

Norbert Musioł

STATYSTYCZNA ANALIZA ZMIENNOŚCI KOSZTÓW
PRODUKCJI GORNICZEJ

Streszczenie: W artykule zbudowano model kosztów produkcji wyjaśniony wielkością majątku trwałego i zatrudnienia. Oszacowany model wykorzystano jako narzędzie predykcji.

1: Uwagi wstępne

Ekonometryczna analiza kosztów produkcji górniczej koncentruje się na budowie modeli przyczynowo-opisowych, które wyjaśniają mechanizm wpływu pewnych czynników o charakterze ekonomicznym, technologicznym i organizacyjnym na ich poziom /2/ /5/.

Celem niniejszej pracy jest poznanie pewnych czynników istotnie oddziałujących na proces kształtowania się kosztów produkcji, jak również poznanie ich wpływu na przebieg badanego zjawiska. Proces produkcji materialnej ulega przeobrażeniom w czasie, co wyraża się między innymi zmianami związków ilościowych pomiędzy czynnikami oddziałującymi na przebieg procesu produkcji a wynikami tego procesu - kosztami. Z punktu widzenia rozpoznawania skali tych zmian niezbędne jest przeprowadzenie odpowiedniej analizy ilościowej. Pokazano również, że oszacowany model może służyć jako narzędzie predykcji.

Pośród ogółu czynników o charakterze obiektywnym i subiektywnym wpływających na wielkość kosztów produkcji górniczej, ich ekonometryczna analiza obejmuje jedynie czynniki wymierne, pomijając szereg istotnych czynników nie dających się ująć liczbowo.

W opracowaniu ograniczono się do analizy kosztów opartej na czynnikach wymiernych.

Dane empiryczne pochodzą z grupy 30 kopalń Górnosląskiego Zagłębia Węglowego i obejmują lata 1963-1975. Zestaw zmiennych objaśniających model przyczynowo-popisowy obrazujący mechanizm kształtowania się kosztów produkcji górniczej obejmuje wielkość majątku trwałego biernego, wielkość majątku trwałego czynnego oraz zatrudnienie.

2: Budowa i estymacja parametrów modelu kosztów jednostkowych

Punktem wyjściowym naszego postępowania będzie model addytywny kosztów oparty na liniowej funkcji postaci:

$$K_t = \sum_{k=0}^K a_k x_{kt} + \{t \quad /1/$$

gdzie:

- K_t - wartość kosztów w roku t / $t = 1, 2, \dots, T$,
 X_{kt} - wartość k -tego czynnika produkcji w roku t ,
 a_k - parametry strukturalne modelu,
 ξ_t - składnik losowy,
 $X_{0t} = 1$, więc a_0 to wyraz wolny.

Uwzględniając zestaw zmiennych objaśniających przyjętych do analizy, model kosztów jednostkowych przybierze postać:

$$K_t = a_0 + a_1 X_{1t} + a_2 X_{2t} + a_3 X_{3t} + \xi_t \quad /2/$$

W wyniku zastosowania klasycznej metody najmniejszych kwadratów otrzymano:

$$K_t = 149.45 + 20.16 X_{1t} + 25.10 X_{2t} + 85.15 X_{3t} + \varepsilon_t \quad /3/$$

/20.173/ /2.808/ /3.720/ /7.291/ /4.030/

gdzie:

- X_{1t} - wartość majątku trwałego biernego netto w roku t ,
 mld zł,
 X_{2t} - wartość majątku trwałego czynnego netto w roku t ,
 mld zł,
 X_{3t} - liczba przepracowanych pracownikodniówek, mln, w roku t .

Oprócz estymacji parametrów strukturalnych funkcji kosztów oszacowano parametry struktury stochastycznej mówiące o rzędzie dokładności, z jaką przyjęta funkcja aproksymuje dane rzeczywiste. W tym celu obliczono wariancje i odchylenia standardowe składnika losowego, współczynnik zbieżności, współczynnik korelacji wielorakiej oraz współczynnik zmienności losowej, których wielkości kształtują się następująco:

$$S_\varepsilon^2 = 16.31; \quad S_\varepsilon = 4.03; \quad \varphi^2 = 0.3996; \quad R_w = 0.7742; \quad V = 0.01344$$

Weryfikacji istotności wartości ocen parametrów strukturalnych modelu dokonano w oparciu o test Studenta. Obliczone wartości statystyki t_k - Studenta odpowiednio wynoszą:

$t_0 = 7.408$, $t_1 = 7.179$, $t_2 = 6.768$ i $t_3 = 11.670$. Oceny parametrów a_k / $k = 0, 1, 2, 3$ / są statystycznie istotne dla poziomu istotności $\alpha = 0.001$: $t_\alpha = 3.707$ dla $n-k=30-4=26$ stopni swobody / t_α - z tablic rozkładu Studenta/ [6].

Obliczone wartości statystyki Studenta t_k /dla $k = 0, 1, \dots, 3$ / zgodnie z relacją

$$P \left\{ |t_k| \geq t \right\} = \alpha \quad k = 0, 1, 2, 3$$

pozwalają na odrzucenie hipotezy zerowej H_0 o statystycznej nieistotności wyznaczonych parametrów strukturalnych modelu.

Wyznaczone wartości współczynnika zbieżności $\varphi^2 = 0,3996$ oraz oceny odchylenia standardowego składnika losowego $S_{\varepsilon t} = 4,030$ pozwalają na stwierdzenie, że model /3/ stosunkowo dobrze oddaje mechanizm oddziaływania analizowanych czynników na koszty jednostkowe produkcji górniczej.

3: Weryfikacja stabilności parametrów strukturalnych modelu

Jeżeli chcemy stwierdzić, czy w badanym okresie nastąpiły pewne zmiany w relacji pomiędzy czynnikami a kosztami produkcji, to zagadnienie sprowadza się do badania stałości parametrów strukturalnych w czasie. Stabilność ocen parametrów strukturalnych modelu poddano weryfikacji testem Chowa [1].

Zgodnie z wymogami testu badany okres, obejmujący T lat dzielimy na dwa rozłączne podokresy, z których pierwszy obejmuje n_1 , drugi n_2 lat przy czym $n_1 + n_2 = T$:

Jako graniczny obrano rok 1970, w którym wystąpiła znaczna zmiana wartości kosztów mogąca mieć wpływ na brak stabilności parametrów strukturalnych w czasie:

Liczba lat w wydzielonych podokresach musi być większa od liczby występujących w modelu parametrów, czyli $n_1 > K + 1$ oraz $n_2 > K + 1$: Na podstawie obserwacji z całego okresu oraz z dwóch podokresów szacujemy parametry strukturalne tego samego modelu /1/:

Wyniki estymacji metodą najmniejszych kwadratów modelu /1/ ze zmiennymi objaśniającymi x_1 , x_2 oraz x_3 na bazie danych statystycznych dotyczących badanych podokresów przedstawiono poniżej:

Tabela 1

Wyniki estymacji liniowych funkcji kosztów

Podokres	Oszacowane funkcje kosztów
1963-1970 I	$\hat{K}_t^I = 21,30 X_{1t} + 26,60 X_{2t} + 82,84 X_{3t} + 139,81 + \varepsilon_t$ /4/ /1.360/ /1.708/ /6.332/ /8.005/ /1.000/
1971-1975 II	$\hat{K}_t^{II} = 16,49 X_{1t} + 20,31 X_{2t} + 92,67 X_{3t} + 176,44 + \varepsilon_t$ /5/ /0,9970/ /1,631/ /2,821/ /1,791/ /1,8384/

W obu wyżej oszacowanych funkcjach kosztów wyznaczone parametry struk-

turalne są istotne na poziomie istotności $\alpha = 0,001$. Oceny parametrów struktury stochastycznej przedstawiono w tabeli 2:

Tabela 2

Ocena parametrów struktury stochastycznej
w dwóch rozłącznych podokresach

Podokres	$S^2 \varepsilon_t$	$S \varepsilon_t$	φ^2	R_w	V
I	3.3800	1.0384	0.3148	0.6277	0.006592
II	1.003	1.000	0.15103	0.9213	0.0030

Weryfikowaną hipotezą statyczną jest hipoteza H_0 , która głosi, że wektory parametrów strukturalnych w obu rozłącznych podokresach są równe. Hipotezę alternatywną stanowi twierdzenie o różnych wartościach wektorów parametrów strukturalnych. Narzędziem weryfikacji hipotezy H_0 jest statystyka F będąca zmienną losową, która przy założeniu prawdziwości hipotezy H_0 ma rozkład F . Fishera-Snedecora odpowiednio o $k + 1$ oraz $n_1 + n_2 - 2 / k + 1 /$ stopniach swobody.

$$F = \frac{\frac{1}{k+1} Q_{+3}}{\frac{Q_2}{n_1 + n_2 - 2 / k + 1 /}} \quad /6/$$

gdzie:

$$Q_{+1} = \sum_{t=1}^T / \hat{K}_t - \hat{K}_t^I / ^2 \quad /7/$$

$$Q_2 = \sum_{t=1}^{n_1} / \hat{K}_t - \hat{K}_t^I / ^2 + \sum_{t=n_1+1}^T / \hat{K}_t - \hat{K}_t^{II} / ^2 \quad /8/$$

$$Q_3 = Q_{+1} - Q_2 \quad /9/$$

Obszar krytyczny testu przy przyjętym poziomie istotności wyznaczony będzie przez zbiór wartości F takich, że $F \geq F_{\alpha}$ dla $k + 1$ i $n_1 + n_2 - 2 \times / k + 1 /$ stopni swobody.

Jeżeli F obliczone według wzoru /6/ znajdzie się w obszarze krytycznym to odrzucimy na poziomie istotności hipotezę głoszącą, że parametry strukturalne modelu /1/ w obu wyróżnionych podokresach są takie jak w całym ba-

danym okresie, na rzecz hipotezy, że parametry te różnią się nieprzypadkowo. Jeżeli F nie znajdzie się w obszarze krytycznym, to nie ma podstaw do porzucenia hipotezy H_0 .

Po podstawieniu do wzorów /7/, /8/ i /9/ zaobserwowanych i teoretycznych wartości zmiennej endogenicznej otrzymano

$$Q_{.1} = 6999,42 ; Q_{.2} = 1060,02 ; Q_{.3} = 5939,4$$

Obliczono wartość statystyki $F = 7,004$, a odczytana z tablic rozkładu F Snedecora wartość krytyczna / na poziomie istotności $\alpha = 0,05$ / wynosi $F_a = 5,19$. Ponieważ zachodzi związek

$$P \{ F \geq F_a \} = \alpha$$

hipotezę H_0 odrzucono:

Powyższe wyniki upoważniają do wniosku, że wektory ocen parametrów strukturalnych modelu w dwóch rozpatrywanych podokresach istotnie różnią się między sobą. Oznacza to, że inne były relacje pomiędzy wzrostem wartości kosztów produkcji kopalni, a przyrostem majątku trwałego biernego i czynnego oraz zatrudnienia w latach 1963-1970 i w latach 1971-1975. Wykrycie zachodzących w czasie tendencji zmian tych relacji jest dalszym celem badań.

Funkcję kosztów produkcji /1/ szacujemy na podstawie danych przekrojowych dotyczących określonego momentu czasu t / $t=1,2,\dots,T$ /. Powtarzając procedurę estymacyjną T razy, otrzymujemy szeregi wartości a_k ocen parametrów α_k zaobserwowane dla kolejnych lat, na podstawie których szacujemy model tendencji rozwojowej ocen parametrów:

Model /1/ przy braku stabilności parametrów strukturalnych w czasie przyjmie postać:

$$K_t = \sum_{k=0}^K i_k /t/ \cdot X_k + \xi_t \quad /10/$$

Podstawą estymacji parametrów strukturalnych modelu /1/ były przekrojowe dane statystyczne dla kolejnych lat 1963-1975. Dla każdego roku wykorzystano informacje dotyczące kosztów jednostkowych produkcji, majątku trwałego, biernego i czynnego oraz zatrudnienia trzydziestu kopalń. Wyniki estymacji liniowych funkcji kosztów produkcji w kolejnych latach okresu 1963 - 1975 przedstawiono w tabeli 3:

Tabela 3

Lata	Linijowe funkcje kosztów jednostkowych oszacowane na podstawie danych przekrojowych
1963	$K_{1i} = 23.15 X_{1i} + 28.92 X_{2i} + 78.15 X_{3i} + 125.67$
1964	$K_{1i} = 22.50 X_{1i} + 28.13 X_{2i} + 74.90 X_{3i} + 131.59$
1965	$K_{1i} = 21.79 X_{1i} + 27.21 X_{2i} + 77.95 X_{3i} + 138.28$
1966	$K_{1i} = 21.53 X_{1i} + 26.92 X_{2i} + 81.20 X_{3i} + 145.30$
1967	$K_{1i} = 21.56 X_{1i} + 26.85 X_{2i} + 83.10 X_{3i} + 144.03$
1968	$K_{1i} = 20.94 X_{1i} + 26.15 X_{2i} + 86.35 X_{3i} + 141.41$
1969	$K_{1i} = 20.25 X_{1i} + 25.28 X_{2i} + 94.90 X_{3i} + 141.17$
1970	$K_{1i} = 18.75 X_{1i} + 23.40 X_{2i} + 86.20 X_{3i} + 151.06$
1971	$K_{1i} = 17.77 X_{1i} + 22.24 X_{2i} + 88.20 X_{3i} + 170.59$
1972	$K_{1i} = 17.21 X_{1i} + 21.51 X_{2i} + 91.70 X_{3i} + 175.88$
1973	$K_{1i} = 16.36 X_{1i} + 20.39 X_{2i} + 94.00 X_{3i} + 178.95$
1974	$K_{1i} = 15.80 X_{1i} + 19.08 X_{2i} + 94.12 X_{3i} + 178.00$
1975	$K_{1i} = 15.33 X_{1i} + 18.33 X_{2i} + 95.33 X_{3i} + 178.80$

Analizując funkcje kosztów dla poszczególnych lat badanego okresu, zaznacza się istnienie wyraźnych trendów współczynników a_1 , a_2 oraz a_3 przy zmiennych objaśniających x_1 , x_2 i x_3 oraz wyrazu wolnego a_4 . Na podstawie zamieszczonych w tabeli 3 szeregów wartości ocen parametrów strukturalnych przy zmiennych objaśniających X_1 , X_2 i X_3 metodą najmniejszych kwadratów oszacowano liniowe funkcje trendu f_1/t , f_2/t i f_3/t , natomiast w wyniku analizy tendencji rozwojowej w latach 1963-1975 wyrazu wolnego a_4 wyznaczono potęgową funkcję trendu f_4/t .

Linijowe modele tendencji rozwojowej współczynników a_1 , a_2 i a_3 przyjmują postać

$$f_k / t = b_{k1} t + b_{k0} \quad /11/$$

dla $k = 1, 2, 3$:

natomiast dla a_4 model tendencji rozwojowej ma postać

$$f_4 / t / = c_1 t^2 + c_0 \quad /12/$$

W tabeli 4 zamieszczono oszacowane modele tendencji rozwojowej:

Tabela 4

Modele tendencji rozwojowej współczynników
funkcji kosztów z tabl.3

Lp.	Oszacowane modele funkcji rozwojowej	S^2	S	φ^2	R_w	V
1:	$f_1 / t / = - 0,888 t + 23,99$	0,7165	0,8464	0,0492	0,9710	0,0279
2:	$f_2 / t / = - 1,110 t + 29,97$	0,8310	0,9115	0,0916	0,9530	0,0361
3:	$f_3 / t / = - 1,350 t + 77,78$	0,6770	0,8227	0,2280	0,8770	0,0305
4:	$f_4 / t / = - 131,3 t + 0,135$	0,8740	0,9348	0,0989	0,9480	0,0062

Na podstawie danych z tabeli 3 i 4 funkcję kosztów obrazującą relacje pomiędzy kosztami produkcji a wartością majątku trwałego biernego i czynnego oraz liczbę zatrudnionych w kopalniach można przedstawić:

$$K_t = -0,388 t + 23,99/x_{1t} + -1,110t + 29,97/x_{2t} + / 1,350t+77,78/x_{3t} + \\ + 131,3 t^{0,135} + \epsilon_t \quad /13/$$

Parametry struktury stochastycznej wyznaczonej funkcji przedstawiono poniżej:

$$S_{\epsilon}^2 = 5,8008 ; S_{\epsilon} = 2,4084 ; \varphi^2 = 0,1421 ; R_w = 0,9258 ; V = 0,00803$$

W latach 1963-1975 wpływ przyrostu majątku trwałego biernego i czynnego na wzrost kosztów jednostkowych wydobycia charakteryzował się trendem malejącym, natomiast przyrost kosztów na skutek wzrostu zatrudnienia wykazuje tendencję rosnącą.

4: Prognoza w oparciu o wyznaczony model kosztów

Porównując wariancję zaobserwowanych wartości reszt równania /5/ i /13/, oceniono, czy różnice między tymi wariancjami są istotne, czy też przypadkowe. Posłużono się testem F: Stosunek dwóch wariancji

$$F = \frac{\frac{S_1^2}{2}}{\frac{S_2^2}{2}} = \frac{5:8008}{1:003} = 5:78$$

Z tablic F [6] widzimy, że wartość krytyczna stosunku dwóch wariancji wynosi przy $2\alpha = 0:10$ $F_t = 5:91$

Ponieważ $F_t > F$, wnioskujemy, że dwie analizowane wariancje różnią się w sposób przypadkowy. Nie ma wobec tego podstaw sądzić, że funkcja /5/ opisuje dokładniej od funkcji /13/ kształtowanie się kosztów jednostkowych. Aby przekonać się, który z szacowanych modeli może być dobrym predyktorem, zbudowano prognozy na lata 1973-1975, a następnie zestawiono je z faktycznymi realizacjami zmiennej prognozowanej /tab.5/.

Tabela 5

Lata	$K_1/p/$	$K_2/p/$	K	$K-k_1/p/$	$K-k_2/p/$	$/K-k_1/p/ /^2$	$/K-k_2/p/ /^2$
1973	332.43	333.18	336.65	4.22	3.47	17,8	12.04
1974	332,91	335.91	336.86	3,97	0,07	15,76	0,94
1975	333,06	338,03	339.79	6.73	1,76	45,29	3,09
			Σ	14.92	6:20	78,85	16.07
			\bar{P}	4,97	2,066	$S_{p1} = 5:126$	$S_{p2} = 2:314$

Miernikami rzędu dokładności predykcji ex post, jakimi się posłużono, są średnia arytmetyczna błędów prognozy

$$\bar{p} = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m /K-k/p/ /^2 \quad j = 1,2,3 \quad /14/$$

oraz błąd średni prognozy

$$S_p = \sqrt{\frac{1}{m} \sum_{j=1}^m /K-k/p/ /^2} \quad /15/$$

Niższą wartość średniej arytmetycznej błędów prognozy wykazuje model /13/: Przeciętnie rzecz biorąc, wyznaczone prognozy są nieco zaniżone. Wartość błędu średniego prognozy $S_{p2} = 2.314$ jest ponad dwukrotnie niższa od S_{p1} i nieznacznie niższa od odchylenia standardowego składnika resztowego modelu /13/. Uzyskane wyniki wykazują większą przydatność modelu /13/ dla

celów prognostycznych:

Znajomość równania kosztów /13/ pozwala na dokonywanie prognoz, gdy założymy określone wartości zmiennych niezależnych w okresie na który sporządza się prognozę. Funkcja ta nadaje się do prognozy, jeśli a priori można przesądzić, iż w przyszłości nie ulegną istotnej zmianie wcześniej oszacowane parametry α_i .

Jednym ze sposobów znalezienia wartości zmiennych objaśniających w okresie prognozowanym jest oparcie się na trendach zmiennych objaśniających. Wartości tych trendów w okresie T przyjmujemy za oceny wartości zmiennych objaśniających modelu kosztów w okresie prognozowanym [4].

W celu wyznaczenia wartości prognozowanych zmiennych niezależnych

$X_{1,T}$, $X_{2,T}$ i $X_{3,T}$, w oparciu o analizę danych empirycznych, oszacowano metodą najmniejszych kwadratów funkcje liniowe:

$$X_{i,t} = a_i + b_i t + \varepsilon_{i,t} \quad i = 1, 2, 3 \quad /16/$$

gdzie:

$X_{i,t}$ - zaobserwowane wartości zmiennych, $i = 1, 2, 3$,

t - zmienna czasowa,

a, b , - parametry strukturalne

ε_t - odchylenia wartości X_t od wartości wynikających z oszacowania funkcji trendu $\hat{X}_t = a + bt$.

Oszacowane funkcje trendu majątku trwałego biernego X_1 , majątku trwałego czynnego X_2 oraz zatrudnienia X_3 przedstawiono poniżej.

$$X_{1,t} = 0.62273 + 0.02759 t + e_t ; \quad S_e = 0.03412 \quad /17/$$

$$/0.02207 / \quad /0.003241 /$$

$$X_{2,t} = 0.5313 + 0.02223 t + e_t ; \quad S_e = 0.0255 \quad /18/$$

$$/0.04820 / \quad /0.00707 /$$

$$X_{3,t} = 1.29103 + 0.003009 t + e_t ; \quad S_e = 0.04628 \quad /19/$$

$$/0.02987 / \quad /0.004387 /$$

Porównując wartości ocen parametrów z ich błędami średnimi szacunku, zauważamy, że oprócz oceny stojącej przy t w równaniu /19/ wszystkie kilkakrotnie przewyższają wielkość swych błędów. Stosunkowo niskie oceny odchy-

lenia standardowego składowa losowego pozwalają na stwierdzenie, że wyznaczone funkcje dobrze opisują kształtowanie się analizowanych zmiennych.

W oparciu o oszacowane funkcje trendu /17/, /18/ i /19/ wyznaczono prognozy dla okresu T = 1975 - 1980 z równań:

$$X_{i,T}^{/p/} = a_i + b_i T \quad i = 1,2,3 \quad /20/$$

Średni błąd predykcji ex ante prognozy dla okresu T wyznaczono [3]:

$$S_T^{/p/} = \sqrt{\left[D^2/a + D^2/b : T^2 + \text{cov}/a, b/T : 4S_e^2 \right]} \quad /21/$$

Wyznaczone prognozowane wielkości zmiennych oraz ich średnie błędy predykcji przedstawiono w tabeli 6:

Tabela 6

Wartości prognozowane majątku trwałego biernego, czynnego i zatrudnienia oraz ich błędy średnie predykcji $S_T^{/p/}$

		1976	1977	1978	1979	1980
Majątek trwały bierny	$X_1^{/p/}$	0,9813	1,0089	1,0365	1,0641	1,0917
	$S_{1,T}^{/p/}$	0,0422	0,0441	0,0461	0,0482	0,0504
Majątek trwały czynny	$X_2^{/p/}$	0,8202	0,8425	0,8647	0,8889	0,9092
	$S_{2,T}^{/p/}$	0,0315	0,0329	0,0344	0,0360	0,0377
Zatrudnienie	$X_3^{/p/}$	1,330	1,333	1,336	1,339	1,342
	$S_{3,T}^{/p/}$	0,0572	0,0597	0,0624	0,0652	0,0683

Podstawiając w równaniu /13/ za t wartości 14, ..., 18, otrzymać można wartości prognozowane funkcji kosztów dla okresu 1976-1980.

$$1976 \quad 11:56 X_{1t} + 14:43 X_{2t} + 96:68 X_{3t} + 187:59 = K^{/p/}$$

$$1977 \quad 10:67 X_{1t} + 13:32 X_{2t} + 98,03 X_{3t} + 189:20 = K^{/p/}$$

$$1978 \quad 9:79 X_{1t} + 12:21 X_{2t} + 99:30 X_{3t} + 190:91 = K \quad /p/$$

$$1979 \quad 8:90 X_{1t} + 11:10 X_{2t} + 100:73 X_{3t} + 192:48 = K \quad /p/$$

$$1980 \quad 8,01 X_{1t} + 10:0 X_{2t} + 102:08 X_{3t} + 193:93 = K \quad /p/$$

Podstawiając do wyżej wyznaczonych równań wartości prognozowane majątku trwałego biernego, czynnego i zatrudnienia /tab.6/, obliczono prognozy kosztów jednostkowych w latach 1976-1980, które przedstawiono poniżej /tabl.7 /:

Tabela 7

Prognozy kosztów jednostkowych produkcji górniczej

	1976	1977	1978	1979	1980
K_T /p/	338.01	340:48	342:79	344:96	347:01

5: Uwagi końcowe

Przeprowadzona statystyczna analiza kształtowania się kosztów produkcji może być wykorzystana w praktyce przy rozwiązywaniu m.in. następujących zadań:

- Ocena wpływu przyjętych zmiennych objaśniających na kształtowanie się poziomu kosztów. Wykorzystać w tym celu można współczynniki elastyczności dla ustalenia zmian poziomu kosztów wywołanych przyrostem wartości określonej zmiennej.
- Planowanie poziomu kosztów: Znając przewidywany w przyszłości poziom zmiennych objaśniających, można ustalić wartość prognozy kosztów produkcji na podstawie oszacowanego modelu /tab.7./

Na podstawie przeprowadzonej analizy otrzymane wyniki można wykorzystać przy podejmowaniu decyzji planistycznych dotyczących kosztów na dalsze okresy czasu:

LITERATURA

- [1] Chow G.C.: Test of Equality Between Sets of Coefficients in Two linear Regressions, "Econometrica", 1960.
- [2] Gomuła St.: Ekonometryczna metoda określania kosztów własnych w projektowaniu kopalń węgla kamiennego. Projekty - Problemy. Biuletyn Biura Projektów Przemysłu Węglowego, Katowice, 1969/5, s.33
- [3] Pawłowski Z.: Teoria prognozy w gospodarce socjalistycznej. PWE, Warszawa 1971.
- [4] Pawłowski Z.: Prognozy ekonometryczne. PWN, Warszawa 1973
- [5] Pawłowski Z., Barczak A., Jakubczyk T.: Ekonometryczna analiza kosztów - kilka wyników empirycznych z kopalnictwa rud żelaza. Przegląd Statystyczny 1965/4.
- [6] Volk W.: Statystyka stosowana dla inżynierów. Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa.

СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ СМЕННОСТИ РАСХОДОВ
ПРОДУКЦИИ ГОРНОГО ПРЕДПРИЯТИЯ

Резюме

В статье даётся модель расходов продукции, которая объясняется величиной долговечного имущества и занятости. Оценка модели использовалась как средство продукции.

STATISTICAL ANALYSIS OF THE VARIATION OF COSTS
OF COAL MINING PRODUCTION

Summary

The model of costs of production explained by the magnitude of fixed assets and employment was set up in the paper. The estimated model was used as a tool of prediction.