

Piotr MAKSELON

OPTIMALNE PLANOWANIE PRZEGLĄDÓW URZĄDZEŃ GÓRNICZYCH
METODĄ PROGRAMOWANIA DYNAMICZNEGO

Streszczenie: W pracy przedstawiono matematyczny algorytm określenia przedziałów czasowych dokonywania przeglądów technicznych, przy których współczynnik technicznego wykorzystania zespołu jest maksymalny.

Nieprzerwana i bezawaryjna praca wszelkich urządzeń pracujących pod ziemią jest warunkiem prawidłowego toku produkcyjnego, jakim jest proces wydobywania węgla. Urządzenia psują się w przypadkowych momentach czasu eksploatacji zespołu. W tych warunkach celem podniesienia niezawodności zespołu urządzeń poddaje się je okresowym przeglądom.

Za kryterium efektywności przeglądów może być przyjęte maksimum współczynnika technicznego wykorzystania zespołu urządzeń W w funkcji zbioru Z , $Z = \{\tau_i, i \in [1, n]\}$, przedziałów czasowych między przeglądami poszczególnych urządzeń τ_i .

$$W / Z / = \frac{T - R/Z/ - t/Z/}{T}$$

gdzie:

T - czas eksploatacji zespołu,

$R/Z/$ - sumaryczne zużycie czasu na wykonanie przeglądów zespołu na odcinku czasu $[0, T]$,

$t/Z/$ - średni czas znajdowania się zespołu w stanie niesprawności na odcinku czasu $[0, T]$.

Celem naszym jest dobrać tak przedziały czasowe między przeglądami poszczególnych urządzeń, przy których w zadanym odcinku czasu eksploatacji współczynnik technicznego wykorzystania zespołu będzie maksymalny.

Załóżmy zatem, że mamy zespół składający się z n urządzeń, z których każde charakteryzuje się czasem dokonywania przeglądu $r_i / i \in [1, n]$ /, oraz współczynnikiem częstotliwości awarii $\lambda_i = \text{const}$. Żądamy określenia przedziałów czasowych pomiędzy przeglądami każdego z urządzeń zespołu τ_i , przy których współczynnik technicznego wykorzystania kompleksu W jest maksymalny.

Dla uproszczenia zagadnienia przyjmujemy następujące założenia:

- a/ w momencie rozpoczęcia eksploatacji wszystkie urządzenia są w idealnym stanie;

- b/ czas przeglądu zespołu jest znikomo mały w porównaniu z czasem eksploatacji;
- c/ prawdopodobieństwo awarii i -tego urządzenia w momencie zakończenia przeglądu jest równe zero;
- d/ urządzenia wchodzące w skład zespołu cechuje wystarczająco wysoka niezawodność;
- e/ przedziały czasowe między przeglądami poszczególnych urządzeń są wielokrotnościami.

Poza tymi założeniami, uporządkujmy urządzenia w takiej kolejności, aby był spełniony warunek $r_i \leq r_{i+1}$.

Założenie /e/ przedstawiamy w postaci:

$$\tau_{i+1} / \tau_i = 1, 2, \dots, T / \tau_n = 1, 2, \dots$$

Liczbę przeglądów i -tego urządzenia w przedziale czasu $[0, T]$ oznaczamy przez p_i gdzie $p_i = T / \tau_i - 1 / T / \tau_i$ jest liczbą całkowitą.

Składową R_i sumarycznego zużycia czasu R/Z na przegląd zespołu określimy jako

$$R_i = r_i / m_i - m_{i+1} / , \quad i \in [1, n-1] , \quad R_n = r_n m_n$$

a zatem sumaryczne zużycie czasu R/Z jest równe:

$$R/Z = r_n / \frac{T}{\tau_n} - 1 / + \sum_{i=1}^{n-1} r_i / \frac{T}{\tau_i} - \frac{T}{\tau_{i+1}} /$$

W następnym etapie musimy określić czas znajdowania się zespołu urządzeń w niesprawnym stanie t/Z w przedziale czasu $[0, T]$

$$t/Z = \sum_{i=1}^n v_i / \tau_i / ,$$

gdzie: $v_i / \tau_i /$ jest to średni czas znajdowania się i -tego urządzenia w stanie niesprawności, przy warunku dokonywania przeglądu z częstotliwością τ_i .

$v_i / \tau_i /$ można określić jako:

$$v_i / \tau_i / = \frac{T}{\tau_i} \int_0^{\tau_i} \lambda_i e^{-\lambda_i s} / \tau_i - s / ds$$

Jeżeli jednak $\lambda_i \tau_i \ll 1$, to $v_i / \tau_i \approx T \lambda_i \tau_i / 2$.

Otrzymamy wtedy

$$t/Z \approx \frac{T}{2} \sum_{i=1}^n \lambda_i \tau_i$$

Szukane wyrażenie dla maksymalnej wartości W^* - współczynnika technicznego wykorzystania zespołu, któremu będzie odpowiadał optymalny ciąg $\{\tau_i\}$ będzie miał zatem postać:

$$W^*/Z = \max_{\tau_i} \left[1 - \frac{1}{T} \left[r_n / \tau_n^T - 1 + \sum_{i=1}^{n-1} r_i / \tau_i^T - \frac{T}{\tau_{i+1}} \right] - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \lambda_i \tau_i \right]$$

Dla rozwiązania tego zagadnienia idealnie nadaje się metoda programowania dynamicznego. W tym celu wprowadzimy dodatkowe zmienne

$$x_i = \tau_{i+1} / \tau_i, \quad x_i = 1, 2, \dots,$$

$$i \in \{1, n-1\}, \quad x_n = T / \tau_n, \quad x_n = 1, 2, \dots$$

Po prostych przekształceniach otrzymamy wyrażenie

$$F^X/X^X = 1 - W^* = \min \left\{ \frac{1}{T} \left[r_n / x_n - 1 + \sum_{i=1}^{n-1} r_i / x_i - 1 + \prod_{p=i+1}^n x_p + \frac{T}{2} \sum_{i=1}^n \lambda_i / \prod_{p=1}^i x_p \right] \right\}, \quad x_i = 1, 2, \dots$$

Rozwiązując dany problem zgodnie z zasadą optymalności Bellmana w drodze n-krokowego procesu tworzymy w pierwszym kroku funkcję

$$f_1 [x_1^* (q_2)] = \min_{x_1} \left[\frac{r_1}{T} q_2 (x_1 - 1) + \frac{T}{2} \frac{\lambda_1}{q_2 x_1} \right]$$

$$x_1 \in [1, \text{entier} (m/q_2)], \quad q_2 \in [1, m], \quad q_2 = \prod_{p=2}^n x_p$$

gdzie:

x_1^* - wartość x_1 , dla której f_1 / q_2 osiąga minimum,

m - górna granica iloczynu $\prod_{i=1}^n x_i$

Można więc jednoznacznie określić $f_1 / q_2 /$ i $x_1^* / q_2 /$ dla dowolnego zbioru x_i ($i \in [2, n]$), $\prod_{i=1}^n x_i \leq m$ rozpatrywanego w poszczególnych krokach.

W drugim kroku utworzymy funkcję

$$f_2(x_2^* (q_3)) = \min_{x_2} \left[\frac{r_2}{T^2} q_3 (x_2 - 1) + \frac{T \lambda_2}{2 q_3 x_2} + f_1(x_1^*(x_2 q_3)) \right].$$

$$x_2 \in [1, \text{entier}(m/q_3)], \quad q_3 \in [1, m], \quad q_3 = \prod_{p=3}^n x_p, \quad q_2 = x_2 q_3$$

Postępując analogicznie w dalszych krokach otrzymamy

$$f_i(x_i^*(q_{i+1})) = \min_{x_i} \left[\frac{r_i}{T^i} q_{i+1} (x_i - 1) + \frac{T \lambda_i}{2 q_{i+1} x_i} + f_{i-1}(x_{i-1}^*(x_i q_{i+1})) \right],$$

$$x_i \in [1, \text{entier}(m/q_{i+1})], \quad q_{i+1} \in [1, m], \quad q_{i+1} = \prod_{p=i+1}^n x_p, \\ q_{i+1} = 1.$$

W kroku n -tym otrzymamy $f_n = F^*$ i $x_n^* = x_n^*$.

Wykorzystując znalezione funkcje $x_i^*(q_{i+1})$, kolejno określimy x_i^* ($i \in [1, n-1]$) przy pomocy zależności

$$x_i^*(q_{i+1} = \prod_{p=i+1}^n x_p^*) = x_i^*.$$

W ten sposób otrzymamy ciąg X^* , a co za tym idzie, ciąg szukanych przedziałów czasowych $\{\tau_i\}$, a dalej współczynnik W^* .

Dla określenia górnej granicy m należy wziąć pod uwagę, że przy zmniejszaniu się r_i zmniejszają się wartości $\tau_i / \max W$, a z kolei wzrasta wielkość $\prod_{i=1}^n x_i$.

Podstawiając zatem $r_1 = r_1$ do równania na wartość współczynnika W , po prostych przekształceniach otrzymamy

$$W^* = \max_{\tau_1} \left[1 - \frac{r_1}{T} \left(\frac{T}{\tau_1} - 1 \right) - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \lambda_i \tau_i \right]$$

a następnie

$$W^* = \max_{x_1} \left[1 - \frac{r}{T} (x_1 - 1) - \frac{T}{2x_1} \sum_{i=1}^n \lambda_i \right]$$

Wyżej przedstawiona metoda pozwala na zaplanowanie przeglądów urządzeń mechanicznych pracujących pod ziemią na określony dowolny przeciąg czasu. Pozwala to prawie wyeliminować nieoczekiwane awarie, a co za tym idzie, nieoczekiwane przestoje. Jeżeli potrafimy określić dla każdego urządzenia danego zespołu czas dokonywania przeglądu oraz współczynnik częstotliwości awarii, to obliczenie optymalnych przedziałów czasowych dokonywania przeglądów zgodnie z przedstawionym algorytmem, jest stosunkowo proste. Najwygodniej jest wykorzystać do tego typu obliczeń maszynę cyfrową i opracować plan dokonywania przeglądów technicznych dla wszelkiego typu urządzeń pracujących pod ziemią.

LITERATURA

[1] Gnedenko B.V., Machmud J.N.: *Techniceskaja kibernetika*, nr 3 s.86-91 1976r.
 [2] Barzilovic E.Ju.: *Avtomatika i Telemechanika*, nr 8 s.175-177, 1969r.
 [3] Burlakov E.A.: *Avtomatika i Telemechanika*, nr 3 s. 170-176, 1978r.
 [4] Bellman R.: *Dynamic Programming*. Princeton, N.J: Princeton Univ. Press, 1957r.

ОПТИМАЛЬНОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ ПРОСМОТРА ГОРНОГО ОБОРУДОВАНИЯ МЕТОДОМ ДИНАМИЧЕСКОГО ПРОГРАМИРОВАНИЯ

Резюме

В статье приводится математической алгоритм определения временных пределов произведения технического осмотра, при котором коэффициент технического использования комплекса является максимальным.

OPTIMAL PLANNING OF THE MINING INSTALLATIONS SURVEYS USING THE METHOD OF DYNAMIC PROGRAMMING.

S u m m a r y

The paper presents the mathematical algorithm of defining the time intervals of technological surveys, at which the technological utilization coefficient of the system is close to maximum.