

Norbert MUSIOŁ
Zygmunt LECYBIL

METODA PROGNOZOWANIA ROZKŁADU WIELKOŚCI WYDOBYCIA
WĘGLA WEDŁUG GŁĘBOKOŚCI EKSPLOATACJI

Streszczenie: W artykule podano model rozkładu wielkości wydobycia węgla kamiennego według głębokości eksploatacji, który posłużył do wyznaczania prognoz wydobycia. Przy pomocy modelu można dokonać prognozy zmian w czasie udziału wydobycia z dowolnego przedziału głębokości i przestrzennego rozkładu wydobycia dla dowolnego, niezbyt odległego w czasie roku t_1 . Zamieszczono przykład obliczeń dla głębokości 500-600 m.

1. Wstęp

W czasopiśmiennictwie naukowym dotyczącym przedmiotu badań spotyka się próby wyznaczania funkcji wydobycia /1,2,3,4,6,7/ i na ich podstawie określenia wartości prognozowanych. Zazwyczaj jednak wyznaczone modele wydobycia dotyczą wydobycia globalnego /całkowitego/. W artykule podano próbę określenia prognozowanej wielkości wydobycia w zależności od głębokości eksploatacji.

2. Prognoza rozkładu wielkości wydobycia na lata 1976-90

Z rozważań przeprowadzonych w [5] wynika:

1. Rozkład wydobycia węgla kamiennego według głębokości w kolejnych latach można z dużą dokładnością aproksymować rozkładem normalnym $N/h, \sigma$, danym równaniem:

$$u/z/ = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \exp \left[- \frac{|z-h|^2}{2\sigma^2} \right] \quad /1/$$

gdzie:

- $u/z/$ - gęstość udziału wydobycia,
 z - współrzędna głębokości eksploatacji
 σ, h - parametry równania

2. Współczynnik determinacji określający stopień dopasowania krzywej empirycznej w latach 1960-1975 wykazuje stałość w czasie i mały rozrzut wokół wartości średniej, co pozwala przypuszczać, że również w latach następnych rozkład wydobycia będzie podobny do rozkładu normalnego.

3. Parametry rozkładu wydobywania N/h , σ / wykazują wyraźne tendencje rozwojowe, które opisane równaniami:

$$h/t = 338,00698 + 0,40687 t^2 \quad /2/$$

$$/1,23740/ /0,01002/$$

$$\sigma/t = 164,1575 + 0,4285 t \quad /3/$$

$$/1,407/ /0,1455/$$

zapewniają wysoką efektywność predykcji.

Przeprowadzone rozważania pozwalają na obliczenie prognozy udziału wydobywania z dowolnego przedziału głębokości $/z_1, z_2/$ dla dowolnego, niezbyt odległego w czasie roku t , następującym modelem przestrzenno-czasowym:

$$u/z_1, z_2/t = \int_{z_1}^{z_2} \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma/t} \exp \left[- \frac{[z-h/t]^2}{2\sigma^2/t} \right] dz \quad /4/$$

który to model równoważny jest modelowi gęstości udziału

$$u_{z,t} = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma/t} \exp \left[- \frac{[z-h/t]^2}{2\sigma^2/t} \right] \quad /4a/$$

wynikającemu z założonego modelu /1/.

We wzorach /2,3,4 i 4a/ występują następujące oznaczenia:

t - współrzędna czasu $/t = 0$ dla 1959 roku/,

h/t - średnia głębokość w roku t ,

σ/t - odchylenie standardowe w roku t .

Przy pomocy modelu /4/ można dokonać prognozy:

a/ zmian w czasie udziału wydobywania z dowolnego przedziału głębokości $/z_1, z_2/$,

b/ przestrzennego rozkładu wydobywania dla dowolnego, niezbyt odległego w czasie roku t_1 .

ad. a

Ze względu na charakter funkcji całkowanej występującej w modelu /4/, tendencji rozwojowej udziału wydobywania z przedziału głębokości $/z_1, z_2/$ nie da się wyrazić za pomocą funkcji elementarnych. Przy obliczaniu tej całki korzysta się z rozpisania funkcji całkowanej w szereg nieskończony

$$e^{-x^2} = \sum_{l=0}^{\infty} \frac{(-x^2)^l}{l!} \quad /5/$$

stąd analityczna postać równania

$$u/z_1, z_2/ = f/t/ \quad /6/$$

jest wielomianem nieskończonym.

Wartości $u/z_1, z_2/$ dla kolejnych lat obliczać można przy pomocy tablic dystrybuanty standardowego rozkładu normalnego [8].

W tym celu należy:

- obliczyć $h/t/$ i $\sigma/t/$ dla roku t_i zgodnie z wzorami /2/ i /3/
- otrzymane wartości wstawić do modelu /4/,
- przeprowadzić standaryzację zmiennej z ,
- odczytać z tablic wartość $u/z_1, z_2/$ dla roku t_i ,
- powtórzyć cykl dla kolejnych lat.

Wykres tendencji rozwojowej /6/ w rozpatrywanych latach 1960-90 ma różny kształt dla różnych przedziałów głębokości:

- na małych głębokościach /do ok. 400 m/ udział wydobywania asymptotycznie maleje do zera,
- na dużych głębokościach /ponad 700 m/ krzywa stale rośnie, lecz jej nachylenie w początkowym okresie rośnie, a w późniejszym maleje /istnieje punkt przegięcia/,
- wykres dla głębokości średnich posiada maksimum:

Aby obliczyć wariancję predykcji dokonanej modelem tendencji rozwojowej, konieczna jest znajomość macierzy wariancji i kowariancji parametrów strukturalnych modelu i błędu standardowego. W przypadku tendencji określonej modelem /6/ obliczenie macierzy D^2 nie jest możliwe, gdyż z charakteru tej funkcji wynika nieznaną wszytkich parametrów modelu.

Dla oszacowania błędu predykcji musi więc wystarczyć obliczony na podstawie zaszkłości błąd standardowy i współczynnik zbieżności:

Przeprowadzona dla różnych przedziałów głębokości analiza różnic pomiędzy wartościami empirycznymi i obliczonymi modelem /6/, stanowiącym fragment modelu ogólnego /4/, wykazała, że:

- 1/ im większy przedział głębokości /wyższa wartość udziału wydobywania/, tym mniejszy błąd względny,
- 2/ w poszczególnych przedziałach głębokości reszty są małe, lecz systematycznie większe lub mniejsze od zera, co świadczy o trwałych, lokalnych "niedopasowaniach" rozkładu normalnego do empirycznego.

Biorąc to pod uwagę, proponuje się:

- 1/ obliczać prognozy ilościowe tylko dla większych przedziałów głębokości natomiast dla małych przedziałów wyciągać tylko wnioski natury jakościowej;

2/ dla danego przedziału głębokości skorygować obliczoną tendencję rozwojową zmian udziału wydobywania o wartości systematycznego błędu ustalonego na podstawie zaszczości zgodnie ze wzorem:

$$\hat{u}_t = \hat{u}_t + \hat{e}_t \quad /7/$$

gdzie:

\hat{u}_t - poprawiony udział w roku t,

\hat{u}_t - udział obliczony modelem /6/ dla roku t,

\hat{e}_t - błąd systematyczny w roku t

Wartość błędu systematycznego proponuje się obliczać na podstawie tendencji rozwojowej reszt modelu /6/ dla danego przedziału głębokości. W większości przypadków poprawny wynik uzyskuje się, przyjmując model liniowy

$$\hat{e}_t = a_0 + a_1 t \quad /8/$$

i szacując jego parametry metodą najmniejszych kwadratów.

W przypadku małych wartości reszt modelu /6/ lub niskiej korelacji reszt z czasem /relatywnie mała wartość współczynnika regresji w modelu /8/, wystarczająco dobrym przybliżeniem błędu systematycznego jest średnia wartość reszty:

$$\hat{e}_t = \text{const} = \bar{e}_t = \frac{\sum_{i=1}^n e_i}{n} \quad /9/$$

ad: b

Rozkład gęstości udziału wydobywania w prognozowanym roku t_1

$$u_{t_1} = f / z / \quad /10/$$

ma postać rozkładu normalnego $N / h, \sigma /$, a równanie /10/ uzyskuje się wstawiając do modelu /4a/ obliczone dla roku t_1 wartości h/t i σ/t :

Za pomocą modelu /4/ można obliczyć rozdział wydobywania na dowolne przedziały głębokości:

Błąd prognozy średniej głębokości eksploatacji oraz odchylenia standardowego rozkładu określone są wzorami /5/:

$$v_h^2 = s_h^2 / 0,0000096179 t^4 - 0,00179856 t^2 + 1,14658 / \quad /11/$$

$$\text{dla } t > 16$$

$$s_h = 3,232$$

$$v_g^2 = s_g^2 / 0,00294 t^2 - 0,05 t + 1,275 / \quad /12/$$

$$\text{dla } t > 16$$

$$s_g = 2,683$$

Błędy te są niewielkie i do roku 1990 nie przekraczają odpowiednio 1,5 % i 2,5 %. Znacznie większe, lecz trudne do określenia, są błędy udziału wydobywania z poszczególnych przedziałów głębokości. Zależą one od wielkości przedziału, jego średniej głębokości /lokalne "niedopasowanie" rozkładu normalnego do empirycznego/, a także do czasu /wpływ niedokładności h/t i G/t /. W celu zmniejszenia tych błędów proponuje się zastosować postępowanie opisane w punkcie ad a/i wprowadzić w każdym przedziale głębokości poprawkę równą \hat{e}_t . Gdy $\hat{e}_t = \hat{e}_t$ dla wszystkich przedziałów, korygowanie wartości obliczonych modelem /4/ zapewnia sumowanie się udziałów z poszczególnych przedziałów do jedności

$$\sum_{i=1}^n \hat{u}_i = 1$$

gdzie:

u - ilość przedz. głębokości,
 \hat{u}_i - poprawiony udział przedziału i-tego,

gdyż suma poprawek poszczególnych przedziałów obejmujących całą głębokość eksploatacji jest w każdym roku równa zero

$$\sum_{i=1}^n \bar{e}_i = 0$$

3: Przykład wykorzystania modelu /4/ do predykcji

Zastosowanie modelu /4/ do predykcji przedstawiono na przykładzie tendencji rozwojowej udziału wydobywania z przedziału głębokości 500-600 m:

W tabelicy 1 zestawiono rzeczywiste i obliczone modelem /6/ udziały wydobywania z rozpatrywanego przedziału w latach 1960-1975 oraz przedstawiono tok obliczania udziałów poprawionych:

Model tendencji rozwojowej błędów systematycznych /poprawek zmiennych/ ma postać

$$\hat{e}_t = -0,0034 - 0,0001 t$$

Obliczone tym modelem poprawki zestawiono w kolumnie 6 tabl. 1, a w kolumnie 7 podano poprawione udziały wydobywania. Udziały te tylko nieznacznie różnią się od wartości poprawionych poprawką stałą /kolumna 8/

$$\bar{e}_t = -0,004$$

dlatego też tę poprawkę uznano za wystarczającą:

Tablica 1

Porównanie rzeczywistego i obliczonego udziału
wydobycia z przedziału głębokości 500-600 m

Rok	t	udział rzeczywisty u_t	udział obli- czeniowy delem /25/ \hat{u}_t	Reszty /25/ $e_t = u_t - \hat{u}_t$	Poprawka zmiana $\hat{e} = a_0 + a_1 t$	Udział popraw. zmianą \hat{u}_t	Udział poprawiony stałą \hat{u}_t	Reszty modelu poprawionego $e_t = u_t - \hat{u}_t$
1950	1	0,085	0,106	-0,021	-0,003	0,103	0,102	-0,017
	2	0,109	0,107	0,002	-0,004	0,103	0,103	0,006
	3	0,126	0,109	0,017	-0,004	0,105	0,105	0,021
	4	0,104	0,112	-0,008	-0,004	0,108	0,108	-0,004
	5	0,105	0,115	-0,010	-0,004	0,111	0,111	-0,006
	6	0,122	0,119	0,003	-0,004	0,115	0,115	0,007
	7	0,127	0,123	0,004	-0,004	0,119	0,119	0,008
	8	0,142	0,129	0,013	-0,004	0,125	0,125	0,017
	9	0,110	0,135	-0,025	-0,004	0,131	0,131	-0,021
	10	0,134	0,141	-0,007	-0,004	0,137	0,137	-0,003
1970	11	0,130	0,148	-0,018	-0,004	0,144	0,144	-0,014
	12	0,148	0,156	-0,008	-0,005	0,151	0,152	-0,004
	13	0,163	0,165	-0,002	-0,005	0,160	0,161	0,002
	14	0,162	0,173	-0,011	-0,005	0,168	0,169	-0,007
	15	0,175	0,182	-0,007	-0,005	0,177	0,178	-0,003
	16	0,201	0,191	0,010	-0,005	0,186	0,187	0,014

$$\sum_{t=1}^{16} e_t = -0,004$$

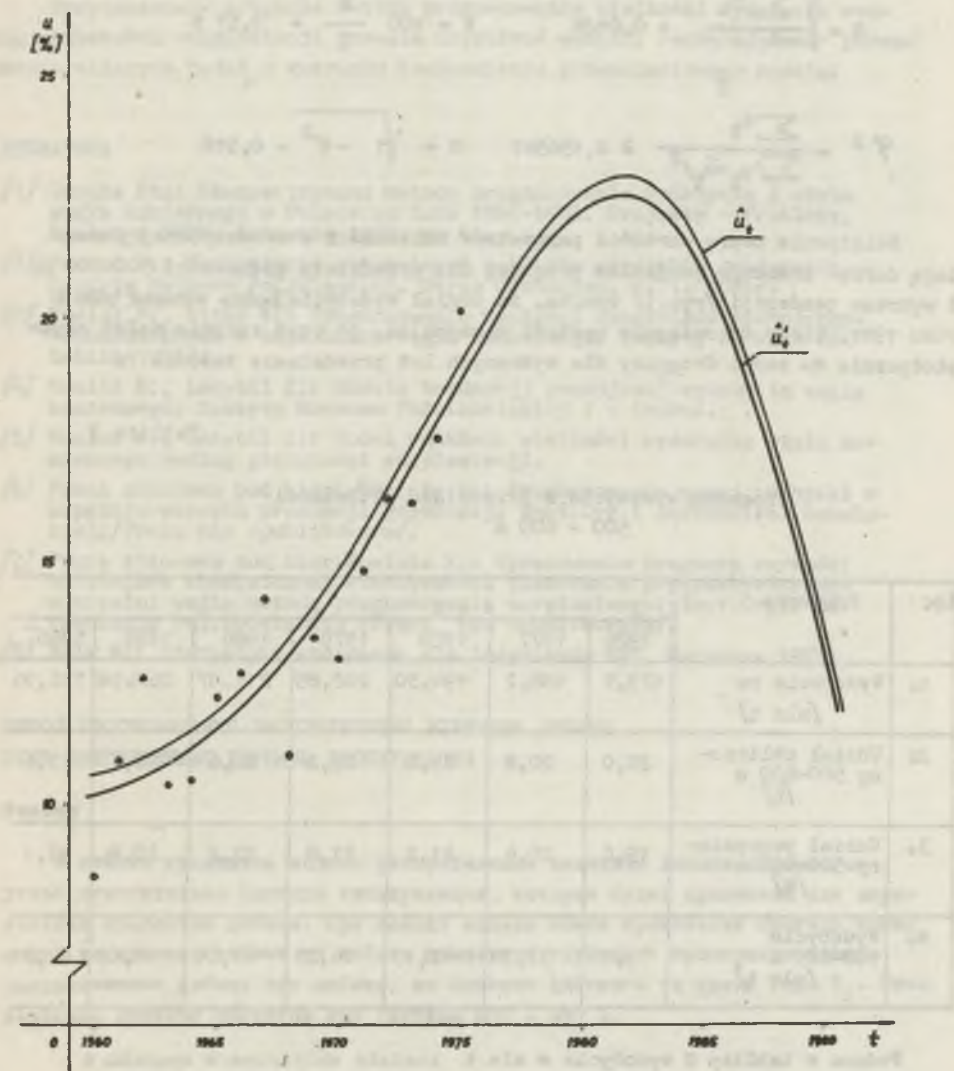
$$\bar{e}_t = -0,00025$$

$$\sum_{t=1}^{16} e_t = -0,068$$

$$\bar{e}_t = -0,00425$$

$$\sum t = 136$$

$$\bar{t} = 8,5$$



Rys. 1. Tendencja rozwojowa udziału wydobycia z przedziału głębokości 500-600 m.

Parametry zmienności stochastycznej poprawionej tendencji rozwojowej wynoszą:

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^n e_t^2}{n-3}} = 0,0128 \quad W = 100 \frac{s}{\bar{u}} = 9,57 \%$$

$$\varphi^2 = \frac{\sum_{t=1}^n e_t^2}{\sum_{t=1}^n (u_t - \bar{u})^2} = 0,156547 \quad R = \sqrt{1 - \varphi^2} = 0,918$$

Relatywnie dobre wartości parametrów zmienności stochastycznej pozwalają darzyć znacznym zaufaniem prognozę dla przedziału głębokości 500-600 m; Z wykresu tendencji /rys.1/ wynika, że udział wydobycia będzie wzrastał tylko do roku 1981, kiedy to osiągnie wartość maksymalną, po czym zacznie maleć asymptotycznie do zera; Prognozy dla wybranych lat przedstawia tablica 2:

Tablica 2

Prognoza wydobycia z przedziału głębokości
500 - 600 m

Lp.	Prognoza	R o k						
		1976	1977	1978	1979	1980	1985	1990
1.	Wydobycie pw [mln t]	179,3	186,2	194,30	202,89	211,87	262,58	322,95
2.	Udział obliczo- ny 500-600 m [%]	20,0	20,8	21,6	22,2	22,6	21,3	13,5
3.	Udział poprawio- ny 500-600 m [%]	19,6	20,4	21,2	21,8	22,2	20,9	13,1
4.	Wydobycie 500-600 m [mln t]	35,14	37,98	41,19	44,23	47,04	54,88	42,31

Podane w tablicy 2 wydobycie w mln t zostało obliczone w oparciu o wyprowadzony w pracy [4] model tendencji rozwojowej wydobycia węgla kamiennego w pw o postaci

$$W = 104,3904 + 1,0611 t + 0,1932 t^2$$

gdzie:

t - czas w latach, $t = 0$ w 1959 r.

W - roczne wydobycie PW [mln t]

Przytoczona w artykule metoda prognozowania wielkości wydobycia według głębokości eksploatacji pozwala uzyskiwać wyniki, zachęcające do prowadzenia dalszych badań w kierunku doskonalenia przedstawionego modelu:

LITERATURA

- [1] Gumuła St.: Ekonometryczne metody prognozowania wydobycia i zbytu węgla kamiennego w Polsce na lata 1966-1985. Projekty - Problemy, Biuletyn BPFW, Katowice 1967, nr 4
- [2] Musioł N.: Wyznaczenie optymalnych nakładów czynników produkcji. Zeszyty Naukowe Pol:Śląskiej. Seria Górnictwo, z:71, 1976r.
- [3] Musioł N., Sitko W.: Prognozowanie wartości wskaźników techniczno-ekonomicznych w kopalniach węgla kamiennego. Zeszyty Naukowe WSI Lublin 1976r.
- [4] Musioł N., Leczybil Z.: Modele tendencji rozwojowej wydobycia węgla kamiennego. Zeszyty Naukowe Pol:Lubelskiej / w druku/.
- [5] Musioł N., Leczybil Z.: Model rozkładu wielkości wydobycia węgla kamiennego według głębokości eksploatacji.
- [6] Praca zbiorowa pod kier: Musioła N.: Prognozowanie nowej techniki w aspekcie wzrostu produkcji górniczej. Inst.Org.i Zarządz:Pol.Lubelskiej./Praca nie opublikowana/.
- [7] Praca zbiorowa pod kier: Musioła N.: Opracowanie prognozy wartości wskaźników ekonomicznej efektywności planowania perspektywicznego w kopalni węgla metodą prognozowania marginalnego. Inst.Org.i Zarządzania Pol.Lubelskiej /Praca nie opublikowana/.
- [8] Volk W.: Statystyka stosowana dla inżynierów WNT, Warszawa 1973.

МЕТОД ПРОГНОЗОВАНИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВЕЛИЧИНЫ ДОБЫЧИ УГЛЯ ОТНОСИТЕЛЬНО ГЛУБИНЫ ЭКСПЛУАТАЦИИ

Резюме

В статье приведена модель распределения величины добычи каменного угля относительно глубины эксплуатации, которая будет применена для определения прогнозов добычи. При помощи модели можно произвести прогноз изменений во времени добычи из любого промежутка глубины и пространственного распределения добычи для любого, не слишком длинного во время года T_1 . Приведенные примеры расчетов для глубины 500 - 600 м.

THE METHOD OF FORECASTING THE DISTRIBUTION OF THE RATE OF OUTPUT ACCORDING TO THE DEPTH OF EXPLOITATION

Summary

This paper presented the model of forecasting the distribution of the rate of output according to the depth of exploitation which served to determinate the forecast of output. Basing on this model, it is possible to forecast the time-variaded rate of output from any range of depths or any spatial distribution of output for any year, not too distant in time. The example of calculations for the depths from 500 - 600m is contained;

Year	Depth (m)	Output (t)	Percentage (%)
1970	500	1200	15.0
1970	550	1800	22.5
1970	600	2400	30.0
1970	650	3000	37.5
1970	700	3600	45.0