ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1979

Seria: GÓRNICTWO z. 99 Nr kol. 601

Bernard DRZĘŹLA, Aleksander MENDECKI

LOKALIZACJA PRZESTRZENNA OGNISK WSTRZĄSÓW GÓROTWORU WEDŁUG METODY S-P I WYZNACZANIE PRĘDKOŚCI FAL SEJSMICZNYCH

Streszczenie. W artykule przedstawiono algorytm przestrzennej wersji uogólnionej metody okręgów lokalizacji ognisk wstrząsów w górotworze [1],[2]. Zakładając jednorodność i izotropowość górotworu wyznacza się hipocentra wstrząsów na podstawie różnic czasów wstąpienia na dane stanowisko odpowiadających sobie fal, poprzecznej i podłużnej (S-P), bez uprzedniej znajomości prędkości fal sejsmicznych.
W rozwiązaniu uzyskuje się również wartość parametru $k = \frac{v_P \cdot v_S}{v_P - v_S}$, jako reprezentatywną dla rejonu, z którego pochodzą wstrząsy. Przedstawiono też algorytm, który dla wstrząsów o znanych ogniskach wyznacza średnie wartości prędkości fal sejsmicznych.

1. Wstęp

Stosowane często w praktyce metody lokalizacji ognisk wstrząsów górotworu, takie jak: metoda kierunkowa, hiperbol czy okręgów wyznaczają epicentrum zaistniałego wstrząsu. Metoda kierunkowa, bazująca na znajomości amplitud pierwszego wychylenia fali wstępnej, nawet przy minimalnych błędach odczytu tych wartości daje duże błędy lokalizacji, które zwiększają się z odległością epicentralną lokalizowanego wstrząsu.

Dwie następne, tzn. metoda hiperbol (P), okręgów (S-P), wymagają uprzedniej znajomości wartości prędkości rozchodzenia się fal sejsmicznych w górotworze. Przyjmowanie ich z góry, jako średnich i stałych dla danego rejonu, powoduje określone błędy w przeprowadzonych obliczeniach, ponieważ wskutek niejednorodności i anizotropii górotworu rzeczywista wartość prędkości zależy od odległości epicentralnej, głębokości wstrząsu i azymutu przyjścia fali [3],[4].

Przedstawiony poniżej algorytm oparty jest na uogólnionej metodzie S-P poziomej lokalizacji ognisk wstrząsów górotworu, przedstawionej w pracy [2]. Na podstawie danych różnic czasów wstąpienia odpowiadających sobie fal S i P na co najmniej 4 stanowiska sejsmometrów wyznacza on hipocentra

wstrząsów, nie wymagając przy tym uprzedniej znajomości prędkości fal sejsmicznych oraz określa wielkość parametru $k = \frac{v_P \cdot v_S}{v_P - v_S}$, charakterystyczną dla rejonu, z którego pochodzą analizowane wstrząsy.

Omówiono również algorytm wyznaczania prędkości fal sejsmicznych, na podstawie znanych lokalizacji ognisk oraz czasów wstąpienia, przy pomocy którego można określić średnią wartość prędkości fal dla całego rejonu oraz na kierunkach z danego rejonu do poszczególnych stanowisk sejsmometrów.

Wyprowadzone w artykule wzory zostały ujęte w program dla maszyny cyfrowej, który dla odpowiedniego układu danych wyznacza lokalizacje ognisk, prędkości fal sejsmicznych oraz inne wybrane parametry sejsmologiczne górotworu.

2. Lokalizacja ogniska jednego wstrząsu

Równania stacyjne dla metody S-P przedstawiają się następująco:

$$(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2 + (z-z_i)^2 = k^2 \tau_i^2 \quad (i = 1,2,\ldots,s) \tag{1}$$

gdzie:

x, y, z – nieznane współrzędne ogniska wstrząsu,

x_i, y_i, z_i – współrzędne kolejnych stanowisk sejsmometrów,

τ_i – różnice czasów wstąpienia odpowiadających sobie fal S i P na i-te stanowisko,

k $= \frac{v_P \cdot v_S}{v_P - v_S}$,

s – liczba stanowisk sejsmometrów.

W przypadku danych z czterech stanowisk, odejmując stronami równania (1), dochodzi się do układu trzech równań liniowych ze względu na x,y,z i k, z których otrzymujemy:

$$\begin{aligned} x &= k^2 A_x + B_x, \\ y &= k^2 A_y + B_y, \\ z &= k^2 A_z + B_z, \end{aligned} \tag{2}$$

gdzie:

$$A_x = -\frac{1}{D}\begin{vmatrix} 1 & \tau_1^2 & y_1 & z_1 \\ 1 & \tau_2^2 & y_2 & z_2 \\ 1 & \tau_3^2 & y_3 & z_3 \\ 1 & \tau_4^2 & y_4 & z_4 \end{vmatrix} \quad ; \quad A_y = -\frac{1}{D}\begin{vmatrix} 1 & x_1 & \tau_1^2 & z_1 \\ 1 & x_2 & \tau_2^2 & z_2 \\ 1 & x_3 & \tau_3^2 & z_3 \\ 1 & x_4 & \tau_4^2 & z_4 \end{vmatrix}$$

$$A_z = -\frac{1}{D}\begin{vmatrix} 1 & x_1 & y_1 & \tau_1^2 \\ 1 & x_2 & y_2 & \tau_2^2 \\ 1 & x_3 & y_3 & \tau_3^2 \\ 1 & x_4 & y_4 & \tau_4^2 \end{vmatrix} \quad ; \quad B_x = \frac{1}{D}\begin{vmatrix} 1 & W_1 & y_1 & z_1 \\ 1 & W_2 & y_2 & z_2 \\ 1 & W_3 & y_3 & z_3 \\ 1 & W_4 & y_4 & z_4 \end{vmatrix}$$

$$B_y = \frac{1}{D}\begin{vmatrix} 1 & x_1 & W_1 & z_1 \\ 1 & x_2 & W_2 & z_2 \\ 1 & x_3 & W_3 & z_3 \\ 1 & x_4 & W_4 & z_4 \end{vmatrix} \quad ; \quad B_z = \begin{vmatrix} 1 & x_1 & y_1 & W_1 \\ 1 & x_2 & y_2 & W_2 \\ 1 & x_3 & y_3 & W_3 \\ 1 & x_4 & y_4 & W_4 \end{vmatrix}$$

$$D = 2\begin{vmatrix} 1 & x_1 & y_1 & z_1 \\ 1 & x_2 & y_2 & z_2 \\ 1 & x_3 & y_3 & z_3 \\ 1 & x_4 & y_4 & z_4 \end{vmatrix} \quad ; \quad W_i = x_i^2 + y_i^2 + z_i^2$$

oraz

$$k^2 = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}, \tag{3}$$

gdzie:

$$A = A_x^2 + A_y^2 + A_z^2,$$

$$B = 2\left(A_x C_x + A_y C_y + A_z C_z\right) - \tau_1^2,$$

$$C = C_x^2 + C_y^2 + C_z^2 ,$$

$$C_x = B_x - x_1 \quad ; \quad C_y = B_y - y_1 \quad ; \quad C_z = B_z - z_1 .$$

Jak widać, ze wzoru (3) otrzymamy dwa rozwiązania na k, a więc i z równań (2) dwie trójki liczb x,y i z. Uzyskujemy w ten sposób dwie czwórki liczb x,y,z i k, spełniające układ równań (1), a o wyborze prawidłowej z nich mogą rozstrzygnąć jedynie dodatkowe kryteria geofizyczne. Chcąc otrzymać jednoznaczne rozwiązanie wyłącznie na drodze matematycznej, musimy wprowadzić dodatkowe dane, np. dane dotyczące innego wstrząsu lub piątej stacji sejsmograficznej.
Dysponując danymi z pięciu stacji (s = 5) możemy z układu (1) jednoznacznie wyznaczyć x,y,z i k :

$$x = \frac{1}{M} \begin{vmatrix} 1 & \tau_1^2 & W_1 & y_1 & z_1 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 1 & \tau_5^2 & W_5 & y_5 & z_5 \end{vmatrix} \quad ; \quad y = \frac{1}{M} \begin{vmatrix} 1 & \tau_1^2 & x_1 & W_1 & z_1 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 1 & \tau_5^2 & x_5 & W_5 & z_5 \end{vmatrix}$$

$$z = \frac{1}{M} \begin{vmatrix} 1 & \tau_1^2 & x_1 & y_1 & W_1 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 1 & \tau_5^2 & x_5^2 & y_5^2 & W_5 \end{vmatrix} \tag{4}$$

$$k^2 = \frac{1}{M} \begin{vmatrix} 1 & W_1 & x_1 & y_1 & z_1 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 1 & W_5 & x_5 & y_5 & z_5 \end{vmatrix} \tag{5}$$

gdzie:

$$M = \begin{vmatrix} 1 & \tau_1^2 & x_1 & y_1 & z_1 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 1 & \tau_5^2 & x_5 & y_5 & z_5 \end{vmatrix} .$$

3. Jednoczesna lokalizacja dowolnej liczby wstrząsów

Jak już wspomniano wyżej, jednoznaczne rozwiązanie zadania dla układu 4 stacji można otrzymać również przez wprowadzenie danych dotyczących innego wstrząsu. Nie można jednak wtedy korzystać ze wzoru (3), ponieważ

ze względu na niejednorodność i anizotropię ośrodka (górotworu) oraz z uwagi na nieuniknione błędy odczytu różnic czasów S-P pary liczb (k_1, k_2) otrzymane dla każdego wstrząsu z osobna, nie będą posiadać elementu wspólnego.
Różne będą również, dla każdego wstrząsu, wartości parametru k obliczane ze wzoru (5).

W dalszej części podano sposób postępowania, który dla dowolnej ilości wstrząsów zarejestrowanych na odpowiedniej (lub większej) liczbie stanowisk pozwala wyznaczyć reprezentatywną dla danego rejonu wartość parametru k, a w oparciu o nią lokalizacje wszystkich zadanych wstrząsów.

Załóżmy, że dysponujemy danymi odnośnie w wstrząsów, z których każdy został zanotowany na s stanowiskach ($w \geqslant 1$ i $s \geqslant 5$ lub $w \geqslant 2$ i $s \geqslant 4$). Niech x_j, y_j, z_j oznacza współrzędne j-tego stanowiska, a τ_{ij} - różnicę czasów wstąpienia fali podłużnej i poprzecznej na j-te stanowisko w przypadku i-tego wstrząsu. Niech będzie dana również jakakolwiek wartość parametru k. Wtedy współrzędne ogniska i-tego wstrząsu, obliczone na podstawie kombinacji czwórkowej stanowisk o numerach j,l,m,n przy założonej wartości k, będą następujące (patrz: wzory 2) :

$$x_i^{jlmn}(k) = \frac{1}{D^{jlmn}}\left(-k^2 \begin{vmatrix} 1 & \tau_{ij}^2 & y_j & z_j \\ 1 & \tau_{il}^2 & y_l & z_l \\ 1 & \tau_{im}^2 & y_m & z_m \\ 1 & \tau_{in}^2 & y_n & z_n \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & W_j & y_j & z_j \\ 1 & W_l & y_l & z_l \\ 1 & W_m & y_m & z_m \\ 1 & W_n & y_n & z_n \end{vmatrix}\right)$$

$$y_i^{jlmn}(k) = \frac{1}{D^{jlmn}}\left(-k^2 \begin{vmatrix} 1 & x_j & \tau_{ij}^2 & z_j \\ 1 & x_l & \tau_{il}^2 & z_l \\ 1 & x_m & \tau_{im}^2 & z_m \\ 1 & x_n & \tau_{in}^2 & z_n \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & x_j & W_j & z_j \\ 1 & x_l & W_l & z_l \\ 1 & x_m & W_m & z_m \\ 1 & x_n & W_n & z_n \end{vmatrix}\right) \qquad (6)$$

$$x_i^{jlmn}(k) = \frac{1}{D^{jlmn}}\left(-k^2 \begin{vmatrix} 1 & x_j & y_j & \tau_{ij}^2 \\ 1 & x_l & x_l & \tau_{il}^2 \\ 1 & x_m & y_m & \tau_{im}^2 \\ 1 & x_n & y_n & \tau_{in}^2 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & x_j & y_j & W_j \\ 1 & x_l & y_l & W_l \\ 1 & x_m & y_m & W_m \\ 1 & x_n & y_n & W_n \end{vmatrix}\right)$$

gdzie:

$$D^{jlmn} = 2 \begin{vmatrix} 1 & x_j & y_j & z_j \\ 1 & x_l & y_l & z_l \\ 1 & x_m & y_m & z_m \\ 1 & x_n & y_n & z_n \end{vmatrix}$$

Miarą błędu tak wyznaczonej lokalizacji i-tego wstrząsu w odniesieniu do q-tego stanowiska będzie odległość punktu $\left(x_i^{jlmn}, y_i^{jlmn}, z_i^{jlmn}\right)$ od kuli przypisanej temu stanowisku. Błąd ten będzie oczywiście funkcją parametru k i wyniesie:

$$B_i^{jlmn:q}(k) = \sqrt{\left[x_q - x_i^{jlmn}(k)\right]^2 + \left[y_q - y_i^{jlmn}(k)\right]^2 + \left[z_q - z_i^{jlmn}(k)\right]^2} - k \cdot \tau_{iq}$$

Utwórzmy dalej funkcję, która będzie sumą kwadratów błędów lokalizacji po wszystkich stanowiskach, wszystkich kombinacjach czwórkowych stanowisk i wszystkich wstrząsach;

$$B(k) = \sum_{i=1}^{W} \sum_{j<l<m<n}^{S} \sum_{q=1}^{S} \left[B_i^{jlmn:q}(k)\right]^2 \qquad (7)$$

Wstawiając do wzorów (6) taką wartość parametru k, która daje minimum funkcji (7), otrzymamy współrzędne ognisk wszystkich analizowanych wstrząsów. Wyznaczona zaś w ten sposób wartość k będzie, w zależności od ilości wstrząsów, odpowiednio reprezentatywna dla rozpatrywanego rejonu.

4. Algorytm wyznaczania prędkości fal sejsmicznych

Zakładamy, że znane są współrzędne ognisk w wstrząsów, z których każdy został zarejestrowany na s stanowiskach sejsmometrów. Prędkość fali sejsmicznej można określić wzorem:

$$v = \frac{r_{ij}}{t_{ij} - t_{oi}} , \qquad (8)$$

gdzie:

r_{ij} - znana odległość epi- lub hipocentralna ogniska i-tego wstrząsu od j-tego stanowiska,

t_{ij} - znany czas wejścia danej fali sejsmicznej na j-te stanowisko w przypadku i-tego wstrząsu,

t_{oi} - nieznany czas w ognisku i-tego wstrząsu.

Zależność (8) nie będzie spełniona dokładnie ze względu na błędy określania wartości r_{ij} oraz t_{ij}, a także ze względu na skomplikowany, niejednorodny charakter rozchodzenia się fal sejsmicznych w górotworze. Niedokładnie będzie spełniony również związek (8), przedstawiony w postaci:

$$v\left(t_{ij} - t_{oi}\right) - r_{ij} = 0$$

Utwórzmy więc funkcję, która będzie sumą kwadratów odchyleń po wszystkich stanowiskach i wszystkich wstrząsach:

$$B\left(v, t_{01}, t_{02}, \ldots, t_{ow}\right) = \sum_{i=1}^{w} \sum_{j=1}^{s} \left[v\left(t_{ij} - t_{oi}\right) - r_{ij}\right]^2 \qquad (9)$$

Wyznaczając minimum funkcji B ze względu na wszystkie jej argumenty eliminujemy wpływ błędów pomiaru czasów t_{ij} oraz określenia lokalizacji ognisk oczywiście, gdy ilość wstrząsów jest odpowiednio duża, a błędy są przypadkowe.

Z warunków:

$$\frac{\partial B}{\partial t_{ol}} = 0 \qquad (l = 1, 2, \ldots, w)$$

na ekstremum funkcji B (wzór 9) względem t_{oi} otrzymamy:

$$t_{oi} = \frac{1}{s}\left(\sum_{j=1}^{s} t_{ij} - \frac{1}{v}\sum_{j=1}^{s} r_{ij}\right) \tag{10}$$

Natomiast z warunku na minimum funkcji B względem v otrzymujemy:

$$\frac{\partial B}{\partial v} = \sum_{i=1}^{w}\sum_{j=1}^{s}\left(t_{ij} - t_{oi}\right)\left[v\left(t_{ij} - t_{oi}\right) - r_{ij}\right] = 0 \tag{11}$$

Wstawiając wzór (10) do wzoru (11), otrzymujemy po przekształceniach określenie na średnią prędkość fali dla rejonu, z którego pochodzą wstrząsy, przy danym układzie stanowisk sejsmometrów:

$$v = \frac{\sum_{i=1}^{w}\left[\sum_{j=1}^{s} t_{ij} r_{ij} - \frac{1}{s}\left(\sum_{j=1}^{s} t_{ij}\right)\left(\sum_{j=1}^{s} r_{ij}\right)\right]}{\sum_{i=1}^{w}\left[\sum_{j=1}^{s} t_{ij}^2 - \frac{1}{s}\left(\sum_{j=1}^{s} t_{ij}\right)^2\right]} \tag{12}$$

Wariancję prędkości fali sejsmicznej można obliczyć ze wzoru:

$$V_{s'r}(v) = \frac{1}{w.s}\sum_{i=1}^{w}\sum_{j=1}^{s}\left[\frac{r_{ij}}{t_{ij}-t_{oi}} - v\right]^2 \tag{13}$$

gdzie v po prawej stronie wzoru (13) oznacza prędkość fali sejsmicznej, wyznaczonej wzorem (12).
Mając już wyliczone, za pomocą wzorów (12) i (10), wartości t_{oi}, możemy wyznaczyć tablicę prędkości fali sejsmicznej v_{ij}, charakterystycznych dla każdego wstrząsu na drodze do każdego stanowiska sejsmometru (wzór 14, tablica 1)

$$v_{ij} = \frac{r_{ij}}{t_{ij} - t_{oi}} \tag{14}$$

Średnie wartości prędkości fali sejsmicznej dla kierunków z rozpatrywanego rejonu górniczego do poszczególnych stanowisk będą wynosić:

$$\bar{v}_j = \frac{1}{w} \sum_{i=1}^{w} v_{ij} \tag{15}$$

Tablica 1

Tablica prędkości fali sejsmicznej wyznaczona wzorem (14)

Numer wstrząsu	Stanowiska sejsmometrów			
	1	2	.....	s
1	v_{11}	v_{12}	.....	v_{1s}
2	v_{21}	v_{22}	.....	v_{2s}
...	...	...	.....	...
...	...	...	.....	...
...	...	...	.....	...
w	v_{w1}	v_{w2}	.....	v_{ws}
Średnie prędkości dla poszczególnych stanowisk	$\bar{v}_1$	$\bar{v}_2$		$\bar{v}_s$

5. Zakończenie

Przedstawione w artykule algorytmy oraz wspomniany program do lokalizacji ognisk wstrząsów górotworu mogą być pomocne w pracach prognostycznych prowadzonych przez służby geofizyczne w kopalniach. Aby jednak metody te stosować w codziennej praktyce górniczej, musiałaby istnieć możliwość ciągłej współpracy z maszyną cyfrową, co, jak wiadomo, w chwili obecnej nie zawsze jest możliwe. Można natomiast, z wybranych rejonów górniczych, analizować co pewien okres odpowiednią liczbę wstrząsów i za pomocą opisanych metod wyznaczać reprezentatywne wartości parametrów sejsmicznych.

Omówione w niniejszym artykule wzory zostały wyprowadzone przy założeniu, że górotwór jest ośrodkiem izotropowym. W chwili obecnej w trakcie

testowania znajdują się algorytmy oraz programy do lokalizacji ognisk wstrząsów według metod S-P i P przy założeniu anizotropii górotworu (front fali sejsmicznej traktuje się jako elipsoidę nieobrotową). W wyniku obliczeń, z warunku na minimum funkcji błędu lokalizacji, otrzymuje się współrzędne ognisk analizowanych wstrząsów, największe i najmniejsze prędkości fal oraz ich kierunki.

LITERATURA

[1] DRZĘŹLA B.,MENDECKI A.: Algorytmy poziomej lokalizacji ognisk wstrząsów w górotworze i wyznaczenia prędkości fal sejsmicznych. Materiały i Prace Instytutu Geofizyki PAN (w druku).

[2] DRZĘŹLA B.,MENDECKI A.: Uogólniona metoda okręgów poziomej lokalizacji ognisk wstrząsów górotworu. Przegląd Górniczy nr 5, 1978.

[3] KIJKO A.: An algorithm a program for foci lokation in the region of Upper Silesia. Acta Montana 1975/32.

[4] KIJKO A., KOPYSTYŃSKI J., CICHOWICZ A.: Numeryczne metody analizy zapisów wstrząsów i wyznaczanie położeń ogniska sejsmicznego. Przegląd Górniczy 1976/5.

[5] WIERZCHOWSKA Z.: Nowe sposoby lokalizacji ognisk wstrząsów na Górnym Śląsku. Najsilniejsze wstrząsy na Górnym Śląsku, okres 1967 r. GIG, nr 11, 1969.

ПРОСТРАНСТВЕННАЯ ЛОКАЛИЗАЦИЯ ОЧАГОВ ГОРНЫХ УДАРОВ ПО МЕТОДУ С - П И ОПРЕДЕЛЕНИЕ СКОРОСТИ СЕЙСМИЧЕСКИХ ВОЛН

Резюме:

В статье рассматривается пространственный алгоритм пространственного варианта обобщенного метода районов локализации очагов горных ударов 1, 2 Принимая однородность и изотропность горного массива определяется гипоцентр ударов на основе разницы времени попадания на данную точку взаимносоответствующих волн - поперечной и продольной С - П без предварительного знания скорости сейсмических волн. В решении получена также величина параметра ($k = \frac{v_P \cdot v_S}{v_P - v_S}$) представительная для района источника ударов. Приводится также алгоритм, определяющий, для ударов с известными очагами, средние величины скорости сейсмических волн.

THE SPATIAL LOCATION OF SOURCES OF ROCK MASS SHOCKS ACCORDING TO THE METHOD P AND DETERMINATION OF THE VOLICITY OF SEISMIC WAVES

S u m m a r y:

The article presents the spatial verision of the algorithm of locations of rockburst focuses 1 2. The algorithm is based on the method S-P, which in twen enables to locate a shock or a number of shocks simultanéously without prior knowledge of the seismic waves velocities (or the parameter $k = \frac{v_P \cdot v_S}{v_P - v_S}$) in the given region of orogen.

The function has been introduced which constitutes the sum of squares of error locations for all stands and quatendary combinations of stands and for all shocks (formula 7). By determining the minimum of the function (7) with respect to the parameter k, we have obtained with the help of formulas (6) the co-ordinates of focals of all analysed shocks as well as the walue k, which is representative for a given region.
The article also presents the algorithm for the determination of the seismic wave velocities.