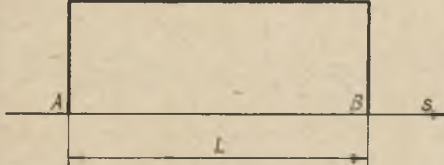


JANINA BODASZEWSKA

O PROJEKTOWANIU ŁUKÓW IDEALNYCH
NA TRASACH KOMUNIKACJI SZYNOWEJ1. Uwagi wstępne

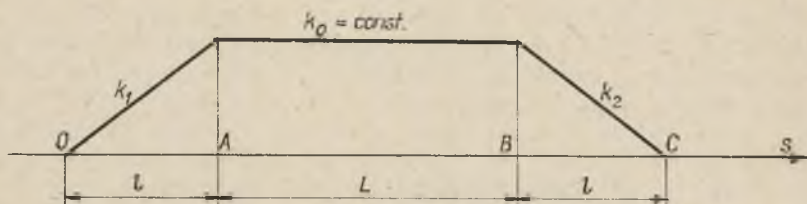
W początkowej fazie rozwoju kolei żelaznych stosowano przy zmianie kierunku trasy wyłącznie łuki kołowe tj. łuki o stałej krzywiznie $k = 1/R$. Przy niewielkiej prędkości ruchu w owym okresie, łuki te były dla celów eksploatacji kolei zupełnie wystarczające, gdyż nie wywoływały niemal żadnych zaburzeń ruchowych, które pojawiły się dopiero wtedy, gdy w miarę rozwoju kolei, prędkość ruchu silnie wzrosła.

Rys.1. Jednorodny łuk
kołowy

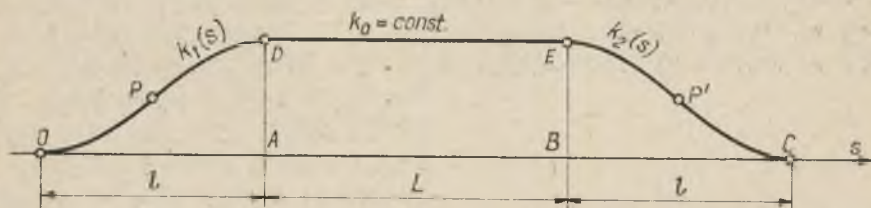
Dla usunięcia tych zaburzeń, dających się szczególnie dotkliwie odczuwać na obu końcach A, B łuku kołowego (rys.1) zaczęto stosować łuki kołowe z krzywą przejściową O-A i B-C (rys.2), odznaczającą się początkowo krzywizną liniowo-zmienną, dla której krzywa

przejściowa miała postać paraboli sześcienniej. Gdy jednakże w miarę dalszego wzrostu prędkości pojawiać się zaczęły także zaburzenia na krzywej przejściowej, zwłaszcza na obu jej końcach O, A oraz B, C, to wtedy - dzięki licznym pracom badawczym, poświęconym szczegółowej analizie tych zaburzeń - wysunięto w wielu krajach cały szereg propozycji, zmierzających do udoskonalenia kształtu krzywej przejściowej, (por. [1], [2], [3]). Zaprojektowano też nowe typy krzywych przejściowych nieliniowo zmienną krzywizną, której wykres

(rys.3) składa się z dwóch odwrotnych łuków O-P i P-D (wzgl. E-P' i P'-C), stykających się ze sobą w punkcie przecięcia P wzgl. P'.



Rys.2. Łuk niejednorodny
(krzywizna k_1, k_2 , liniowo-zmienna)



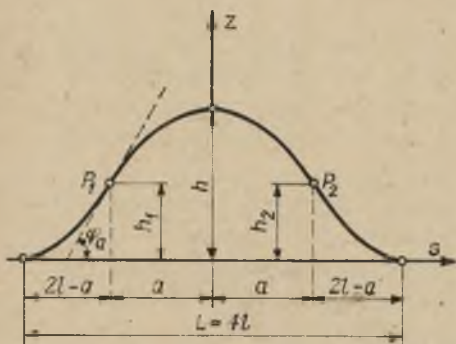
Rys.3. Łuk niejednorodny
(krzywizna $k_1(s), k_2(s)$, nieliniowo zmienna)

Do ważniejszych osiągnięć tej analizy należy też zaliczyć wykrycie zaburzeń, wynikających z przybliżenia $ds \sim dx$, szeroko dawniej stosowanego w teoriach krzywej przejściowej. Okazało się, że przybliżenie to można stosować tylko wtedy, gdy długość krzywej przejściowej nie przekracza kilkudziesięciu metrów, [4]. Dla większych jej długości należy uwzględnić dynamiczny warunek spokojnego ruchu pojazdów, który wymaga aby jej krzywizna k , zmieniała się przynajmniej liniowo w stosunku do długości łuku s tzn. proporcjonalnie do przebytej drogi. W związku z powyższym kształt tej krzywej zaczęto wyrażać w układzie współrzędnych naturalnych (s, k) , o czym jeszcze w dalszym ciągu będzie tu mowa.

2. Łuk idealny

Chociaż podane wyżej ulepszenia kształtu krzywej przejściowej stanowią niewątpliwie postęp w stosunku do krzywej klasycznej, to jednak nie są one jeszcze ostatnim wyrazem tego postępu. Do wniosku takiego upoważniają nas wyniki licznych prac badawczych, przeprowadzonych głównie w Związku Radzieckim i w USA. Z badań tych - które streszcza m.in. cenna monografia A.W.Gorinowa [4] - wynikało, że jedną z ważniejszych przyczyn, wywołujących zaburzenia ruchu na

krzywej przejściowej jest także niejednorodność układu, złożonego z łuku kołowego i dwóch krzywych przejściowych, pokazanych na rys.2. W związku z powyższym powstała w okresie międzywojennym słynna koncepcja - por. G.Schramm [5] - zastąpienia takiego niejednorodnego układu, łukiem jednorodnym o nieliniowo zmiennej krzywiznie. Łuk taki nazwiemy krótko łukiem idealnym¹⁾. Wykres jego krzywizny jest pokazany na rys.4.



Rys.4. Łuk idealny w symetrycznym układzie współrzędnych (s, z)

3. Układy współrzędnych

Kształt łuku idealnego można najłatwiej wyrazić analitycznie, za pomocą układu współrzędnych (s, k), w którym s jest współrzędną łukową, mierzącą długość trasy od jakiegoś umownie przyjętego punktu początkowego. Zmienna $k = 1/\rho$ podaje wartość krzywizny tego łuku. W geometrii różniczkowej - por. np. [6], [7] - układ (s, k) a także różne jego modyfikacje, jak np. (s, ρ) itp. noszą nazwę układu współrzędnych naturalnych, zaś równanie dowolnej krzywej płaskiej, przedstawione w postaci

$$k = f(s) \quad (3,1)$$

¹⁾ W terminologii polskiej nie mamy dotychczas żadnego odpowiednika nazwy, wprowadzonej przez G.Schramma, w tytule jego pracy [5]. W dosłownym przekładzie musielibyśmy użyć określenia: "Łuk doskonały" lub "łuk zupełny". Żadne z nich nie wydaje się nam trafne, wobec czego proponujemy tu nazwę "łuk idealny", w sensie łuku pomyślanego, jako teoretyczny model koncepcji G.Schramma.

lub

$$F(s, k) = 0 \quad (3,2)$$

nazywa się jej równaniem naturalnym. Jeżeli wprowadzimy na oznaczenie krzywizny k wzór

$$k = \sim d^2 y / ds^2 = y'' \quad (3,3)$$

otrzymamy modyfikację (s, y'') układu pierwotnego (s, k) dla której równanie naturalne (3,1) przyjmie postać równania różniczkowego, drugiego rzędu. Dwukrotne całkowanie tego równania prowadzi do związku $y = F(s)$, przedstawiającego wykres rzędnych, rozważanej krzywej.

Obydwa układy współrzędnych, (s, k) i (s, y'') są dziś szeroko stosowane w teoriach projektowania i regulacji łuków (por. np. [10] a m.in. także w metodzie wykresów katowych opisanej w instrukcji PKP o regulacji łuków [8]. Pierwszy z tych układów pozwoli nam na mocy znanej relacji

$$z = \frac{bv^2}{g \rho} = \frac{C}{\rho} = Ck = \sim Cy'' \quad (3,4)$$

(określającej zależność zmiennej przechyłki $z = z(s)$ łuku idealnego od krzywizny $k = \frac{1}{\rho}$) ustalić kształt łuku idealnego w profilu, zaś układ drugi określa kształt łuku idealnego w planie.

4. Ogólne zasady projektowania łuków idealnych

Praktyczna realizacja koncepcji G.Schramma natrafia na dość znaczne trudności, wynikające przede wszystkim stąd, że:

- 1) łuków idealnych nie można było dotychczas wytyczyć metoda wykresów katowych, niemal powszechnie dziś w praktyce używaną, lecz przystosowaną jedynie do tyczenia i regulacji łuków o krzywiznie stałej lub liniowo-zmiennej.

- 2) tok obliczenia łuku idealnego i jego współrzędnych, jest wobec zupełnego braku ich tablic liczbowych, bardzo uciążliwy, a poza tym jego forma analityczna nie jest jeszcze definitywnie ustalona.

Dla usunięcia obu tych przeszkód konieczne są więc takie prace badawcze, które pozwoliłyby:

Ad 1) Uogólnić metodę wykresów kątowych na łuki o dowolnej krzywiźnie a więc także o krzywiźnie nieliniowo-zmiennej, stanowiącej zasadniczą cechę łuków idealnych Schramma.

Ad 2) Opracować kilka typowych projektów łuku idealnego, w postaci szczególnie prostej, ułatwiającej praktyczne wypróbowanie jego zalet.

Oba powyższe zagadnienia są tematem naszych badań własnych: Pierwsze z nich jest zreferowane w publikacji pt. "O nowych zasadach regulacji odkształconych łuków na trasach komunikacji szynowych" (zamieszczonej również w nin. zeszycie) a drugie jest właśnie tematem niniejszej rozprawy.

W poszukiwaniu nowych typów łuku idealnego, ograniczymy się do przypadku, w którym kształt tego łuku sprowadza się zasadniczo do krzywej algebraicznej wyższego rzędu. Jej równanie otrzymamy drogą ustalenia warunków brzegowych naszego zagadnienia. Zważmy w tym celu, że układ przedstawiony na rys.4 jest symetryczny względem osi z -ów i ma dwa punkty przecięcia $P_1(s_1, h_1)$ oraz $P_2(s_2, h_2)$, przy czym $h_1 = h_2 = z(a)$ zaś $s_1 = a = \alpha l = -s_2$. Można np. zażądać aby było $\alpha = 1$, tu jednak uwzględnimy przypadek ogólniejszy por. np. [2], tom 1, str.118 - w którym parametr a , zbliża się do wartości 1. Wyznamy go z podanego niżej warunku $z''(a) = 0$.

Najmniejszą wartość $\rho_{\min} = R$, występującą w środku łuku tj. dla $s = 0$, należy obrać zgodnie z przepisami, określającymi R_{\min} na trasach kolejowych. Musi więc być $R \geq R_{\min}$. Dla tej wartości R obliczamy następnie wzorem (3,4) maksymalną wartość przechyłki

$$h = z_{\max} = z(0) = \frac{bv^2}{gR} = \frac{C}{R} \quad (4.0,1)$$

czyli, że

$$C = Rh \quad (4.0,2)$$

Również maksymalne pochylenie podłużne $1/i$, krzywoliniowej rampy przechyłkowej, jest w tych przepisach dokładnie określone.

Na podstawie powyższych uwag, możemy teraz dokładnie ustalić:

4.1. Warunki brzegowe projektu. Zważmy w tym celu, że a) Wykres krzywizny łuku idealnego określa zarazem na mocy (3,4) jego kształt w profilu. Muszą tu więc zachodzić nast. związki, łatwe do odczytania z rys.4.

$$z(0) = h; \quad z(-2l) = z(2l) = 0 \quad (4.1,1)$$

$$z'(-2l) = z'(0) = z'(2l) = 0 \quad (4.1,2)$$

$$z'(-a) = \frac{1}{i} = -z'(a) = \operatorname{tg} \varphi_0$$

$$z''(-a) = z''(a) = 0 \quad (4.1,3)$$

przy czym $a = \sigma l$.

W równaniach powyższych jest ukryty jeszcze jeden warunek dodatkowy, gdyż z powyższego zestawienia widzimy, że funkcje $z(s)$ i $z'(s)$ muszą się równocześnie zerować na obu końcach łuku, czyli dla $s = \pm 2l$.

Najwygodniej więc można będzie wyrazić funkcję $z(s)$ w postaci

$$z(s) = f(s)^2 \quad (4.1,4)$$

z której wynika związek

$$z'(s) = 2f(s)f'(s) \quad (4.1,5)$$

czyli zadość, warunkowi dodatkowemu.

b) Wykres rzędnych $y(s)$ określony jest równaniem różniczkowym (3,4) w którym stała $C = Rh$ jest wyznaczona wzorem (4.0,2). Będzie więc

$$y''(s) = z(s)Rh \quad (4.1,6)$$

Przy dwukrotnym całkowaniu tego równania, przyjmiemy warunki brzegowe w niezmienionej formie klasycznej

$$y'(0) = y(0) = 0 \quad (4.1,7)$$

4.2. Zasadnicze równania łuku idealnego $z(s)$ oraz $y(s)$ muszą być - na mocy powyższych warunków brzegowych - wyrażone w następującej postaci

$$z(s) = A(2l - s)^2(2l + s)^2 = A l^4(4 - u^2)^2 \quad (4.2,1)$$

$$z'(s) = Bs(2l - s)(2l + s) = B l^3(4 - u^2) \quad (4.2,2)$$

$$z''(s) = C(\alpha^2 l^2 - s^2) = C l^2(\alpha^2 - u^2) \quad (4.2,3)$$

przy czym $u = s/l$ zaś całkowita długość łuku idealnego $L = 4l$. W równaniach powyższych występują nieoznaczone jeszcze współczynniki A, B, C . Wystarczy wyznaczyć wartość jednego z nich (np. A), gdyż pozostałe otrzymamy przez różniczkowanie funkcji $z(s)$. Zależnie od sposobu ustalenia wartości tego współczynnika, możemy otrzymać różne specjalizacje równań $z(s), z'(s)$ i $z''(s)$ a tym samym także dla $y''(s), y'(s)$ i $y(s)$, co wyjaśniają następujące przykłady:

4.3. Przykłady specjalizacji równań zasadniczych

Przykład 1

W przypadku najprostszym można przyjąć $A = \text{const}$. Będzie wtedy na mocy (4.2,1) $z(0) = h = 16A$, czyli $A = h/16$.

Zasadnicze równania łuku idealnego wyrazimy więc - po bardzo łatwym rachunku, nie wymagającym już żadnych dodatkowych objaśnień - w następującej postaci

$$z = \frac{h}{16l^4}(4l^2 - s^2)^2 = \frac{h}{16}(4 - u^2)^2 \quad (4.3,1)$$

$$y = \frac{l^2}{480R} \left[240 \frac{s^2}{l^2} - 20 \frac{s^4}{l^4} + \frac{s^6}{l^6} \right] \quad (4.3,2)$$

$$= \frac{l^2}{480R} u^2 \left[140 + (10 - u^2)^2 \right]$$

Oba powyższe równania zawierają skrót $u = s/l$. Różniczkując dwukrotnie równanie (4.3,1) otrzymamy

$$z' = \frac{h}{4l} \left(4 \frac{s}{l} - \frac{s^3}{l^3} \right) = \frac{h}{4l} (4 - u^2)$$

$$z'' = \frac{h}{4l^2} \left(4 - 3 \frac{s^2}{l^2} \right) = \frac{h}{4l^2} (4 - 3u^2)$$

czyli, że będzie

$$z''(a) = 0, \text{ dla } a = \frac{2l\sqrt{3}}{3} = \pm 1,15470 l$$

stąd - jak widać z rys.4 - dostaniemy

$$z'(a) = \frac{1}{l} = \frac{4h\sqrt{3}}{9l} = \operatorname{tg} \varphi_a$$

a więc musi być

$$L = 4l = \frac{16\sqrt{3}}{9} hi = 3,0792 hi$$

Największą rzędną łuku idealnego otrzymamy na obu jego końcach. Będzie mianowicie na mocy (4.3,2)

$$y_{\max} = y(2l) = f = \frac{22l^2}{15R}$$

Dzieląc przez tę wartość równanie (4.3,2) dostaniemy

$$y/f = \frac{u^2}{704} [140 + (10 - u^2)^2]$$

Wreszcie kąt środkowy łuku idealnego tzn. kąt φ , utworzony przez jego skrajne styczne, znajdziemy za pomocą pochodnej

$$y'(s) = \frac{1}{240R} \left(240 \frac{s}{1} - 40 \frac{s^3}{1} + 3 \frac{s^5}{1} \right)$$

dla podstawienia $s = \pm 2l$. Będzie wtedy

$$\varphi = \text{tg } \varphi_0 = y'(2l) = \frac{16l}{15R} = 4l/15 R$$

Znając L oraz R obliczymy kąt środkowy wzorem
 $\varphi = 180^\circ - 2\varphi_0$

Przykład 2 i 3 oraz ewent. dalsze przykłady specjalizacji równań zasadniczych otrzymamy wtedy, gdy współczynniki A , B , C będziemy uważali za funkcje typu $A(s)$, $B(s)$ i $C(s)$.

Łatwo zauważyć, że funkcje te muszą czynić zadość następującym warunkom dodatkowym:

- a) nie mogą mieć żadnych miejsc zerowych, na całej długości łuku idealnego $-2l < s < 2l$, gdyż inaczej warunki brzegowe (4,1) uległyby naruszeniu a ponadto,
- b) muszą być - z uwagi na symetrię łuku idealnego względem osi $z=0$ oraz osi $y=0$ - funkcjami parzystymi.

Wystarczy - podobnie jak w przykładzie 1-ym, - określić tylko pierwszą z tych funkcji $A(s)$, przyjmując ją dla przykładu 2-go w postaci

$$A_1(s) = a^2 s^2 - b^2$$

względnie dla przykładu 3-go w formie

$$A_2(s) = a^4 s^4 - b^2 s^2 + c^4$$

Obie te funkcje czynią zadość war. brzeg. (4.1) przy czym: pierwsza z nich $A_1(s)$ ustala długość i profil łuku idealnego wzorami

$$z/h = \left(1 - \frac{u^2}{4}\right)^2 \left(1 - \frac{2}{17} u^2\right)$$

$$L = 4l = \frac{54}{17} h_i = 3,17647 h_i$$

$$u = s/l$$

tzn. że profil ten jest parabolą rzędu 6-go.

Podobnie druga funkcja $A_2(s)$ ustala ten profil w postaci paraboli 8-go rzędu

$$z/h = \frac{1}{189} \left(1 - \frac{u^2}{4}\right) \left[(11 - u^2)^2 + 68 \right]$$

o długości

$$L = \frac{22}{7} h_i = 3,142857 h_i$$

Uwaga

Funkcję $A(s)$ można by też przyjąć w postaci wielomianu rzędu wyższego niż $\Lambda_1(s)$ wzgl. $A_2(s)$. Wtedy jednak należałoby wartości brzegowe (4.1) nieco rozszerzyć, tak aby ustalały również wartości pochodnych wyższego rzędu $d^n z/ds^n$ w najbardziej charakterystycznych punktach wykresu $z(s)$ tj. w tych miejscach gdzie występuje ekstremum wzgl. punkt przegięcia wykresu. (Byłyby to więc punkty przegięcia wzgl. styczności, rzędu wyższego niż w przykładach 1, 2 i 3). Dokładniejszej analizy takich możliwości rozwijać tu jednak nie będziemy, gdyż otrzymane na tej drodze wyniki mają bardzo skomplikowaną budowę, niezbyt przydatną do zastosowań praktycznych. Znacznie większe możliwości w tym kierunku dają natomiast przykłady 1-3, określające łuk idealny w postaci zbliżonej do sinusoidy, którą tutaj - dla celów porównawczych - nieco obszerniej opiszemy.

Przykład 4

Przyjmując równanie sinusoidy w postaci

$$z/h = \frac{1}{2} (1 + \cos \pi u) \quad (4.3,3)$$

wyrazimy długość łuku idealnego wzorem

$$L = 4l = \pi h_i = 3,14159 h_i$$

Ponadto otrzymamy równania, wyprowadzone zasadniczo już na innym miejscu [9]:

$$y'(s) = \frac{1}{2\pi R} [\pi u + \sin \pi u] \quad (4.3,4)$$

oraz

$$y(s) = \frac{1}{4R} \left[u^2 + \frac{2}{\pi^2} (1 - \cos \pi u) \right] \quad (4.3,5)$$

Jeżeli teraz sporządzimy tablice liczbowych wartości dla funkcji $z(s)$ oraz $y(s)$, ustalających kształt łuku idealnego, rozważonego w przykładach 1-3 i porównamy je z tablicami wartości $z(s)$, $y(s)$ przykładu 4-go, zamieszczonymi w pracy [9] to łatwo zauważymy, że wartości rzędnych łuku idealnego, opisanego w przykładach 2 i 3 zajmują miejsce pośrednie między rzędnymi łuków z przykładu 1 i 4. Pragnąc więc skrócić tok dalszych rozważań, ograniczymy się w nich jedynie do dwu ostatnio wymienionych łuków.

5. Zmiana układu odniesienia

Przy omawianiu ogólnych zasad projektowania łuków idealnych, przyjmowaliśmy dotychczas dla skrócenia naszych wywodów, oś symetrii wykresu $z(s)$ za oś rzędnych. Tak ustalony układ współrzędnych (s, z) pozwolił nam wyrazić równania łuków w najprostszej formie analitycznej. Ponieważ jednak w metodzie wykresów katowych stosuje się inny układ współrzędnych (S, Z) , w którym oś rzędnych Z musi przechodzić przez punkt początkowy łuku idealnego przeto pozostaje nam jeszcze do omówienia zagadnienie transformacji układu (s, z) w którym zaprojektowaliśmy kilka najprostszyc łuków idealnych na układ (S, Z) stosowany w metodzie wykresów katowych. Transformacja taka polega jedynie na prostym przesunięciu układu (s, z) w nowe położenie (S, Z) tzn. że dla oznaczeń przyjętych na rys.4 będzie opisana równaniami

$$s = S - 2l \quad \text{oraz} \quad z = Z \quad (5,1)$$

Równocześnie nastąpi też zmiana układu (s, y) na (S, Y) , którą możemy opisać albo za pomocą wzorów na przesunięcie i obrót układu pierwotnego (s, y) albo też za pomocą dwukrotnego całkowania podanego niżej równania (5,2). Ta druga możliwość opiera się bowiem na proporcji

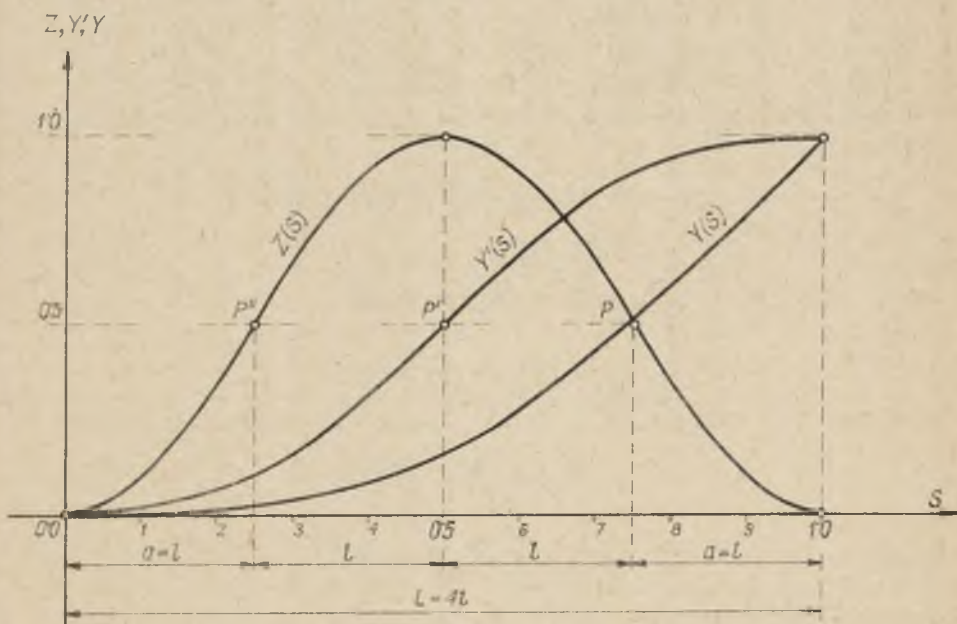
$$Z : h = k(S) : k(0)$$

a ponieważ krzywizna $k(S) = 1/Y''(S)$ oraz $k(0) = 1/R$, przeto musi być zachowany związek

$$Y''(S) = \frac{Z(S)}{Rh} \quad (5,2)$$

wynikający z homologii wykresów $k(s)$ i $z(s)$, niezależnej od układu odniesienia, a więc ważnej także dla wykresów $k(S)$ oraz $Z(S)$.

Podstawiając wzory transformacyjne (5,1) w równaniu (4.3,1) oraz (4.3,3) obu rozważonych wyżej przykładów poz. 4-tej otrzymamy dla nich związek $Z(S)$, z którego po dwukrotnym scałkowaniu podług schematu (5,2) otrzymamy równania $Y'(S)$ oraz $Y(S)$. Równania te podaje poniższe zestawienie, zawierające też ich wartości liczbowe, uwidocznione w tabelicy 1 i 2. Za pomocą tych tablic sporządzono wykresy trzech zasadniczych funkcji łuku idealnego, przyjętego w postaci sinusoidy (rys.5). Analogiczne wykresy drugiego łuku



Rys.5. Jednostkowy łuk idealny w układzie współrzędnych (S,Z) , (S,Y') , (S,Y)

$Z(S) = Z/h =$ wykres krzywizny $Y''(S)$, $Y'(S) = Y/\Phi =$ integralny wykres katowy, $Y(S) = Y/P =$ wykres rzędnych

idealnego, związanego z parabolą 6-go rzędu miałyby zupełnie podobny przebieg i dlatego nie są tu osobno przedstawione.

6. Zestawienie wzorów i tablic liczbowych

1) Łuk idealny jako parabola 6-go rzędu

Tablica 1

S/L	Z/h	Y'/φ	Y/F
0,0	0,0000	0,00 000	0,000 000
0,1	0,1296	0,00 856	0,000 442
0,2	0,4096	0,05 792	0,006 208
0,3	0,7056	0,16 308	0,027 378
0,4	0,9216	0,31 744	0,074 752
0,5	1,0000	0,50 000	0,156 250
0,6	0,9216	0,68 256	0,274 752
0,7	0,7056	0,83 692	0,427 378
0,8	0,4096	0,94 808	0,606 208
0,9	0,1296	0,99 144	0,800 442
1,0	0,0000	1,00 000	1,000 000

$$Y/F = 2 v^4 \left[\left(\frac{3}{2} - v \right)^2 + \frac{1}{4} \right]$$

$$F = \frac{4L^2}{15R} = Y(L)$$

$$Y'/\phi = \frac{1}{8} v^3 \left[3(5 - 4v)^2 + 5 \right]$$

$$\phi = \frac{8L}{15R} = Y'(L)$$

$$Z/h = \left[4v (1 - v) \right]^2$$

$$L = \frac{16\sqrt{3}}{9} h_i = 3 \cdot 0792 h_i$$

$$v = \frac{S}{L}$$

2) Łuk idealny jako sinusoida

Tablica 2

S/L	Z/h	Y'/φ	Y/F
0,0	0,00 000	0,00 000	0,000 000
0,1	0,09 549	0,00 645	0,000 325
0,2	0,34 549	0,04 866	0,004 994
0,3	0,65 451	0,14 866	0,023 684
0,4	0,90 451	0,30 645	0,068 354
0,5	1,00 000	0,50 000	0,148 679
0,6	0,90 451	0,69 355	0,268 354
0,7	0,65 451	0,85 134	0,423 684
0,8	0,34 549	0,95 134	0,604 994
0,9	0,09 549	0,99 355	0,800 325
1,0	0,00 000	1,00 000	1,000 000

$$Y/F = v^2 - \frac{1 - \cos 2\pi v}{2\pi^2}$$

$$F = \frac{L^2}{4R} = Y(L)$$

$$Y'/\phi = v - \frac{\sin 2\pi v}{2\pi}$$

$$\phi = \frac{L}{2R} = Y'(L)$$

$$Z/h = \frac{1}{2} (1 - \cos 2v)$$

$$L = \pi h_i = 3 \cdot 14159 h_i$$

$$v = \frac{S}{L}$$

LITERATURA

- [1] K.Skibiński - "Tyczenie tras". Bibl. Politechn. T.XXII, Lwów 1909.
- [2] K.Wątorrek - "Budowa kolei żelaznych". T.1. Warszawa 1924.
- [3] T.Mazurek - "Budowa Kolei" Cz.I-V, Łódź i Kraków 1952-1956, PWN.
- [4] Akademi A.W.Gorinow - "Izyskanija i projektir. żel. dorog". Moskwa 1941. GTŻI.
- [5] G.Schramm - "Der vollkommene Gleisbogen". Berlin 1931. Springer V.
- [6] E.Mueller - "Die verschied. Koordinaten- Systeme". Lipsk, 1910. B.G.Teubner.
- [7] E.Cesaro - "Vorlesungen ueber natürliche Geometrie". Lipsk 1901.
- [8] "Przepisy o regulacji osi torów kolejowych" - Instrukcja PKP, D-23, Warszawa 1951, Wyd. Komunik.
- [9] J.Bodaszewska - "O krzywej przejściowej prof. Wątorka" Zeszyty Nauk. Polit. Śląskiej, Budownictwo z.2, 1957.
- [10] J.Drake - "Taschenbuch f. Vermessungsingenieure". Berlin 1959. DDR.

О ПРОЕКТИРОВАНИИ ИДЕАЛЬНЫХ ЛУКОВ НА ТРАССАХ
РЕЛЬСОВЫХ СООБЩЕНИЙ

К р а т к о е и з л о ж е н и е

В этом докладе подано общие основы проектирования идеальных луков Г. Шрамма [5]. Разработано несколько типичных проектов в виде алгебраической кривой высшего ряда. Рассмотрено её в двух системах координат из которых первая учитывает свойства её симметрии, позволяющей получить уравнение лука в наиболее простом виде. Вторая система позволяет применить эти луки в новом обобщении метода угловых диаграмм Наленза-Геффера, представленном автором в другой научной работе, помещенной в этом же журнале.

ABOUT DESIGNING OF IDEAL CURVES IN THE RAIL
TRANSPORT ROUTES

S u m m a r y

In the present paper general principles of designing G. SCHRAMM's ideal curves (5) have been given. Some typical designs, in the shape of a higher order algebraic curve have been worked over. It was studied in two co-ordinate systems, the first of which takes into consideration characteristics of its symmetry, that allow achieving equations of a curve with the simplest shape. The second system will permit application of these curves in the new generalization of the NALENZ-HOEFER method of angle diagrams. It was presented in my second paper, included in the same issue of the SCIENTIFIC PAPERS.