ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1979
Seria: GÓRNICTWO z.95 Nr kol.594

Bronisław RADZIK

OKREŚLANIE STAŁYCH MATERIAŁOWYCH MATERIAŁÓW CHARAKTERYZUJĄCYCH SIĘ TRZEMA /NIEZALEŻNYMI/ STAŁYMI MATERIAŁOWYMI W OPARCIU O TENSOMETRYCZNE BADANIA PRÓBEK PROSTOPADŁOŚCIENNYCH, ŚCISKANYCH JEDNOKIERUNKOWO

Streszczenie: W pracy podano metodę określania trzech stałych materiałowych za pomocą jednej, szczególnie zorientowanej, prostopadłościennej próbki badanej w jednokierunkowym stanie naprężenia.

1. Uogólnione prawo Hooke'a

Istnieją ciała, których własności sprężyste są zbliżone do ciał określanych jako izotropowe. Należą do nich te ciała, które posiadają trzy wzajemne protopadłe płaszczyzny symetrii sprężystej, a ich własności sprężyste w stosunku do tych trzech płaszczyzn są jednakowe. Ciała te /przy założeniu, że są jednorodne/, w odróżnieniu od ciał izotropowych, charakteryzują się trzema niezależnymi stałymi materiałowymi, a równania uogólnionego prawa Hooke'a, zawierające 36 stałych a_{ij} /i,j = 1,2,3......6/, ze względu na zachodzące związki /1/ - /5/, podane np. w [3]:

$$a_{14} = a_{15} = a_{24} = a_{25} = a_{34} = a_{35} = a_{46} = a_{56} = 0 \qquad /1/$$

$$a_{16} = a_{26} = a_{36} = a_{45} = 0 \qquad /2/$$

$$a_{11} = a_{22} = a_{33} \qquad /3/$$

$$a_{44} = a_{55} = a_{66} \qquad /4/$$

$$a_{12} = a_{13} = a_{23} \qquad /5/$$

przyjmują prostą postać /6/ - /11/:

$$\varepsilon_x = a_{11}\sigma_x + a_{12}\,/\sigma_y + \sigma_z/ \qquad /6/$$

$$\varepsilon_y = a_{12}\sigma_x + a_{11}\sigma_y + a_{12}\sigma_z \qquad /7/$$

$$\varepsilon_z = a_{12}\sigma_x + a_{12}\sigma_y + a_{11}\sigma_z \qquad /8/$$

$$\gamma_x = a_{44}\tau_x \qquad /9/$$

$$\gamma_y = a_{44}\tau_y \qquad /10/$$

$$\gamma_z = a_{44}\tau_z \qquad /11/$$

Powyższe równania napisano w układzie ortokartezjańskim ", x, y, z, którego osie są równoległe do płaszczyzn symetrii sprężystej. Jak widać z równań /6/ do /11/ własności sprężyste tego rodzaju ciała charakteryzują stałe materiałowe a_{11}, a_{12}, a_{44}, związane z technicznymi stałymi materiałowymi E, G, ν, następującymi relacjami:

$$a_{11} = \frac{1}{E} \qquad /12/$$

$$a_{12} = \frac{\nu}{E} \qquad /13/$$

$$a_{44} = \frac{1}{G} \qquad /14/$$

gdzie:

E - moduł Younga /sprężystości podłużnej/

ν - liczba Poissona

G - moduł Kirchhoffa /sprężystości postaciowej/.

Wartości tych stałych można wyznaczyć za pomocą jednej prostopadłościennej próbki.

2. Przestrzenna orientacja próbki i sposób jej badania

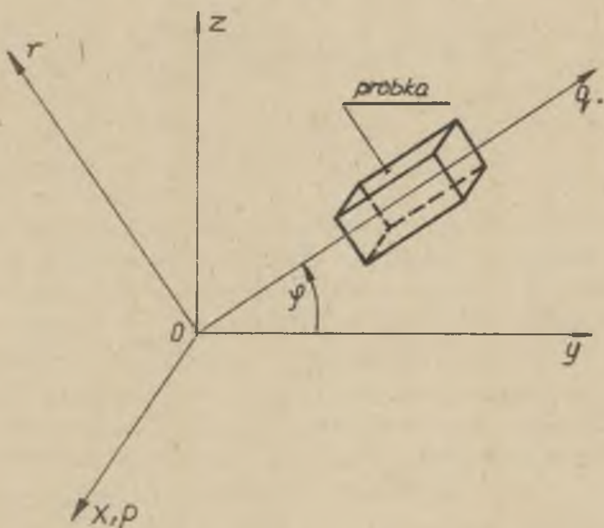
Próbkę należy tak zorientować w obszarze ciała, aby jej oś podłużna była równoległa do osi q, należącej do układu ortokartezjańskiego 0,p,q,r /rys.1/, a zewnętrzne powierzchnie próbki były równoległe do płaszczyzn utworzonych przez osie tego układu. Układ 0,p,q,r powstał przez obrót o kąt φ wokół osi x układu ortokartezjańskiego 0,x,y,z. Przy czym układ 0,x,y,z musi być tak zorientowany, aby jego osie były równoległe do trzech płaszczyzn symetrii sprężystej w danym ciele.

W tablicy 1 podano cosinusy kierunkowe kątów zawartych między osiami obydwóch układów współrzędnych.

Cosinusy kierunkowe kątów zawartych między osiami układów: 0,x,y,z i 0,p,q,r

Tablica 1

	x	y	z
p	1	0	0
q	0	m_2	n_2
r	0	m_3	n_3



Rys. 1. Orientacja próbki

Ze względów obliczeniowych i technologicznych kąt obrotu φ powinien wynosić 30° lub 60°.
Wyciętą w ten sposób próbkę poddajemy jednokierunkowemu ściskaniu i mierzymy składowe stanu naprężenia i /tensometryczne/ składowe stanu odkształcenia, których wartości wynoszą:

$$\sigma_q \neq 0$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_p \neq 0 \; &; \; \gamma_p = 0 \\ \varepsilon_p \neq 0 \; &; \; \gamma_q = 0 \qquad /15/ \\ \varepsilon_r \neq 0 \; &; \; \gamma_r = 0 \end{aligned}$$

5. Określenie stałych materiałowych

Wartości składowych stanu naprężenia i odkształcenia, zmierzone w układzie współrzędnych O,p,q,r, transformujemy za pomocą wzorów transformacyjnych [2] do układu O,x,y,z.
Po uwzględnieniu cosinusów kierunkowych z tablicy 1 i wartości składowych stanu naprężenia i odkształcenia /15/, wzory transformacyjne przyjmują postać:

$$\varepsilon_x = \varepsilon_p \qquad /16/$$

$$\varepsilon_y = \varepsilon_q\, m_2^2 + \varepsilon_r n_2^2 \qquad /17/$$

$$\varepsilon_z = \varepsilon_q\, m_3^2 + \varepsilon_r n_3^2 \qquad /18/$$

$$\gamma_x = 2\ /\ \varepsilon_q m_2 m_3 + \varepsilon_r n_2 n_3/ \qquad /19/$$

$$\gamma_y = 0 \qquad /20/$$

$$\gamma_z = 0 \qquad /21/$$

$$\sigma_x = 0 \qquad /22/$$

$$\sigma_y = \sigma_q\ m_2^2 \qquad /23/$$

$$\sigma_z = \sigma_q\ m_3^2 \qquad /24/$$

$$\tau_x = \sigma_q\ m_2 m_3 \qquad /25/$$

$$\tau_y = 0 \qquad /26/$$

$$\tau_z = 0 \qquad /27/$$

Jeżeli wprowadzimy do równania /7/ wzory /17/, /22/, /23/, /24/ oraz do równania /8/ wzory /18/, /22/, /23/, /24/, to otrzymamy układ dwóch równań z dwiema niewiadomymi a_{11} i a_{12}, skąd:

$$a_{11} = \frac{\varepsilon_q\ /m_2^4 - m_3^4/\ +\ \varepsilon_r\ /m_2^2 n_2^2\ -\ m_3^2 n_3^2/}{\sigma_q\ /m_2^4\ -\ m_3^4/} \qquad /28/$$

oraz

$$a_{12} = \frac{\varepsilon_r /m_2^2 n_3^2\ -\ m_3^2 n_2^2/}{\sigma_q\ /m_3^4\ -\ m_2^4/} \qquad /29/$$

Podstawiając do równania /9/ wzory /19/ i /25/ otrzymujemy:

$$a_{44} = \frac{2\ /\ \varepsilon_q m_2 m_3\ +\ \varepsilon_r n_2 n_3/}{\sigma_q\ \cdot\ m_2 m_3} \qquad /30/$$

Jeżeli do równania /6/ podstawimy zależności /16/, /22/, /23/ oraz /24/, to otrzymamy dodatkowe równanie, określające stałą a_{12}, które można traktować jako kontrolne.

Podane przykładowo dla kąta $\varphi = 30^{\circ}$ wzory /28/, /29/, /30/ przyjmują postać /wartości cos. kierunkowych podano w tablicy 2 pracy [1] :

$$a_{11} = \frac{\varepsilon_q}{\sigma_q} \qquad /31/$$

$$a_{12} = \frac{\varepsilon_r}{\sigma_q} \qquad /32/$$

$$a_{44} = \frac{2\,/\varepsilon_q - \varepsilon_r/}{\sigma_q} \qquad /33/$$

Techniczne stałe materiałowe E, ν, G można wyznaczyć ze wzorów /31 - 33/ po podstawieniu relacji /12-14/.

4. Zakończenie

1. Jak wynika z przeprowadzonych rozważań, trzy niezależne stałe materiałowe materiałów charakteryzujących się trzema protopadłymi, jednakowymi płaszczyznami symetrii sprężystej można wyznaczyć na podstawie badań w jednokierunkowym stanie naprężenia przy użyciu pojedyńczej próbki prostopadłościennej, wyciętej pod pewnym kątem do jednej z tych płaszczyzn.
2. Ze względów obliczeniowych najkorzystniejszym kątem nachylenia osi głównej próbki względem jednej z płaszczyzn symetrii sprężystej badanego materiału jest kąt 30° lub 60° /nie można natomiast ze względów obliczeniowych używać próbki nachylonej pod kątem 45°/.

LITERATURA

[1] Radzik B.: Metoda określania stałych materiałowych materiałów transwersalnie izotropowych w oparciu o tensometryczne badania próbek prostopadłościennych ściskanych jednokierunkowo.Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, Górnictwo z.83, Gliwice 1977.

[2] Radzik B., Szuścik W.: Określanie stałych materiaływych materiałów anizotropowych dla obliczania wytężenia węgla i skał otaczających. Referaty. Część I. IV Zimowa Szkoła Mechaniki Górotworu. Wisła-Jawornik, luty 1977.

[3] Szuścik W., Kuczyński J., Wytrzymałość Materiałów /Mechnika ciała odkształcalnego i rzeczywistego/. Część I. Skrypt Politechniki Śląskiej, Gliwice 1974.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОСТОЯННЫХ МАТЕРИИ ДЛЯ МАТЕРИАЛОВ ОТЛИЧАЮЩИХСЯ ТРЕМЯ /НЕЗАВИСИМЫМИ/ ПОСТОЯННЫМИ МАТЕРИИ, НА ОСНОВЕ ТЕНЗОМЕТРИЧЕСКИХ ИСПЫТАНИЙ ПАРАЛЛЕПИПЕДНЫХ ОБРАЗЦОВ ПОДДАВАЕМЫХ ОДНООСНОМУ СЖАТИЮ

Резюме

В статье рассматривается способ определения трех постоянных материи при помощи одного, особенно сориентированного параллепипедного образца испытываемого в одноосном состоянии напряжений.

DETERMINING MATERIALS CONSTANTS FOR MATERIALS WITH THREE INDEPENDENT CONSTANS DERIVED FROM TENSOMETRIC TESTING OF CUBICOIDAL SAMPLES COMPRESSED UNIDIRECTIONALLY.

Summary

The paper presents a means of determining materials constants by use of one particularly oriented cubicoidal sample tested in unidirectional strain.