_{1m}^{(o)} + 2\pi\,\frac{m}{n}\;ctg\alpha\;S_{1m}^{(o)} + p_m + m\,\frac{e}{r}\left(S_{1m}^{(o)} - 2\pi\frac{m}{n}\;tg\alpha T_{1m}^{(o)}\right), \tag{65}$$

gdzie oznaczono:

$$B_2 = E' I'_2 \frac{m^2}{r^4} \left(K + m^2 - \frac{(1+K)^2}{1+Km^2} m^2\right). \tag{66}$$

Równaniom (62) i (65) stanowiącym uzupełnienie równań (55) możemy nadać jeszcze następującą formę:

$$\begin{aligned} r'_{31} T^{(o)}_{1m} + r'_{32} S^{(o)}_{1m} + r_{33} \cdot u^*_m + r_{34} \cdot v^*_m &= 0, \\ r'_{41} \cdot T^{(o)}_{1m} + r'_{42} \cdot S^{(o)}_{1m} + r_{43} \cdot u^*_m + \bar{r}_{44} \cdot v^*_m &= p_m, \end{aligned} \tag{67}$$

przy czym współczynniki r wyrażają się następująco:

$$\begin{gathered} r'_{31} = -\delta'_{13} = 2\pi \frac{m}{n} tg\alpha, \quad r'_{32} = -\delta'_{23} = -1, \quad r_{33} = B_1, \quad r_{34} = 0, \\ r'_{41} = -\delta'_{14} = -1 + 2\pi \frac{m^2}{n} \frac{e}{r} tg\alpha, \quad r'_{42} = -\delta'_{24} = -2\pi \frac{m}{n} ctg\alpha - m \frac{e}{r}, \\ r_{43} = r_{34} = 0, \quad \bar{r}_{44} = B_2. \end{gathered} \tag{68}$$

Łatwo stwierdzimy biorąc pod uwagę (41) i (42), że układ równań (55), (67) posiadać będzie rozwiązania różne od zera tylko dla $m = 2$; uwzględniając powyższe i rozwijając p_2 wg (42) możemy zapisać w miejsce (55) i (67):

$$\begin{aligned} \delta_{11} \cdot T^{(o)}_{1,2} + \delta_{12} \cdot S^{(o)}_{1,2} + \delta'_{13} \cdot u^*_2 + \delta'_{14} \cdot v^*_2 &= 0, \\ \delta_{21} \cdot T^{(o)}_{1,2} + \delta_{22} \cdot S^{(o)}_{1,2} + \delta'_{23} \cdot u^*_2 + \delta'_{24} \cdot v^*_2 &= 0, \qquad (69) \\ r'_{31} \cdot T^{(o)}_{1,2} + r'_{32} \cdot S^{(o)}_{1,2} + r_{33} \cdot u^*_2 + r_{34} \cdot v^*_2 &= 0, \end{aligned}$$

$$r'_{41}\cdot T^{(o)}_{1,2} + r'_{42}\cdot S^{(o)}_{1,2} + r_{43}\cdot \dot{u}_2 + r_{44}\cdot \dot{v}_2 = -\frac{r^2}{4R}\cdot c_1 b,$$

gdzie

$$r_{44} = \bar{r}_{44} + C_1 b = B_2 + C_1 b. \tag{70}$$

5. PRZYKŁAD

Obliczenia szczegółowe przeprowadzimy dla walcowej chłodni kominowej średniej wielkości o następujących danych (p.rys.1):

$r=20\text{m}$, $L=60\text{m}$, $L_1=3\text{m}$, $L_2=5\text{m}$, $b=3{,}5\text{m}$, $h=0{,}15\text{m}$,

ilość słupów $n = 56$, kąt $\alpha = 24^{o}10'$.

Ponadto przyjęto: $E = 2{,}1.10^6 \text{t/m}^2$, $G = 0{,}89.10^6 \text{t/m}^2$ $\nu = 0{,}18$ (dla całej konstrukcji) oraz współczynnik podłoża $C_1 = 500 \text{ t/m}^3$ i promień krzywizny $R = 10000$ m.

Biorąc pod uwagę wymiary przekrojów poprzecznych pierścieni i słupów pokazane na rys.7, znajdziemy:

dla pierścienia górnego: $F_* = 0{,}40 \text{ m}^2$, $I_1 = 0{,}133 \text{ m}^4$;

dla pierścienia fundamentowego: $F^1 = 4{,}7 \text{ m}^2$, $I'_1 = 3{,}61 \text{ m}^4$, $I'_2 = 2{,}74 \text{ m}^4$, $C = 1{,}074 \text{ m}^4$, $e = 2{,}12$ m

dla słupów $F = 0{,}16 \text{ m}^2$.

Przystępując do rozwiązania zadania pomocniczego - powłoki walcowej wzmocnionej pierścieniem, obliczymy wg wzoru (13) (m = 2):

$$K_1 = \frac{2^2\left[1+\frac{0{,}133}{0{,}40.21^2}-\left(\frac{0{,}133.2^2}{0{,}40.21^2}+1\right)\frac{0{,}133.2^2+0{,}40.21^2}{0{,}133.2^4+0{,}40.21^2}\right]}{\frac{2^2.21^3\,.\,\frac{2}{2}}{0{,}133.2^4+0{,}40.21^2}\left(1+\frac{0{,}133.2^2}{0{,}40.21^2}\right)+\frac{21^2}{0{,}40}\left(1-\frac{2{,}0}{2.21}\right)}E =$$

$$= 2{,}09.10^{-5}\ E,$$

a stąd wg (15) i (17):

$$K_2 = \frac{20}{21} + \frac{2{,}0}{2.21}\ 2^2\ \left(\frac{0{,}133.2^2+0{,}40.21^2}{0{,}133.2^4+0{,}40.21^2} +\right.$$

$$\left.+ \frac{2{,}0.21^3}{2(0{,}133.2^4+0{,}40.21^2)E}\ 2{,}09.10^{-5}\ E\right) = 1{,}140,$$

$$K_3 = -\frac{21}{20}\ \frac{2{,}09.10^{-5}E}{1{,}140} = -\ 1{,}750.10^{-5}E.$$

Z równania charakterystycznego (20) otrzymamy:

$$K^4 = -\frac{\frac{1}{3}\left(\frac{0{,}15}{20}\right)^2}{1 - 0{,}18^2}\ 2^4(2^2-1)^2 = -\ 0{,}280.10^{-2},\ i$$

$$K_1 = 0{,}1627 + 0{,}1627\ i\ ,\ \text{a stąd: } p_1 = q_1 = 0{,}1627.$$

W oparciu o wzory (21) znajdziemy:

$$P_u = 2^2(0{,}1627+0{,}1627i) = 0{,}651+0{,}651i;\ \alpha_u = \beta_u = 0{,}651;$$

$$Q_v = 2^3 = 8;\quad a_v = 8,\ b_v = 0;$$

$$Q_{T_1} = \frac{2.0{,}15}{20}\ 2^2(0{,}1627+0{,}1627i)^2E = 3{,}17.10^{-3}Ei;$$

$$a_{T_1} = 0,\ b_{T_1} = 3{,}17\cdot 10^{-3}\ E;$$

$$P_{s_1} = -\frac{2 \cdot 0{,}15}{20}\, 2(0{,}1627+0{,}1627i)^3 E = 0{,}258 \cdot 10^{-3} E - 0{,}258 \cdot 10^{-3}\ Ei;$$

$$\alpha_{s_1} = 0{,}258 \cdot 10^{-3} E, \quad \beta_{s_1} = -0{,}258 \cdot 10^{-3} E.$$

$$Q_{G_2} = \frac{2 \cdot 0{,}15}{1-0{,}18^2}\,\frac{1}{3}\left(\frac{0{,}15}{20{,}0}\right)^2 \cdot 2^4 (2^2-1) E = 0{,}278 \cdot 10^{-3} E,$$

$$a_{G_2} = 0{,}278 \cdot 10^{-3} E, \quad b_{G_2} = 0.$$

Stosując z kolei wzory (23), (25), (27), (29), (31) i (33) obliczymy:x)

$$A_1 = (0 \cdot 0{,}469 - 3{,}17 \cdot 10^{-3} E \cdot 0{,}883) \cdot 0{,}514 = -\,1{,}715 \cdot 10^{-3}\ E,$$

$$A'_2 = (-0{,}258 \cdot 10^{-3} E \cdot 0{,}469 - 0{,}258 \cdot 10^{-3} E \cdot 0{,}883)\, 0{,}614 = -0{,}214 \cdot 10^{-3} E$$

$$A_2 = -0{,}214 \cdot 10^{-3} E + 1{,}75 \cdot 10^{-5} E (8 \cdot 0{,}469) \cdot 0{,}614 = 0{,}174 \cdot 10^{-3} E,$$

$$A_3 = (3{,}17 \cdot 10^{-3} E \cdot 0{,}469 + 0 \cdot 0{,}883) \cdot 0{,}614 = 0{,}913 \cdot 10^{-3} E,$$

$$A'_4 = (0{,}258 \cdot 10^{-3} E \cdot 0{,}469 - 0{,}258 \cdot 10^{-3} E \cdot 0{,}883) \cdot 0{,}614 = -0{,}657 \cdot 10^{-4} E,$$

$$A_4 = -0{,}657 \cdot 10^{-4} E + 1{,}75 \cdot 10^{-5} E (8 \cdot 0{,}883) \cdot 0{,}614 = 0{,}0101 \cdot 10^{-3} E,$$

---

x) $l = \frac{L}{r} = \frac{60}{20} = 3$

$\sin q_1 l = \sin 3 \cdot 0{,}1627 = 0{,}469$; $\cos q_1 l = \cos 3 \cdot 0{,}1627 = 0{,}883$;

$e^{-p_1 l} = e^{-3 \cdot 0{,}1627} = 0{,}614$;

$$A_5 = \frac{1,715.10^{-3}E(0,258.10^{-3}E+1,75.10^{-5}E.8)}{3,17.10^{-3}E(0,258.10^{-3}E+1,75.10^{-5}E.8)} = 0,541,$$

$$A_6 = \frac{-0,913.10^{-3}E(0,258.10^{-3}E+1,75.10^{-5}.E.8)}{3,17.10^{-3}E(0.258.10^{-3}E+1,75.10^{-5}.E.8)} = -0,288,$$

$$A_7 = \frac{0174.10^{-3}.E.317.10^{-3}E-1,715.10^{-3}.E(-0,258.10^{-3}E)}{3,17.10^{-3}E(0,258.10^{-3}E+1,75.10^{-5}E.8)} = 0,788,$$

$$A_8 = \frac{-00101.10^{-3}.E.3,17.10^{-3}E+0,913.10^{-3}.E(-0258.10^{-3}E))}{3,17.10^{-3}E(0,258.10^{-3}E+1,75.10^{-5}E.8)} = -0,212,$$

$$A_9 = \Big[(0+3,17.10^{-3}E.0,788).0,469 +$$

$$+(3,17.10^{-3}E.0,541+0).0,883\Big]0,614-3,17.10^{-3}E = -1,525.10^{-3}E,$$

$$A_{10} = \Big[(0-3,17.10^{-3}E.0,212).0,469 +$$

$$+ (-3,17.10^{-3}E.0,288+0)0,883\Big].0,614+0 = -0,685.10^{-3}E,$$

$$A_{11} = \Big[(-0,258.10^{-3}E.0,541-0,258.10^{-3}E.0,788).0,469 +$$

$$+(-0,258.10^{-3}E.0,541+0,258.10^{-3}E.0,788).0,883\Big]0,614 -$$

$$- 0,258.10^{-3}E = -0,3223.10^{-3}E,$$

$$A_{12} = \left[(0,258 \cdot 10^{-3}E \cdot 0,288 - 0,258 \cdot 10^{-3}E \cdot 0,212) \cdot 0,883 + \right.$$
$$\left. +(0,258 \cdot 10^{-3}E \cdot 0,288 + 0,258 \cdot 10^{-3}E \cdot 0,212) \cdot 0,469\right] \cdot 0,614 -$$
$$-0,258 \cdot 10^{-3}E = -0,2104 \cdot 10^{-3}E,$$

$$A_{13} = \frac{-0,2104}{1,525 \cdot 0,2104 - 0,685 \cdot 0,3223} \cdot \frac{10^3}{E} = -2,104\, \frac{10^3}{E},$$

$$A_{14} = \frac{0,685}{1,525 \cdot 0,2104 - 0,685 \cdot 0,3223} \cdot \frac{10^3}{E} = 6,85 \cdot \frac{10^3}{E},$$

$$A_{15} = \frac{0,3223}{1,525 \cdot 0,2104 - 0,685 \cdot 0,3223} \cdot \frac{10^3}{E} = 3,223\, \frac{10^3}{E},$$

$$A_{16} = \frac{-1,525}{1,525 \cdot 0,2104 - 0,685 \cdot 0,3223} \cdot \frac{10^3}{E} = -15,25\, \frac{10^3}{E},$$

$$A_{17} = -0,541 \cdot 2,104\, \frac{10^3}{E} - 0,288 \cdot 3,223\, \frac{10^3}{E} = -2,068\, \frac{10^3}{E},$$

$$A_{18} = 0,541 \cdot 6,85\, \frac{10^3}{E} + 0,288 \cdot 15,25\, \frac{10^3}{E} = 8,11\, \frac{10^3}{E},$$

$$A_{19} = -0,788 \cdot 2,104\, \frac{10^3}{E} - 0,212 \cdot 3,223\, \frac{10^3}{E} - 2,344\, \frac{10^3}{E},$$

$$A_{20} = 0,788 \cdot 6,85\, \frac{10^3}{E} + 0,212 \cdot 15,25\, \frac{10^3}{E} = 8,63\, \frac{10^3}{E},$$

$$A_{21} = (-0,651 \cdot 0,469 + 0,651 \cdot 0,883) \cdot 0,614 = 0,165,$$

$$A_{22} = (0{,}651.0{,}469+0{,}651.0{,}883).0{,}614 = 0{,}540,$$

$$A_{23}=(-8.0{,}469+0).0{,}614=-2{,}295, \quad A_{24}=(0+8.0{,}883).0614=4{,}34$$

$$a_1 = (-2{,}068.0{,}165-2{,}344.0{,}540-0{,}651.2{,}104-0{,}651.3{,}223)\frac{10^3}{E} = = -5{,}077\frac{10^3}{E},$$

$$a_2=(8{,}11.0{,}165+8{,}63.0{,}540+0{,}651.6{,}85+0{,}651.15{,}25)\frac{10^3}{E} = = 20{,}36\frac{10^3}{E}, \tag{71}$$

$$b_1 = (2{,}068.2{,}295-2{,}344.4{,}34-0+8.3{,}223)\frac{10^3}{E} = 20{,}36\frac{10^3}{E},$$

$$b_2 = (-8{,}11.2{,}295+8{,}63.4{,}34-0-8.15{,}25)\frac{10^3}{E} = -103{,}2\frac{10^3}{E}.$$

W oparciu o wzory (9) i (32) otrzymamy na przemieszczenia punktów dolnej krawędzi powłoki:

$$\begin{aligned} u^{(o)} &= (-5{,}077.T_{1,2}^{(o)}+20{,}36.S_{1,2}^{(o)})\frac{10^3}{E}\cos 2\vartheta, \\ v^{(o)} &= (20{,}36.T_{1,2}^{(o)}-103{,}20.S_{1,2}^{(o)})\frac{10^3}{E}\sin 2\vartheta. \end{aligned} \tag{72}$$

Zakładając brak pierścienia górnego ($K_2=0$) i przeprowadzając jeszcze raz obliczenia - znajdziemy:

$$\begin{aligned} u^{(o)} &= (-9{,}997.T_{1,2}^{(o)}+30{,}07.S_{1,2}^{(o)})\frac{10^3}{E}\cos 2\vartheta, \\ v^{(o)} &= (30{,}07.T_{1,2}^{(o)}-121{,}65.S_{1,2}^{(o)})\frac{10^3}{E}\sin 2\vartheta. \end{aligned} \tag{73}$$

Mając wyrażone przemieszczenia krawędzi powłoki przez siły brzegowe przystąpić już możemy do rozwiązania układu równań (69). W tym celu obliczymy wpierw wyrażenia B_1 i B_2 wg (63) i (66) a następnie współczynniki δ i r układu wg (56) i (68).

Dla układu z pierścieniem górnym otrzymamy:

$$B_1 = \left[(1+\frac{3.61}{47.20{,}0^2})2^2-(1+\frac{362.2^2}{47.20{,}0^2})^2(1+\frac{3.61.2^4}{4{,}7.20{,}0^2})^{-1}2^2\right]\frac{4.7}{20{,}0^2}E =$$

$$= 7{,}99.10^{-4}E,$$

$$B_2 = 2{,}74\frac{2^2}{20{,}0^4}\left[0{,}168+2^2-\frac{(1+0{,}168)^2}{1+0{,}168.2^2}\cdot 2^2\right]E = 0{,}623.10^{-4}E,^{x)}$$

oraz

$$\delta_{11} = (\frac{2.3{,}14.20{,}0.5{,}0}{56.0{,}16.0{,}760}+5{,}077.10^3)\frac{1}{2{,}1.10^6}\ 2{,}461.10^{-3}m2/t,$$

$$\delta_{12} = \delta_{21} = -20{,}36\frac{10^3}{2{,}1.10^6} = -9{,}70.10^{-3}\ m^2/t,$$

$$\delta'_{13} = -r'_{31} = -2.3{,}14\frac{2}{56}.0{,}449 = -0{,}1008,$$

$$\delta'_{14} = -r'_{41} = 1-2.3{,}14\frac{2^2}{56}\frac{2{,}12}{20{,}0}.0{,}449 = 0{,}979,$$

---

x)

$$K = \frac{G\ C}{EI'_2} = \frac{0{,}89.10^6.1{,}074}{2{,}1.10^6.2{,}74} = 0{,}168$$

$$\delta_{22} = \left(\frac{2.3,14.20,0.5,0}{56.0,16.0,1675.0,9124} + 103,2.10^3\right) \frac{1}{21.10^6} = 49,35.10^{-3}\ m^2/t$$

$$\delta'_{23} = - r'_{32} = \underline{1},$$

$$\delta'_{24} = - r'_{42} = 2.3,14 \frac{2}{56} 2,229 + 2 \frac{2.12}{20,0} = 0,712,$$

$$r_{33} = 7,99.10^{-4}.2,1.10^6 = 16,75.10^2\ t/m^2,$$

$$r_{34} = r_{43} = 0,$$

$$r_{44} = 0,623.10^{-4}.2,1.10^6 + 500.3,5 = 1881\ t/m^2,$$

$$- \frac{r^2}{4R} C_1\ b = - \frac{20.0^2}{4.10^4} \cdot 500.3,5 = - 17,50\ t/m.$$

Po podstawieniu powyższych wartości do układu (69) otrzymamy:

$$2,461.T^{(o)}_{1,2} - 9,70\ S^{(o)}_{1,2} - 100,8.U^*_2 + 979.v^*_2 = 0,$$

$$-9,70.T^{(o)}_{1,2} + 49,35\ S^{(o)}_{1,2} + 1000\ u^*_2 + 712\ v^*_2 = 0,$$

$$0,1008.T^{(o)}_{1,2} - S^{(o)}_{1,2} + 1675\ u^*_2 = 0,$$

$$-0,979.T^{(o)}_{1,2} - 0,712\ S^{(o)}_{1,2} + 1881\ v^*_2 = - 17,50,$$

a rozwiązując układ znajdziemy:

$$T_{1,2}^{(o)} = 8,51 \text{ t/mb}, \quad S_{1,2}^{(o)} = 1,725 \text{ t/mb},$$

$$u_2^* = 0,518.10^{-3} \text{ m}, \quad v_2^* = -4,21.10^{-3} \text{ m}.$$

Wprowadzając znalezione wartości amplitud do wzorów (43) oraz (41) i (42) otrzymamy na siły wzajemnego oddziaływania powłoki i podbudowy T_1^o i S_1^o, oraz na oddziaływanie podłoża gruntowego p zmniejszone o równomiernie rozłożony ciężar własny całego układu g, następujące wzory;

$$T_1^o = 8,51.\cos 2\vartheta \text{ t/mb}, \qquad S_1^o = 1,725.\sin 2\vartheta \text{ t/mb}, \qquad (74)$$

$$p-g = (4,21.10^{-3} - \frac{20.0^2}{4.10^4})\, 500.3,5.\cos 2\vartheta = -10,11 \cos 2\vartheta \text{t/mb.}$$

Siły wzajemnego oddziaływania słupów i pierścienia fundamentowego znajdziemy łatwo wg wzorów (58) i (59);

$$T^{(\beta)} = (8,51+2.3,14\,\frac{2}{56}\,2,229.1,725).\cos 2\vartheta = 9,37 \cos 2\vartheta \text{t/mb},$$

$$S^{(\beta)} = (1,725-2.3,14\,\frac{2}{56}\,0,4487.8,51).\sin 2\vartheta = 0,870 \sin 2\vartheta \quad " \qquad (75)$$

Obliczenie sił wewnętrznych w powłoce wzmocnionej na górnym brzegu pierścieniem a na dolnym obciążonej siłami T_1^o i S_1^o sprowadzać będzie się już tylko do obliczenia wartości stałych $C_1 - C_4$ wg wzorów (30) i (28) i podstawienia ich do odpowiednich wzorów na siły wewnętrzne - [1] str.str.255, 256.

Dla T_1^o i S_1^o wg (74) znajdziemy:

$$C_1 = -2,068\,\frac{10^3}{2,1.10^6}\,8,51+8,11\,\frac{10^3}{2,1.10^6}\,1,725 = \underline{-1,72.10^{-3}};$$

$$C_2 = -2,344 \frac{10^3}{2,1.10^6} 8,51+8,63 \frac{10^3}{2,1.10^6} 1,725 = -2,42.10^{-3},$$

$$C_3 = -2,104 \frac{10^3}{2,1.10^6} 8,51+6,85 \frac{10^3}{2,1.10^6} 1,725 = -2,91.10^{-3},$$

$$C_4 = 3,223 \frac{10^3}{2,1.10^6} 8,51-15,25 \frac{10^3}{2,1.10^6} 1,725 = 0,55.10^{-3}.$$

Ograniczając się w dalszym ciągu do momentu zginającego G_2 znajdziemy jego amplitudę w przekrojach $\xi = 0$ i $\xi = 1$ wg wzorów (18) i (19) uwzględniając obliczone na początku przykładu wartości a_{G_2} i b_{G_2};

$$G_{2,2}^{(o)} = \left[(-C_1.\sin q_1 l + C_2 \cos q_1 l)e^{-p_1 l} + C_4\right] a_{G_2} =$$

$$= \left[(1,72.10^{-3} 0,469 - 2,42.10^{-3} 0,883) 0,614 + 0,55.10^{-3}\right] 0,585.10^3 =$$

$$\underline{= 0,158 \text{ tm/m},}$$

$$G_{2,2}^{(1)} = \left[C_2 + (C_3.\sin q_1 l + C_4.\cos q_1 l)e^{-p_1 l}\right] a_{G_2} =$$

$$= \left[-2,42.10^{-3} + (-2,91.10^{-3} 0,469 + 0,55.10^{-3} 0,883) 0,614\right] 0,585.10^3 =$$

$$= -1,73 \text{ tm/m}.$$

A stąd

$$G_2^{(o)} = -0,158 \cos 2\vartheta \text{ tm/m}, \quad G_2^{(1)} = -1,73 \cos 2\vartheta \text{ tm/m}. \quad (76)$$

Obliczenie układu bez pierścienia górnego przebiegać będzie podobnie - w miejsce wyrażeń (72) należy uwzględnić tylko wyrażenia (73); w ostatecznym wyniku otrzymamy na siły wewnętrzne i oddziaływanie podłoża zamiast (74) - (76) następujące wzory:

$$
\begin{aligned}
&T_1^{(o)} = 5{,}37 \cos 2\vartheta \ \mathrm{t/mb}, \qquad && S_1^{(o)} = 1{,}387 \sin 2\vartheta \ \mathrm{t/mb},\\
&T^{(\beta)} = 6{,}07 \cos 2\vartheta \ \mathrm{t/mb}, && S^{(\beta)} = 0{,}848 \sin 2\vartheta \ \mathrm{t/mb},\\
&G_2^{(o)} = -1{,}180 \cos 2\vartheta \mathrm{tm/m}, && G_2^{(1)} = -0{,}913 . \cos 2\vartheta \ \mathrm{tm/m},\\
&p-g = -7{,}05 \cos 2\vartheta \ \mathrm{t/mb}.
\end{aligned}
\tag{77}
$$

W celu określenia wpływu odkształcenia słupów podbudowy jak i wpływu odkształcenia powłoki komina na wielkości sił wewnętrznych i oddziaływanie podłoża, wykonano jeszcze dodatkowe obliczenia układu z pierścieniem górnym przy założeniach: słupy podbudowy nieodkształcone oraz słupy i powłoka nieodkształcalne.

Wyniki tych obliczeń i obliczeń poprzednich podaje poniższa tabelka:

Układ	$T_{1,2}^{(o)}$ t/mb	$T_2^{(\beta)}$ t/mb	p_2 t/mb	$S_{1,2}^{(o)}$ t/mb	$S_2^{(\beta)}$ t/mb	$G_{2,2}^{(o)}$ tm/mb	$G_{2,2}^{(1)}$ tm/bm
bez pierścienia górnego	5,37	6,07	-7,05	1,387	0,848	-1,180	-0,913
z pierścieniem górnym	8,51	9,37	-10,11	1,725	0,870	-0,158	-1,730
słupy nieodkształcalne	8,79	9,68	-10,40	1,775	0,893		
słupy i powłoka nieodkształdalne	16,65	17,50	-17,50	1,680	0	+5,78	-4,50
z pierścieniem górnym*)	11,71	12,89	-13,9	2,35	1,17	-0,128	-2,41

*) dla $C_1 = 1000\ \mathrm{t/m^3}$

W ostatnim wierszu podano wyniki dla układu z pierścieniem górnym, na podłożu o współczynniku C =1000t/m^3. Znalezione w ten sposób amplitudy sił i momentów odpowiadają obciążeniu układu obciążeniem p-g na poziomie ławy fundamentowej i tym samym przedstawiają tylko wpływ krzywizny na siły w układzie.

W celu uzyskania pełnego obrazu rozkładu sił w układzie, zarówno od wpływu krzywizny jak i ciężaru własnego, dodano do powyższych wyników rozwiązanie układu dla osiowo-symetrycznego obciążenia ciężarem własnym i oddziaływaniem podłoża o wielkości g.

Ostateczne wykresy dla sił wewnętrznych T_1^o i S_1^o oraz dla oddziaływania podłoża p pokazano na rys.8.

Wykresy na rys.9 przedstawiają zmianę amplitud sił T_1 i S_1 oraz momentu G_2 wzdłuż tworzących powłoki.

7. WNIOSKI KOŃCOWE.

W oparciu o uzyskane wyniki można podjąć próbę sformułowania bardziej ogólnych wniosków odnośnie wpływu krzywizny terenu na pracę walcowych chłodni kominowych na terenach górniczych.

a) Sztywność powłoki komina wywiewnego posiada istotny wpływ na siły wewnętrzne w powłoce. Wzrost max. bezwzględnej wartości siły T_1 dla układu nieskończenie sztywnego w porównaniu z wartością dla układu odkształcalnego z pierścieniem, wynosi wprawdzie w konkretnym wypadku tylko około 15%, ale wzrost max. bezwzględnej wartości momentu G_2 przekracza już 230%.
Wpływ odkształcenia słupów podbudowy jest znacznie mniejszy i z reguły może być pominięty.

b) Wpływ pierścienia górnego na siły T_1 i S_1 w powłoce jest stosunkowo nieduży; w rozwiązanym wyżej przykładzie wprowadzenie pierścienia górnego doprowadziło do zwiększenia bezwzględnej wartości siły T_1 o 6%. Znacznie większy natomiast jest wpływ pierścienia górnego na wartości momentu G_2; zwiększa on bezwzględne wartości momentu w partiach przy pierścieniu a zmniejsza - w partiach przy krawędzi dolnej. Należy jednak zauważyć, że na średnie wartości momentu G_2 w przekrojach ϑ= const. wpływ ten również jest niewielki.

c) Wpływ sztywności pierścienia fundamentowego oraz wpływ bocznego oddziaływania gruntu na siły wewnętrzne w powłoce komina jest niewielki i mieści się w granicach kilku %.
Siły wewnętrzne w samym pierścieniu fundamentowym, natomiast zależą w sposób decydujący od wymienionych czynników tzn. sztywności fundamentu i bocznego oddziaływania jak i od sztywności górnej części układu.

Literatura

[1] A.Ł.Goldenwejzer - "Tieoria uprugich tonkich oboło-czok".

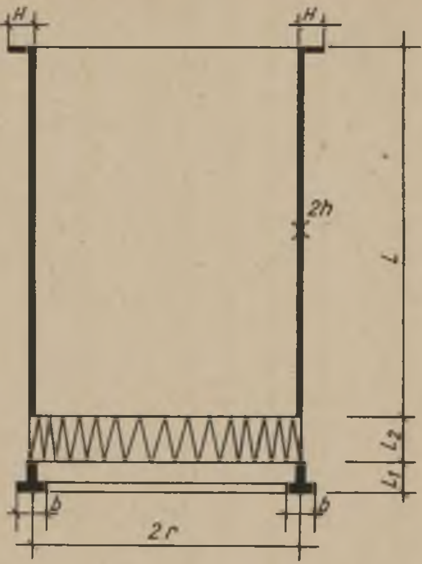
[2] J.Niewiadomski - "Teoria dźwigara dwukrzywiznowego" - praca doktorska.

К вопросу работы башенной цилиндрической градирни на территории горных выработок

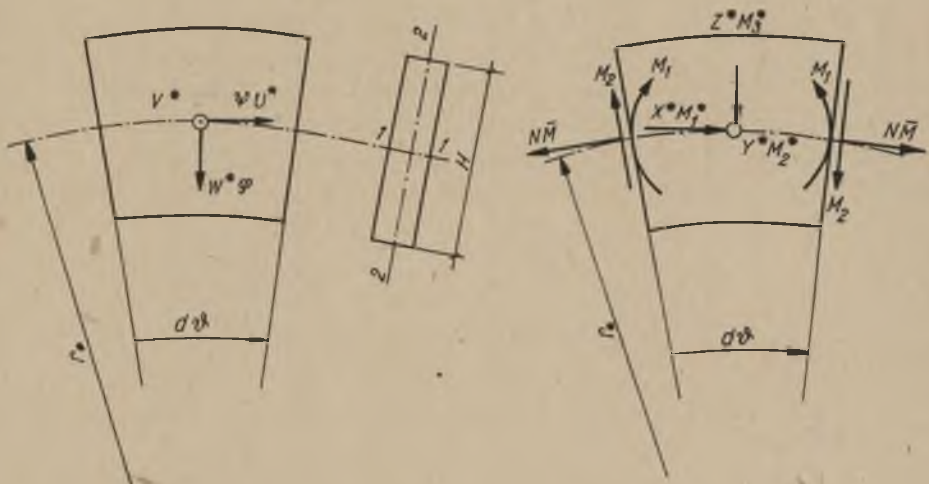
В работе рассмотрен вопрос плияния кривизны территории, на внутренние силы в башенной цилиндрической градирни. В решении учтено упругую совместную работу всех элементов системы, предпалагая непосредственное распаложение на основании Винклера. Произведенные вычисления указывают на значительное влияние деформации обалочки градирни на внутренние силы в системе особенно на кольцевые моменты в оболочке.

On the work of cylindrical cooling tower in mining districts

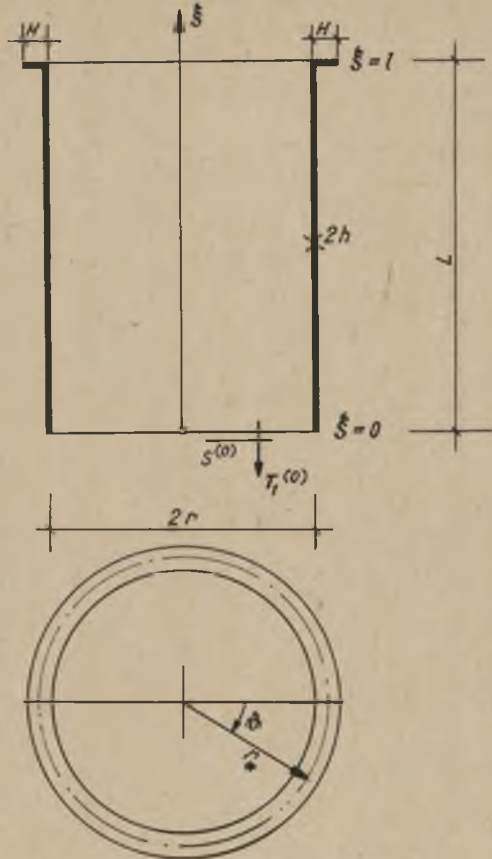
The report deals with the problem of the influence of the curvature of earth, caused by the exploitation of coal mines, on the internal forces in a cylindrical cooling tower. In solving the problem the elastic cooperation of all the elements of the system were taken into account, when the immediate basement is laid on a bedding that is considered to have the features of a Winklerian bedding. Precise computations show a considerable influenre of the shell distortion on the internal forces in the system, especially however on annular moments in the shell.



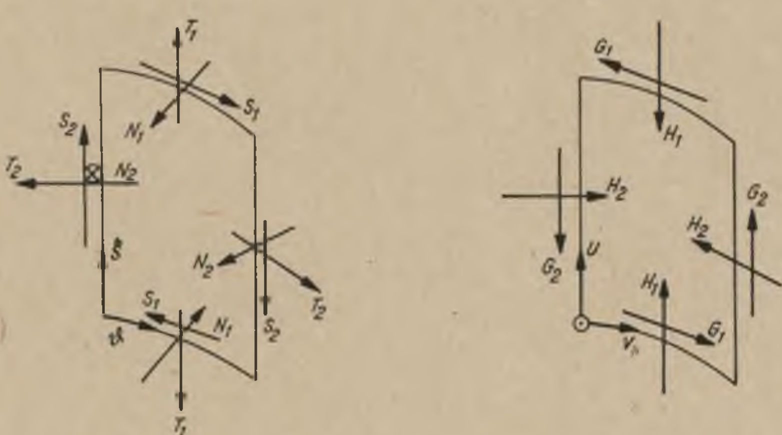
Rys. 1



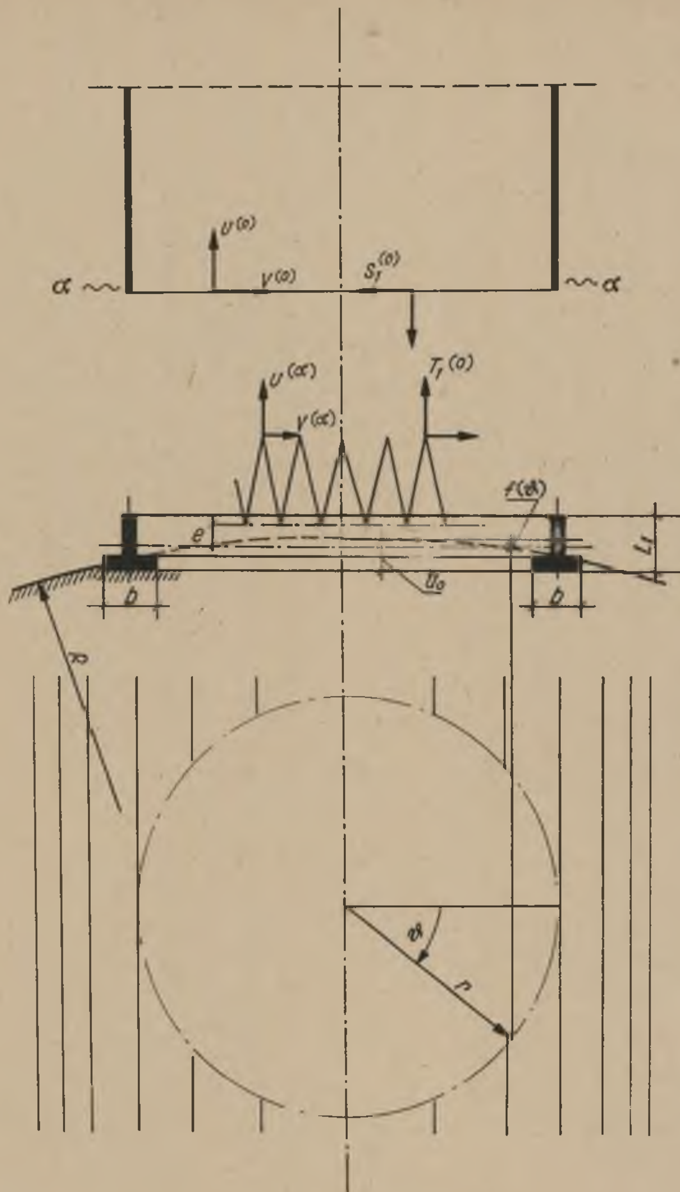
Rys. 2


H
ξ
H
ξ = l
2h
L
ξ = 0
$S^{(0)}$
$T_1^{(0)}$
2r
ϑ
r

Rys.3

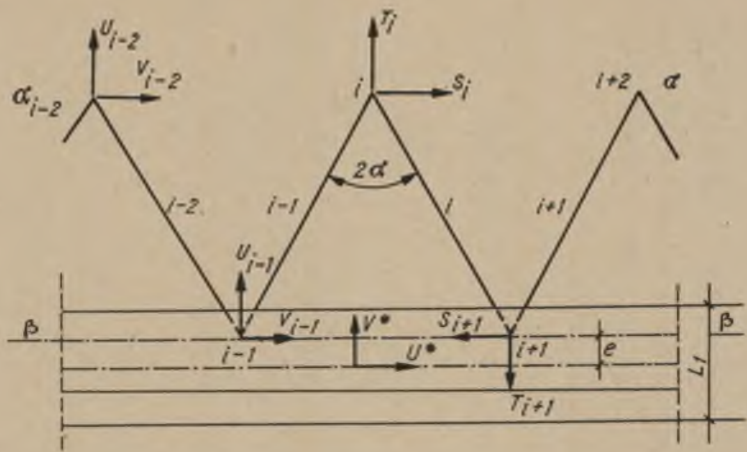

T_1
S_1
N_1
S_2
T_2
N_2
ξ
N_2
T_2
S_1
N_1
ϑ
S_2
T_1
G_1
H_1
H_2
G_2
H_2
U
G_2
H_1
G_1
V

Rys.4



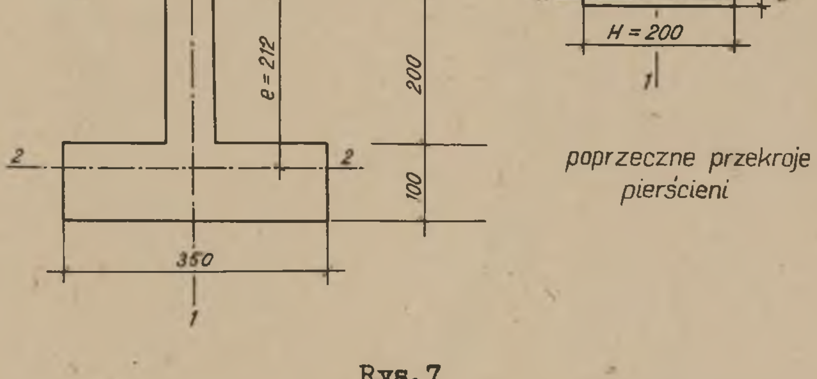
$U^{(o)}$
$V^{(o)}$
$S_1^{(o)}$
α
α
$U^{(\alpha)}$
$V^{(\alpha)}$
$T_1^{(o)}$
$f(\vartheta)$
e
L_1
u_0
b
b
R
ϑ
r

Rys. 5



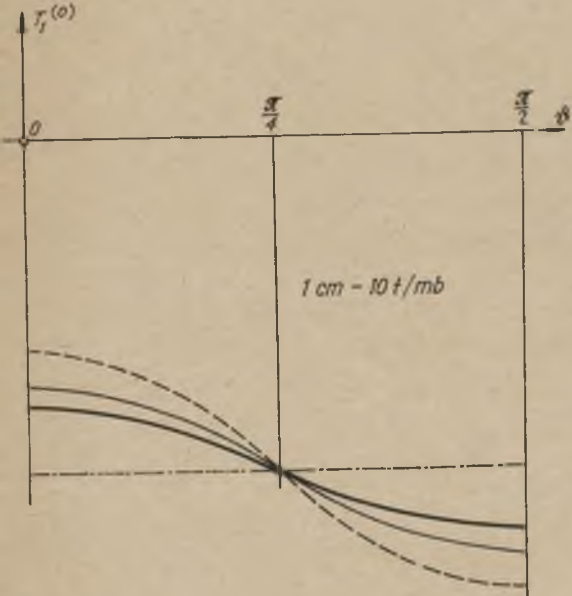
U_{i-2}
V_{i-2}
α_{i-2}
T_i
i
S_i
$i+2$
α
2α
$i-2$
$i-1$
i
$i+1$
U_{i-1}
V_{i-1}
V^*
S_{i+1}
β
β
$i-1$
U^*
$i+1$
e
L_1
T_{i+1}

Rys. 6

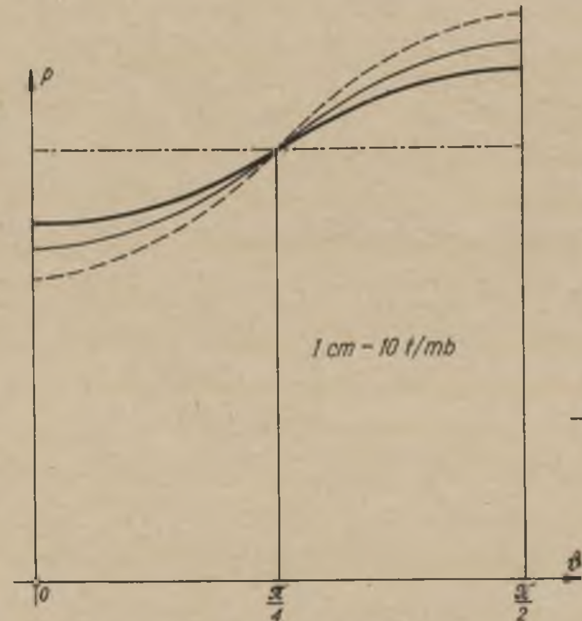


40/40
1
60
e = 212
200
100
2
2
350
1
1
2
20
2
H = 200
1
poprzeczne przekroje pierścieni

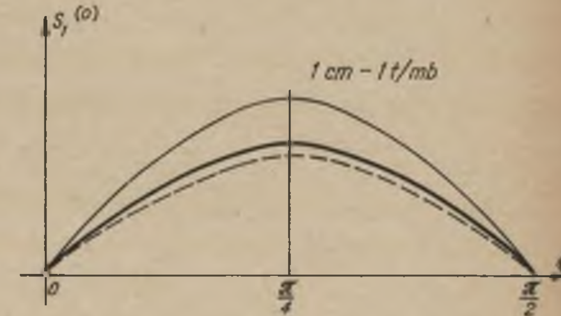
Rys. 7



Rys. 8a

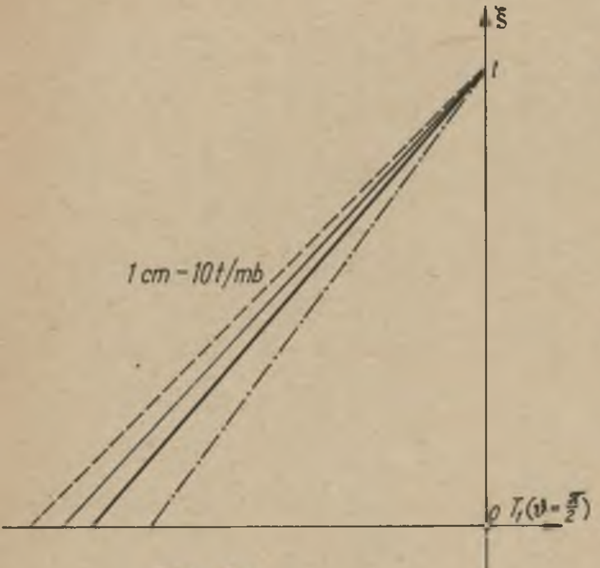


Rys. 8b

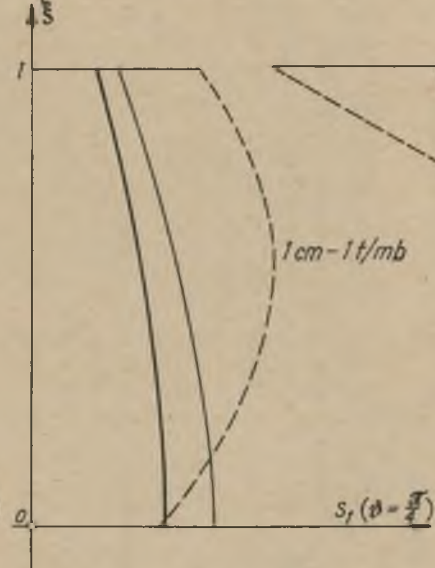


Rys. 8c

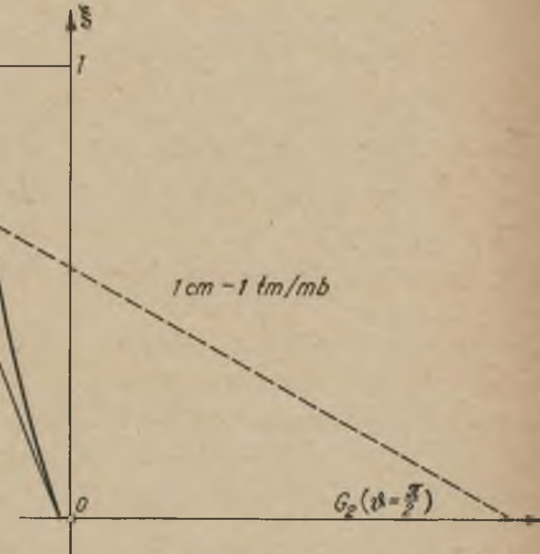
—— dla układu odkształcalnego $C_1 = 500\ t/m^3$
—— " " " $C_1 = 1000\ t/m^3$
– – – dla układu nieodkształcalnego $C_1 = 500\ t/m^3$
–·–· dla $1/R = 0$
(we wszystkich przypadkach w układach występuje pierścień górny)



Rys. 9a



Rys. 9b



Rys. 9c

—— dla układu odkształcalnego $C_1 = 500\ t/m^3$

—— " " " $C_1 = 1000\ t/m^3$

– – – dla układu nieodkształcalnego $C_1 = 500\ t/m^3$

–·–·– dla $1/R = 0$

(we wszystkich przypadkach w układach występuje pierścień górny)