

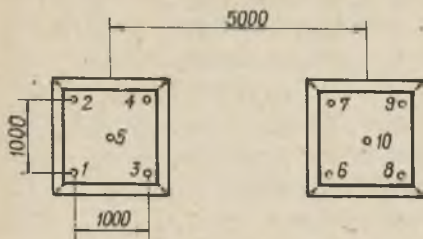
ZYGMUNT CZAJKOWSKI

PRECYZYJNY POMIAR PŁASKOŚCI I ODCHYLEŃ
OD POZIOMU POWIERZCHNI GŁADKICH

1. Wstęp

Urządzenia do precyzyjnych badań płaskości i poziomości powierzchni, w dostosowaniu do wymogów konstrukcji urządzeń przemysłowych, stosowane przez konstruktorów mechaników, nie zawsze spełniają właściwie swoje zadanie. W wypadku gdy dana powierzchnia stanowi jeden element, zarówno wyniki pomiarów badawczych, jak też metoda badań nie budzą zastrzeżeń. Jednak te metody nie mogą być wykorzystywane, gdy badamy płaskość i jednolitość poziomu kilku elementów powierzchni rozmieszczonych w pewnych odległościach od siebie, zależnie od celu wykorzystywania tych powierzchni.

Zagadnienie przeprowadzenia potrzebnych badań dla ustalenia wzajemnego położenia kilku elementów powierzchni, przy zastosowaniu metod geodezyjnych, było przedmiotem opracowania, w związku z pomiarami kontrolnymi pewnego urządzenia hutniczego. W szczególności przedmiotem badania były powierzchnie fundamentowe, dwie powierz-



Rys.1

chnie podporowe i pionowe powierzchnie ślizgowe, w czasie próbnego montażu.

Poniższy szczegółowy opis dotyczy, metody i przebiegu pomiaru oraz analizy wyników, badania płaskości i odchyień od poziomu dwóch powierzchni podporowych. Rzut poziomy badanych powierzchni przedstawia rysunek 1. W opisie pomijam znaczenie konstrukcyjne i technologiczne badanych powierz-

chni jako nieistotne. Według założeń teoretycznych badane powierzchnie powinny być płaszczyznami poziomymi leżącymi na tej samej wysokości. W projekcie natomiast określono odchylenia od poziomu i dopuszczalną różnicę wysokości obu powierzchni. Z warunków teoretycznych wynika, że należy określić odchylenia tych powierzchni od wspólnej płaszczyzny średniej. W świetle dopuszczalnych tolerancji, warunek ostatni w połączeniu z dopuszczalnymi odchyleniami od poziomu wspólnej płaszczyzny średniej, wydaje się być najistotniejszym.

Na podstawie wymagań dotyczących dokładności pomiaru określiłem, że średni błąd pomiaru różnicy wysokości dwóch punktów powinien się mieścić w granicach od 0,05 do 0,1 mm.

Stawiane wymagania narzuciły prawie w zupełności metodę pomiaru i analizę wyników. Pomiar wielkości potrzebnych do określenia odchyłek od projektowanych wymiarów i kształtów teoretycznych, zarówno powierzchni poziomych jak i pionowych, wykonałem metodą opartą na zasadzie niwelacji precyzyjnej.

Badanie płaskości i poziomości oparłem na pomiarze różnic wysokości między wybranymi punktami badanych powierzchni. Taką metodę uzasadnia warunek, że przekroje pionowe powierzchni, przechodzące przez wybrane punkty są bardzo bliskie prostej, co zapewniła wymagana dokładność obróbki. Do pomiaru różnic wysokości użyłem instrumentu niwelacyjnego do niwelacji precyzyjnej, firmy Zeiss - typ Ni 004 z kompletem precyzyjnych łąt niwelacyjnych i specjalnych podstawek pod łąty. Pomiar powierzchni podporowych został poprzedzony podobnym pomiarem czterech powierzchni fundamentowych. Analiza pierwszego pomiaru wykazała, że głównym źródłem błędów było mało dokładne ustawianie łąty w pionie, spowodowane prymitywnymi podpórkami łąt i błąd styku łąty z badaną powierzchnią. W pomiarze pierwszym łąty stawiano bezpośrednio na badanej powierzchni. Celem poprawienia wyników, w następnych pomiarach zastosowałem pod łąty podstawki własnej konstrukcji. Konstrukcję tych żabek przedstawia rys.2.

Czasza kulista - styk żabki z podszewką łaty



Rys.2

O z n a c z e n i a:

- R - promień krzywizny czaszy kulistej
- S - środek krzywizny
- H - wysokość żabki, teoretycznie $H = R$
- h - wysokość zależna od grubości "g" podkładki centrującej łaty, $h_{\min} = 1,5g$
- d - średnica sworznia, zależna od średnicy "d" podkładki centrującej, $d = 0,9 d_0$
- D_z - średnica zewnętrzna stopy żabki
- D_w - średnica wewnętrzna pierścienia stopy żabki

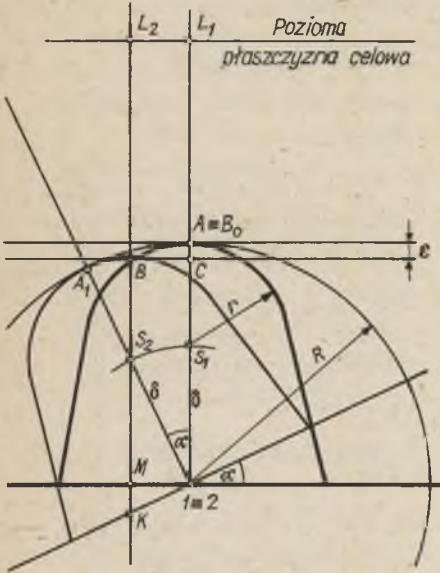
Pierwsza, skonstruowana przez autora żabka, używana w opisywanym pomiarze miała wymiary:

$$R = H = 50 \text{ mm}, h = 14 \text{ mm}, \\ d = 28 \text{ mm}, D_z = 80 \text{ mm}, D_w = 60 \text{ mm}.$$

Żabki te posiadają dolną powierzchnię stykową w kształcie płaskiego pierścienia, natomiast powierzchnia stykowa żabki z łatą jest czaszą kulistą, bardzo dokładnie obrobioną, ze środkiem krzywizny w płaszczyźnie podstawy. Taka żabka teoretycznie eliminuje zupełnie błąd styku, a praktycznie zmniejsza go do wielkości nie mającej wpływu na wyniki pomiaru.

Przeprowadzona przez autora szczegółowa analiza błędów styku wykazała, że są one bardzo istotnym czynnikiem decydującym o dokładności niwelacji. Z tej obszernej analizy zamieszczam tutaj tylko część dotyczącą żabki stosowanej w opisywanym pomiarze, która dostatecznie wykazuje jej zalety. Należy jednak dodać, że ten typ żabek jest właściwym dla określonych pomiarów i nie ma charakteru ogólnego, a w tym artykule nie ma miejsca na uogólnianie tego zagadnienia. Jest oczywistym, że wykonanie żabki będącej wiernym modelem teoretycznych założeń jest niemożliwym. Każdy model jest obciążony pewnymi błędami, czyniącymi go tylko przybliżeniem

teoretycznych założeń. Rys.3 przedstawia właśnie schemat żabki, której środek krzywizny czaszy kulistej jest w odległości δ od płaszczyzny podstawy. Wpływ umieszczenia środka czaszy kulistej poza płaszczyzną podstawy, ujawnia się dopiero przy ustawianiu żabki na płaszczyznach nachylonych do poziomu pod pewnym kątem.



Rys.3

Dla określenia tego wpływu, nałożyłem na siebie przekroje pionowe identycznych żabek, ustawionych nad sąsiednimi punktami badanej powierzchni. Przekroje nałożyłem w ten sposób, że rozważane punkty badanej powierzchni pokrywają się, czyli punkt $1 \equiv 2$ jak to jest na rysunku. Rozważania te przeprowadzam przy założeniu, że otoczenia tych punktów, przynajmniej na powierzchniach stykających się z żabkami posia-

dają zaniedbywalne odchylenia od płaskości. Niech więc punkt 1 należy do płaszczyzny poziomej, natomiast punkt 2 do płaszczyzny nachylonej do poziomu pod kątem α . Łaty ustawione na tych żabkach stykają się kolejno; w pierwszym przypadku z punktem A żabki pierwszej i w przypadku drugim z punktem B żabki drugiej, który przy poziomym położeniu podstawy żabki drugiej zajmąby położenie $B_0 = A$. Z rysunku widzimy również, że jakkolwiek punkt $1 \equiv 2$, to odczyt L_2 jest różny od odczytu L_1 . Przy poziomym położeniu płaszczyzn podstaw żabek, odległość punktu 1 i punktu 2 od płaszczyzny celowej jest równa

$$a = L_1 + r + \delta \quad (1)$$

po odchyleniu płaszczyzny podstawy żabki o kąt α , punkt styku łaty z żabką mający pierwotne położenie $B_0 = A$, zmienił swoje położenie na punkt B, a odległość poziomej płaszczyzny przechodzącej przez punkty 1 i 2 do poziomej płaszczyzny celowej jest

$$b = L_2 + r + S_2 M,$$

gdzie

$$S_2M = \delta \cos \alpha ,$$

czyli

$$b = L_2 + r + \delta \cos \alpha \quad (2)$$

to

$$b - a = L_2 - L_1 - \delta (1 - \cos \alpha)$$

skąd

$$L_2 - L_1 = \delta (1 - \cos \alpha) \quad (3)$$

Różnicę odczytów

$$L_2 - L_1 = \varepsilon$$

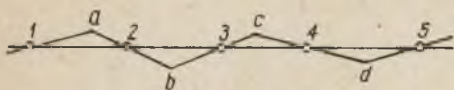
można otrzymać także jako długość odcinka $AC = \varepsilon = \delta - \delta \cos \alpha$ czyli jak poprzednio,

$$\varepsilon = \delta (1 - \cos \alpha) \quad (4)$$

Związek (4) określa wpływ odchylenia od poziomu badanej powierzchni, przy odległości δ środka krzywizny S od płaszczyzny podstawy. Gdyby więc znany był kąt nachylenia płaszczyzny podstawy żabki, to dla określonej δ można by każdorazowo wprowadzić do obliczeń różnic wysokości punktów poprawki. Tak obliczona różnica wysokości punktów 1 i 2, będzie określona równaniem

$$h_{2,1} = L_2 - (L_1 + \varepsilon) \quad (5)$$

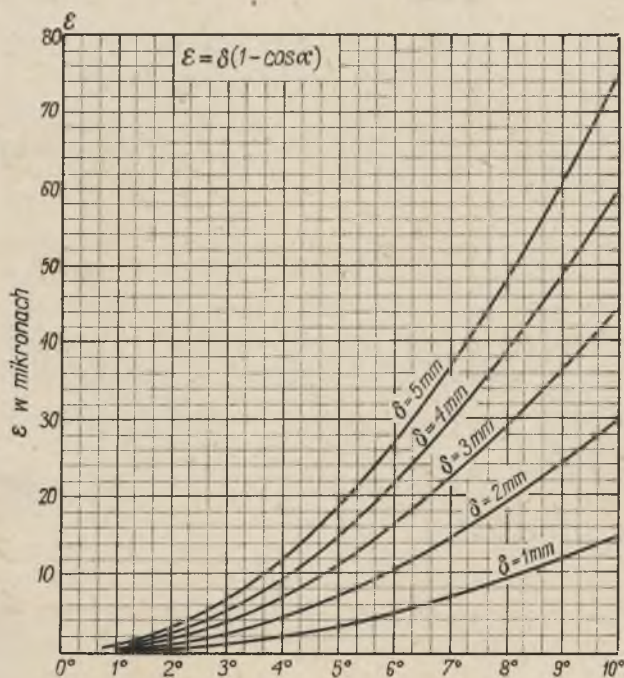
W przypadku pomiaru różnicy wysokości punktów powierzchni, nachylenia elementów tej powierzchni w miejscu styku z żabką, nie można określić na podstawie naszego pomiaru - wyjaśnia to rys.4. Na tym rysunku punkty 1, 2, 3, 4, 5 są punktami pionowego przekroju powierzchni otrzymanego z naszego pomiaru. Natomiast



Rys.4

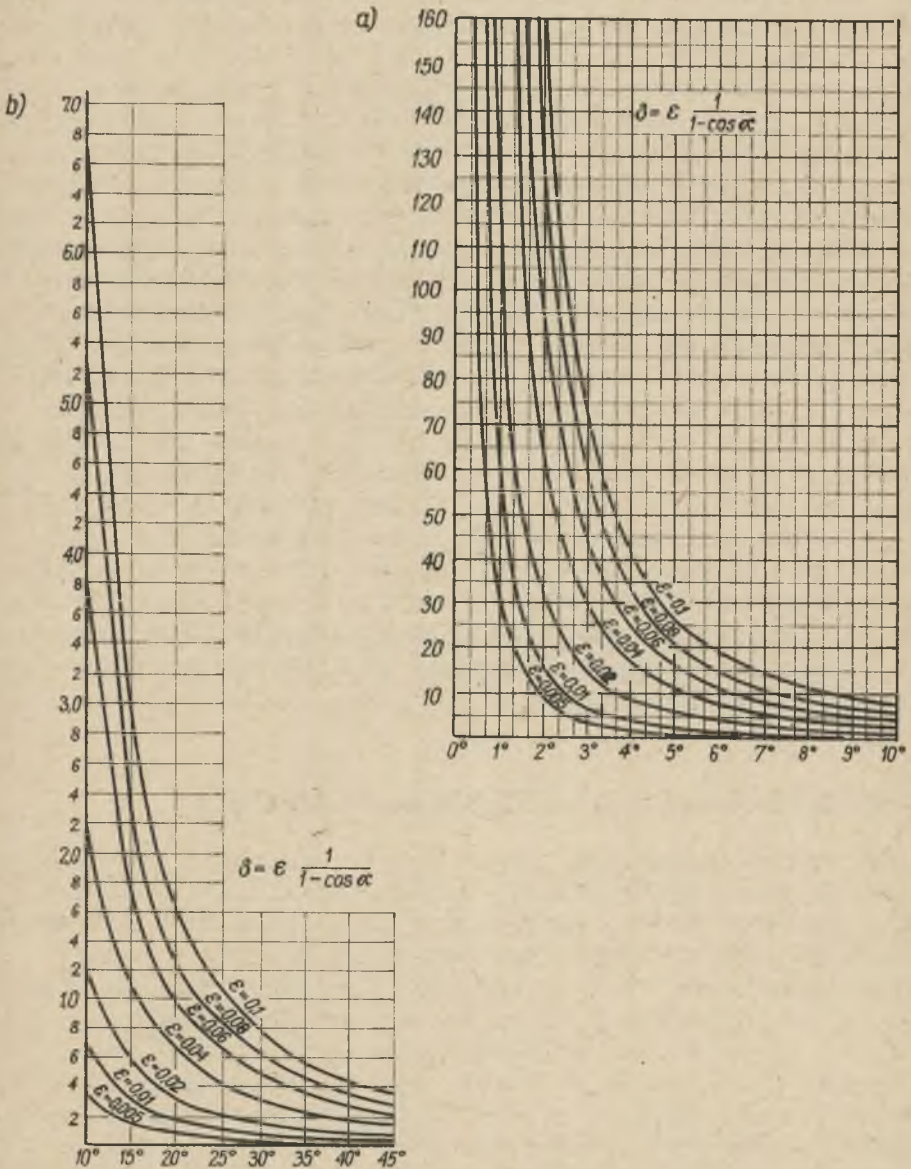
rzeczywisty przekrój pionowy tej powierzchni, określają punkty a, b, c, d. Okazuje się, że nachylenie, na przykład otoczenia punktu 2, określone odcinkami 1, 2 i 2, 3 jest różne od nachylenia odcinka a, b. Przy pomiarze powierzchni bardzo bliskich płaszczyznom, poprawki można wprowadzić. Dla wprowadzenia poprawek ε , należałoby określić nachylenie powierzchni na podstawie pomiaru, obliczyć lub zmierzyć na wykresie kąty nachylenia α i wprowadzić poprawki. Takie postępowanie w szczególnych przypadkach może być uzasadnione, ale wprowadza ono dodatkowe obliczenia.

Wielkości poprawek można odczytać z wykresu - rys.5, dla znanych odległości środka krzywizny żabki od płaszczyzny



Rys.5

podstawy "δ" i określonego odchylenia badanej powierzchni od poziomu. Natomiast wykres - rys.6a i 6b, podaje jak dużą może być δ, dla określonych kątów nachylenia α i ograniczonego ε.

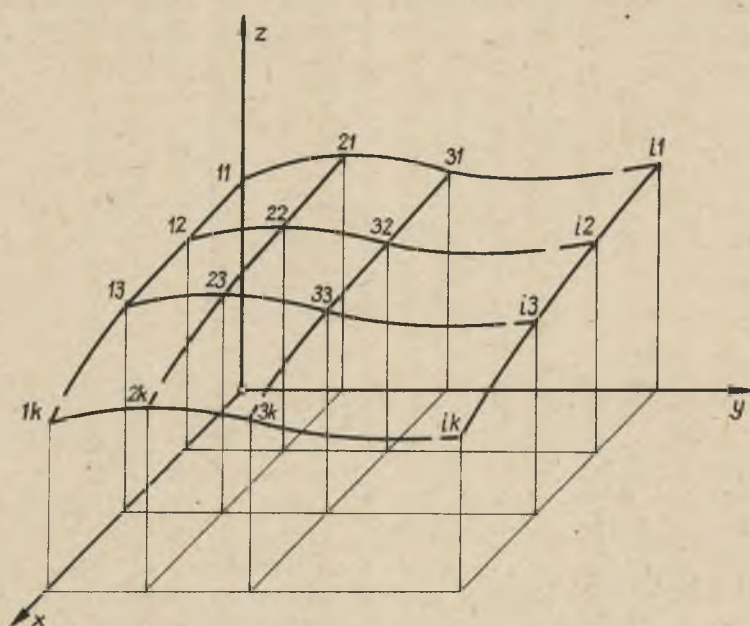


Rys.6

Poza opisanym, występuje także błąd styku płaszczyzny podeszwy łąty z kulistą czaszą żabki. Błąd ten jest spowodowany niepionowym położeniem łąty lub ogólniej, niepoziomym położeniem płaszczyzny podeszwy łąty. Z uwagi na możliwość eliminowania tego błędu przez pionowe ustawianie łąty, zwykle dużą dokładność prostopadłości płaszczyzny podeszwy łąty do osi podziału i jego wielkość, analizę tego błędu pominię. Ponadto starałem się wyeliminować wpływ błędów instrumentu. Przed pomiarem sprawdziłem instrument niwelacyjny, wyznaczyłem wielkość odchylenia osi libeli głównej od osi celowej i do spostrzeżeń wprowadziłem poprawki. Pomiar wykonano w możliwie najdogodniejszych warunkach, jakie można wybrać w czasie pracy zakładu przemysłowego, a w tym wypadku w Hucie. Dokonano dwukrotnego pomiaru, przez różnych obserwatorów uzyskując zadowalające wyniki. Zastosowana metoda pomiaru okazała się dobrą. O ile w pierwszym pomiarze, błąd średni jednego pomiaru różnicy wysokości wynosił 0,096 mm, to w tym pomiarze zmniejszono go więcej niż dwukrotnie i jak to wykazują obliczenia - tablica 2 - wynosi on 0,0475 mm. Jakkolwiek warunki wykonania opisywanych pomiarów należy uważać za dobre, to jest rzeczą niemal pewną, że stosując poza właściwymi podstawkami stateczne podparcia łąt, można powiększyć dokładność wyników pomiaru. Również pewne możliwości zwiększenia dokładności istnieją w samym instrumencie niwelacyjnym. Zastosowanie dokładniejszej libeli niż stosowana libela w obecnym instrumencie - Zeiss Ni 004 - pozwoli osiągnąć lepsze wyniki.

2. Opracowanie wyników - rozważania teoretyczne

Dla uzyskania jasnego obrazu przeprowadzonych badań, wyznaczyłem płaszczyzny średnie dla każdej badanej powierzchni i wspólną średnią płaszczyznę obu powierzchni podporowych. Płaszczyzny średnie wyznaczyłem w oparciu o zasadę metody najmniejszej sumy kwadratów. Dla tego rachunku przyjąłem układ przestrzennych współrzędnych prostokątnych x, y, z - rys.7. Przed przystąpieniem do obliczenia potrzebnych wielkości na podstawie wyników wykonanego pomiaru, przedstawię rozwiązanie ogólne. Dla wyznaczenia płaszczyzny średniej przeprowadzam następujące rozumowanie; Badam powierzchnię, która z założenia powinna być płaszczyzną. Położenie punktów badanej powierzchni na poziomej płaszczyź-



Rys.7

nie odniesienia określają współrzędne x i y . Z pomierzonych różnic obliczyłem wysokości "z" rozważanych punktów, nad poziomem porównawczym - tablica 3 - czyli są dane:

Nr punktu współrzędne

$$11 \quad x_{11}, y_{11}, z_{11}$$

$$12 \quad x_{12}, y_{12}, z_{12}$$

.....

.....

$$ik \quad x_{ik}, y_{ik}, z_{ik}$$

(6)

Dążę do wyznaczenia położenia płaszczyzny średniej, której równanie ma postać

$$Z = \alpha x + \beta y + \gamma \quad (7)$$

Aby punkty 11, 12, 13 ik leżały na płaszczyźnie, to powinny spełniać równanie:

$$\left. \begin{aligned} z_{11} &= x_{11} + y_{11} + \gamma \\ z_{12} &= x_{12} + y_{12} + \gamma \\ \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \\ z_{ik} &= \alpha x_{ik} + \beta y_{ik} + \gamma \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Badana powierzchnia nie jest płaszczyzną, jeżeli więc poprowadzę przez trzy punkty ze zbioru punktów rozważanej powierzchni płaszczyznę to okaże się, że współrzędne "z" powierzchni, dla tych samych x i y różnią się od współrzędnych pionowych tak poprowadzonej płaszczyzny. Szukam więc płaszczyzny najbliższej badanej powierzchni, to jest takiej, żeby suma kwadratów różnic współrzędnych pionowych badanej powierzchni i współrzędnych płaszczyzny średniej była najmniejsza. Oznaczając przez "Z_{ik}" współrzędne kolejnych punktów płaszczyzny średniej, otrzymałem równania poprawek:

$$\left. \begin{aligned} d_{11} &= \alpha x_{11} + \beta y_{11} + \gamma - z_{11} \\ d_{12} &= \alpha x_{12} + \beta y_{12} + \gamma - z_{12} \\ \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \\ d_{ik} &= \alpha x_{ik} + \beta y_{ik} + \gamma - z_{ik} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Występujące w równaniach współczynniki są nie znane. Dla wyznaczenia ich posłużyłem się wartościami przybliżonymi α_0, β_0 i γ_0 , których wielkości określe pisząc równanie płaszczyzny przechodzącej przez trzy dowolnie wybrane punkty badanej powierzchni - na przykład przez punkty 11, 1k, ik.

Aby płaszczyzna przechodziła przez te trzy punkty to musi być spełniony warunek

$$\begin{vmatrix} x & y & z & 1 \\ x_{11} & y_{11} & z_{11} & 1 \\ x_{1k} & y_{1k} & z_{1k} & 1 \\ x_{ik} & y_{ik} & z_{ik} & 1 \end{vmatrix} = 0 \quad (10)$$

Po obliczeniu wyznacznika (10), otrzymuję równanie płaszczyzny

$$z = \alpha_0 x + \beta_0 y + \gamma_0 \quad (10)$$

Po dalszych podstawieniach otrzymanych wielkości i po przekształceniach otrzymuję równania poprawek:

$$\left. \begin{aligned} d_{11} &= x_{11} \Delta \alpha + y_{11} \Delta \beta + \Delta \gamma + l_{11} \\ d_{12} &= x_{12} \Delta \alpha + y_{12} \Delta \beta + \Delta \gamma + l_{12} \\ &\dots\dots\dots \\ &\dots\dots\dots \\ d_{ik} &= x_{ik} \Delta \alpha + y_{ik} \Delta \beta + \Delta \gamma + l_{ik} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

w których:

d_{ik} = różnica współrzędnych $Z_{ik} - z_{ik}$,

Z_{ik} = współrzędna pionowa punktu "ik" płaszczyzny średniej,

z_{ik} = współrzędna pionowa punktu "ik" badanej powierzchni,

ik = numer punktu,

$\Delta \alpha, \Delta \beta, \Delta \gamma$; wielkości, które trzeba dodać do przybliżonych wartości $\alpha_0, \beta_0, \gamma_0$ aby otrzymać prawdziwe wielkości α, β, γ z równania (7).

l_{ik} = różnica współrzędnych "z" punktów badanej powierzchni i punktów płaszczyzny przybliżonej, $l_{ik} = z_{0,ik} - z_{ik}$, gdzie

$$z_{0,ik} = \alpha_0 x_{ik} + \beta_0 y_{ik} + \gamma_0$$

Z równań poprawek w znany sposób tworzę równania normalne,

$$\left. \begin{aligned} [aa]\Delta\alpha + [ab]\Delta\beta + [ac]\Delta\gamma + [a1] &= 0 \\ [ab]\Delta\alpha + [bb]\Delta\beta + [bc]\Delta\gamma + [b1] &= 0 \\ [ac]\Delta\alpha + [bc]\Delta\beta + [cc]\Delta\gamma + [c1] &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

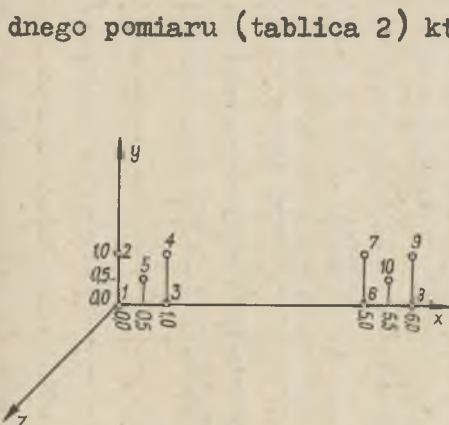
Występujące w równaniach poprawek x i y , zastąpiłem w równaniach normalnych przez a i b , ($a_{ik} = x_{ik}$, $b_{ik} = y_{ik}$, $c = 1$).

Z rozwiązania układu (12) równań normalnych otrzymam potrzebne wielkości $\Delta\alpha$, $\Delta\beta$, $\Delta\gamma$ z których i przybliżonych wartości współczynników występujących w równaniu płaszczyzny przybliżonej, otrzymam równanie płaszczyzny średniej rozwiązanej powierzchni.

3. Zestawienie wyników badań

Spostrzeżenia z pomiaru opisywanych powierzchni podporowych zawiera dziennik spostrzeżeń - tablica 1. W tej tablicy zestawilem odczyty łaty i obliczone różnice wysokości sąsiednich punktów.

W analizie wyników operuję różnicami wysokości punktów sąsiednich, aby uzyskać wyniki z obserwacji następujących bezpośrednio po sobie. Postępowanie takie uzasadnia mała możliwość zmiany wysokości celowej w czasie kolejnych obserwacji oraz równe długości celowych do sąsiednich punktów badanych powierzchni. Różnicę wysokości punktów końcowych obliczono tylko dla kontroli rachunkowej. Analizę dokładności pomiaru i opracowanie wyników, przeprowadziłem uważając spostrzeżenia za równodokładne, a to po prostu dlatego, że nie znalazłem uzasadnienia przypisywania spostrzeżeniom różnych dokładności. Dla porównania obliczyłem średni błąd je-



Rys.8

dnego pomiaru (tablica 2) który wykazał, że pomiar czyni zadość stawianym wymaganiom. Szczegółowe obliczenia do wyznaczenia średnich płaszczyzn przeprowadziłem w ujęciu tablicowym. Dla wygody rachunku współrzędne poziome x i y określiłem w metrach - rys.8, natomiast dla współrzędnych "z" za jednostkę przyjąłem $1/100$ mm - tablica 3.

Współczynniki równań poprawek zestawilem w tablicy 4. Dla uproszczenia rachunku, dla wszystkich trzech płaszczyzn średnich przyjąłem płaszczyznę przybliżoną o równaniu

$$z_{0,ik} = + 64 \tag{13}$$

czyli

$$\alpha_0 = 0, \quad \beta_0 = 0, \quad \gamma_0 = + 64$$

Współczynniki równań normalnych, dla wyznaczenia równań średnich płaszczyzn poszczególnych powierzchni, obliczyłem - tablica 5 - sumując kolumny wierszy przynależnych do punktów odpowiedniej powierzchni. Trzy dolne wiersze tej tablicy zawierają współczynniki równań normalnych powierzchni C_1, C_2 i ogólnej płaszczyzny średniej C . Z rozwiązania równań normalnych uzyskałem:

dla powierzchni C_1 :

przyjęto $\alpha_0 = 0, \quad \beta_0 = 0, \quad \gamma_0 = +64$

otrzymano $\Delta\alpha = -1,498, \Delta\beta = +16,503, \Delta\gamma = +33,299$

stąd $\alpha = -1,498, \beta = +16,503, \gamma = +97,299$

czyli równanie średniej płaszczyzny powierzchni C_1

$$Z = -1,498x + 16,503y + 97,299 \tag{14}$$

Tablica 1

Dziennik spostrzeżeń

Obserwator 1
Pomiar 1-szy

Pkt	Długości celowych m	Odczyty		Srednie zredukowane odczyty l_0 mm	Prawka d mm	Odczyty poprawione $l = l_0 + d$	Różnice wysokości		U w a g i
		Łaty	bobenka				$h = l_n - l_{n+1}$	+	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	
1	10,95	061	38	306,90	0,36	307,26			Łata
2	10,95	061	37	306,85	0,36	307,21	0,05		nr 16546
3	10,30	061	40	307,02	0,34	307,36		0,15	żabka
4	10,30	061	36	306,78	0,34	307,12	0,24		nr-1
5	10,60	061	37	306,85	0,35	307,20		0,08	
6	6,75	061	55	307,72	0,22	307,94		0,74	
7	6,75	061	57	307,87	0,22	308,09		0,15	
8	6,10	061	55	307,75	0,20	307,95	0,14		
9	6,10	061	59	307,92	0,20	308,12		0,17	
10	6,40	061	61	308,05	0,21	308,26		0,14	
1							1,00		
							1,48	1,48	

c.d. tablicy 1

Obserwator 2
Pomiar 2-gi

1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	10.95	061	37	306.85	0.36	307.21		żata
2	10.95	061	35	306.72	0.36	307.08	0.13	nr 16547
3	10.30	061	39	306.95	0.34	307.29	0.21	żabka
4	10.30	061	34	306.72	0.34	307.06	0.23	nr-2
5	10.60	061	34	306.75	0.35	307.10	0.04	
6	6.75	061	51	307.53	0.22	307.75	0.65	
7	6.75	061	56	307.75	0.22	307.97	0.22	
8	6.10	061	51	307.53	0.20	307.73	0.24	
9	6.10	061	56	307.77	0.20	307.97	0.24	
10	6.40	061	58	307.87	0.21	308.08	0.11	
1							0.87	
							1.57	1.57

Tablica 2

	Różnice wysokości		d = h _I - h _{II}	dd	Średnie różnice wysokości h	Średni błąd jednego pomiaru
	h _I	h _{II}				
1	2	3	4	5	6	7
1-2	+5	+13	-8	64	+9	$\mu = \pm \sqrt{\frac{[dd]}{2n}} = \pm \sqrt{\frac{405}{18}}$ $\mu = \pm 4,75 = \pm 0,0475 \text{ mm}$
2-3	-15	-21	+6	36	-18	
3-4	+24	+23	+1	1	+24	
4-5	-8	-4	-4	16	-6	
5-6	-74	-65	-9	81	-70	
6-7	-15	-22	+7	49	-18	
7-8	+14	+24	-10	100	+19	
8-9	-17	-24	+7	49	-21	
9-10	-14	-11	-3	9	-13	
			[dd] = 405			

Tablica 3

Pkt	Różnice wysokości h	Wysokości W	Pkt
1	2	3	4
		100	1
1	+9	109	2
2	-18	91	3
3	+24	115	4
4	-6	109	5
5	-70	39	6
6	-18	21	7
7	+19	40	8
8	-21	19	9
9	-13	6	10
10	+94	100	1

Tablica 4

Współczynniki równań poprawek i poprawki
(równania poprawek)

Pkt	Ogólna płaszczyzna średnia "C"										Średnie płaszczyzny C ₁ i C ₂									
	współrzędne		Z	z ₀	l= z ₀ -z	kontrola			Z	d	kontrola		d	kontrola		d	kontrola			
	x	y				z	d= Z-z	ad			bd	ad		bd	ad		bd	ad	bd	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17				
1	0	0	100	112,15	64	-36	+12,15	0,00	0,00	97,30	-270	0,00	0,00							
2	0	1	109	110,65	64	-45	1,65	0,00	1,65	113,80	+4,80	0,00	+4,80							
3	1	0	91	96,65	64	-27	+5,65	+5,65	0,00	95,80	+4,80	+4,80	0,00							
4	1	1	115	95,15	64	-51	-19,85	-19,85	-19,85	112,30	-270	-270	-270							
5	05	05	109	103,65	64	-45	-5,35	-2,67	-2,68	104,80	-4,20	-2,10	-2,10							
6	5	0	39	34,65	64	+25	-4,35	-2,175	0,00	34,99				-4,01	-2,005	0,00				
7	5	1	21	33,15	64	+43	+12,15	+6,075	+12,15	15,49				-5,51	-2,755	-5,51				
8	6	0	40	19,15	64	+24	-20,85	-12,510	0,00	34,49				-5,51	-3,306	0,00				
9	6	1	19	17,65	64	+45	-1,35	-8,10	-1,35	15,00				-4,00	-2,400	-4,00				
10	55	05	6	26,15	64	+58	+20,15	+10,083	+10,07	24,99				+1,899	+10,444	+9,50				
			649		640	-9	0,00	-0,24	-0,01		0,00	0,00	0,00	-0,04	-0,22	-0,01				

Tablica 5

Współczynniki równań normalnych

Nr punktu	a	b	c	l	aa	ab	ac	al	bb	bc	bl	cc	cl
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	0	0	1	-36	0	0	0	0	0	0	0	1	-36
2	0	1	1	-45	0	0	0	0	1	1	-45	1	-45
3	1	0	1	-27	1	0	1	-27	0	0	0	1	-27
4	1	1	1	-51	1	1	1	-51	1	1	-51	1	-51
5	0,5	0,5	1	-45	0,25	0,25	0,5	-22,5	0,25	0,5	-22,5	1	-45
6	5	0	1	+25	25	0	5	+125	0	0	0	1	+25
7	5	1	1	+43	25	5	5	+215	1	1	+43	1	+43
8	6	0	1	+24	36	0	6	+144	0	0	0	1	+24
9	6	1	1	+45	36	6	6	+270	1	1	+45	1	+45
10	5,5	0,5	1	+58	+30,25	2,75	5,5	+319	0,25	0,5	+29	1	+58
plasz- czyzna C ₁					+2,25	+1,25	+2,5	-100,5	+2,25	+2,5	-118,5	+5	-204
plasz- czyzna C ₂					+152,25	+137,5	+27,5	+1073,0	+2,25	+2,5	+117,0	+5	+195
plasz- czyzna C					+154,5	+15,0	+30,0	+972,5	+4,5	+5,0	-1,5	+10	-9

(w tablicy "5" pominięto współczynniki kontrolne użyte w obliczeniach)

dla powierzchni C_2 :

przyjęto $\alpha_0 = 0$, $\beta_0 = 0$, $\gamma_0 = +64$,
otrzymano $\Delta\alpha = -0,494$, $\Delta\beta = -19,499$, $\Delta\gamma = -26,542$,
stąd $\alpha = -0,494$, $\beta = -19,499$, $\gamma = +37,458$,

czyli równanie średniej płaszczyzny powierzchni C_2

$$Z = -0,494x - 19,499y + 37,458 \quad (15)$$

dla obu powierzchni C :

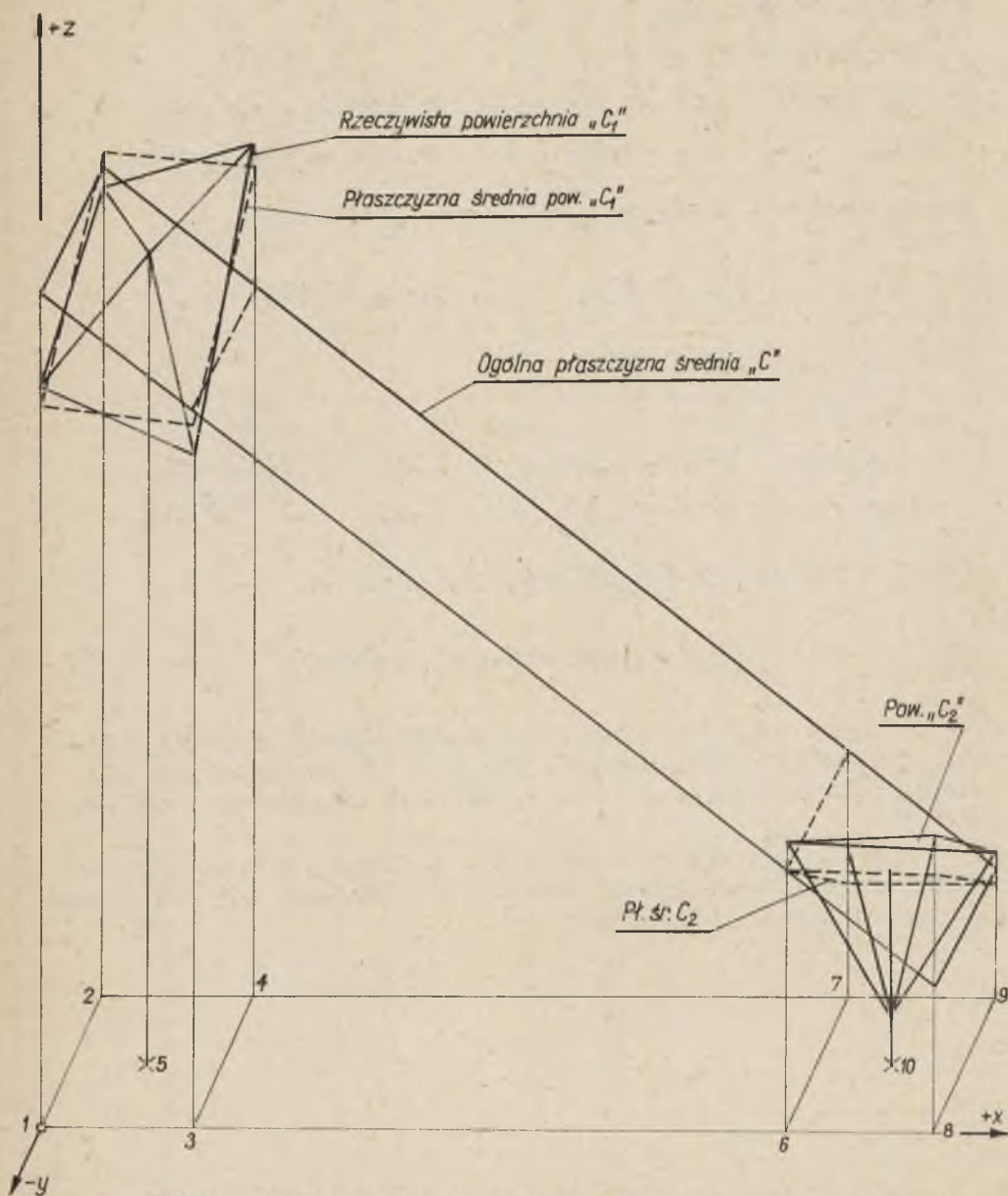
przyjęto $\alpha_0 = 0$, $\beta_0 = 0$, $\gamma_0 = +64$,
otrzymano $\Delta\alpha = -15,500$, $\Delta\beta = -1,498$, $\Delta\gamma = +48,152$,
stąd $\alpha = -15,500$, $\beta = -1,498$, $\gamma = +112,152$,

czyli równanie ogólnej płaszczyzny średniej C

$$Z = -15,500x - 1,498y + 112,152 \quad (16)$$

Z równań 14, 15 i 16 obliczyłem wysokości punktów płaszczyzn średnich, na podstawie których wykonałem wykres odchyień punktów badanych powierzchni od płaszczyzn średnich - rys.9.

Na podstawie wyników ujętych w tablicę 4 i sporządzonego wykresu można wnioskować, zarówno o płaskości jak i o położeniu badanych powierzchni.



Rys.9. Wykres odchyleni wysokości punktów badanych powierzchni od płaszczyzn średnich

LITERATURA

- [1] Jordan-Eggert - Handbuch der Vermessungskunde. Tom II, półtom 2. (1933 r.).
- [2] Zygmunt Kowalczyk - Geodezja, tom II - Niwelacja. PPWK Warszawa 1952.
- [3] Kasper Weigel - Rachunek wyrównawczy. Książnica Polska, Lwów - Warszawa 1933.
- [4] Edward Warchałowski - Niwelacja geometryczna. PPWK Warszawa 1954.
- [5] Edward Warchałowski - Rachunek wyrównawczy dla geodetów. PWN Warszawa 1955.
- [6] Mechanik - Poradnik techniczny. Tom 1, część 3 - Metrologia techniczna.

ТОЧНОЕ ИЗМЕРЕНИЕ ПЛОСКОСТИ И ОТКЛОНЕНИЙ
ОТ УРОВНЯ ГЛАДКИХ ПОВЕРХНОСТЕЙ

Краткое изложение

Описано измерение отклонений от плоскости и уровня гладких, стальных опорных поверхностей, встречаемых при строительстве больших машин. Измерение произведено на основе точной нивеллировки. Для ясного определения результатов проведенных испытаний использовано средние плоскости определенные на основе наименьшей суммы квадратов (теория Гаусса). Кроме теоретического описания приведено результаты измерения двух опорных поверхностей, сокращенные вычисления и диаграммы отклонений высоты исследуемых пунктов поверхности от средних плоскостей.

EXACT MEASUREMENT OF FLATNESS AND DEVIATIONS FROM THE LEVEL OF SMOOTH SURFACES

Summary

The measurement of deviations from the flatness and level of smooth, steel bearing surfaces used in the construction of big machines has been described. The measurement was carried out on the basis of exact levelling. To make clear the results of examinations, medium faces, determined by the principle of the least squares' sum (Gauss theory), have been applied. Besides theoretical descriptions, the results of measurements of two bearing surfaces compendium of calculations and diagram of deviations of examined surface points from the medium faces have been included.