ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1980

Seria: GÓRNICTWO z. 104 Nr kol. 640

Marian KOZDRÓJ
Gerard GOLDA
Eugeniusz KRAUSE

PODEJMOWANIE DECYZJI W GOSPODARCE MATERIAŁOWEJ W GÓRNICTWIE

Streszczenie. W artykule podano przykład podejmowania decyzji, która daje kierownictwu kopalni pewność, że w otrzymanej partii towaru liczba sztuk wadliwych nie przekracza z góry ustalonej wartości.

Dla ilustracji modelu posłużono się przykładem odbioru jakościowego drewna okrągłego w kopalni.

Zapotrzebowanie Przemysłu Węglowego na drewno okrągłe, a zwłaszcza na stojaki i stropnice, mimo coraz szerszego stosowania obudowy stalowej jest jeszcze znaczne. Dostarczone drewno wymaga kontroli jakościowej. Obowiązująca w resorcie instrukcja gospodarki drewnem zaleca badanie stojaków i stropnic przy odbiorze w ułożonych poprzednio stosach przez policzenie sztuk, sprawdzenie długości oraz wymierzenie średnicy w cieńszym końcu każdej sztuki. Długość mierzy się taśmą lub łatą, przy czym dopuszczalne odchylenie wymiarów przyjętego odstopniowania nie może przekraczać $\pm$ 2 cm. Średnice w cieńszym końcu mierzy się dwukrotnie miarą o podziałce centymetrowej, w kierunku najmniejszej i największej średnicy. Uzyskane w ten sposób wyniki zaokrągla się w dół do pełnych centymetrów. Za średnicę mierzonego okrąglaka należy przyjąć średnicę arytmetyczną z powyższych zaokrąglonych pomiarów, zaokrągloną do pełnych centymetrów w górę. Kubaturę oblicza się według obowiązujących tabel w metrach sześciennych na podstawie długości i średnicy mierzonej w cieńszym końcu. Zbadanie całej partii drewna przy odbiorze przez kopalnie w sposób zgodny z przytoczoną instrukcją daje odbiorcy pewność, że w otrzymanej partii drewna liczba sztuk wadliwych nie przekracza z góry ustalonej wartości ω_o.

Taki sposób odbioru drewna jest jednak bardzo kosztowny i może zastąpić go wyrywkową kontrolą, polegającą na pobraniu próbki o liczebności n, policzeniu wadliwych sztuk m i powzięciu decyzji czy partię drewna przyjąć, czy odrzucić. Przy wyrywkowej kontroli obniża się koszty pomiaru drewna, ale w pewnym stopniu traci się pewność dobrego odbioru, można bowiem popełnić pomyłkę. Pomyłką pierwszą może być przyjęcie partii niedobrej, a

omyłką drugą może być odrzucenie partii dobrej. Chodzi o to, aby zabezpieczyć odbiorcy możliwie małe ryzyko.

Prawdopodobieństwo α popełnienia błędu pierwszego rodzaju i prawdopodobieństwo β popełnienia błędu drugiego rodzaju powinny być małe. Oznaczmy literą P prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na przyjęciu partii, a literą ω wadliwą partii. Wielkość P(A) jest oczywiście funkcją ω. Jeśli wartość ω się zwiększa, P(A) musi maleć.

Dla:

$$\omega = 0, \quad P(A) = 1$$

absolutnie dobra partia musi być przyjęta.

Dla:

$$\omega = 1, \quad P(A) = 0$$

absolutnie wadliwa partia musi zostać odrzucona.

Wykresem funkcji $P(\omega)$ jest krzywa przedstawiona na rys. 1. Można tam odczytać prawdopodobieństwo przyjęcia partii o danej wadliwości ω.

W szczególności istnieje taka wadliwość ω_1, dla której:

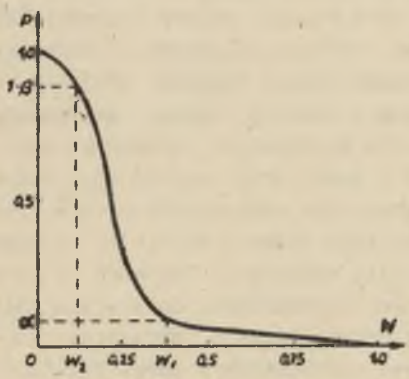
$$P(A) = \alpha$$

Jest to błąd pierwszego rodzaju.

Istnieje również taka wadliwość ω_2, dla której:

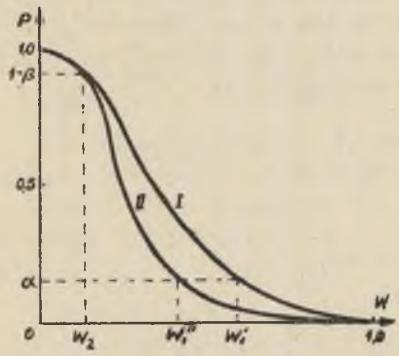
$$P(A) = 1 - \beta$$

Jest to niepopełnienie błędu drugiego rodzaju. Potocznie mówiąc: partia o wadliwości ω_1 będzie niemal zawsze odrzucona (z prawdopodobieństwem $1 - \alpha$), a partia o wadliwości ω_2 będzie niemal zawsze przyjmowana (z prawdopodobieństwem $1 - \beta$). W interesie odbiorcy leży ułożenie takiego przepisu kontroli, żeby ω_1 leżało blisko ω_2.



Rys. 1

Przepisy kontroli nosi nazwę planu badania, wykres opisujący go nazywa się jego charakterystyką. Z dwóch wykresów pokazanych na rys. 2 lepszy jest drugi, ponieważ $\omega'_1 < \omega'_2$. Plan badania jest tym lepszy, im bardziej stroma jest jego charakterystyka, ponieważ przy tej samej wartości α odrzuca niemal zawsze partie o najmniejszej wadliwości. O takim planie mówi się, że ma dużą selektywność. Zwiększenie selektywności planu prowadzi zawsze do zwiększenia liczebności próbki.



Rys. 2

Wprowadźmy oznaczenia:

n - liczebność próbki,
m - liczebność wadliwych sztuk w próbce,
m_0 - dopuszczalna liczba wadliwych sztuk w próbce,
ω_1 - wadliwość dyskwalifikująca,
ω_2 - wadliwość dopuszczalna,
α - prawdopodobieństwo przyjęcia złej partii,
β - prawdopodobieństwo odrzucenia dobrej partii,
D - decyzja przyjęcia partii,
N - decyzja odrzucenia partii,
B - decyzja: badań dalej,

oraz zależności:

$P(\omega)$ - prawdopodobieństwo przyjęcia partii o wadliwości ω jest funkcją malejącą,

$P(\omega = 0) = 1$
$P(\omega = 1) = 0$
$P(\omega = \omega_1) = \alpha$
$P(\omega = \omega_2) = 1 - \beta$

Istnieją plany badania jednostopniowego, wielostopniowego oraz inne metody, które jeszcze nie zostały przez Polski Komitet Normalizacyjny ostatecznie wykorzystane.

Plan jednostopniowy polega na pobraniu próbki o liczebności n i policzeniu wadliwych sztuk m. Jeśli $m \leq m_0$, podejmuje się decyzję D, a jeśli $m > m_0$ - decyzję N.

Plan badania wielostopniowy polega na pobraniu próbki o liczebności n i policzeniu wadliwych sztuk m. Jeśli $m \leq m_0$ podejmuje się decyzję D, jeśli $m > m_0$ - decyzję N, a jeśli $m = 0$ - decyzję B.

Do innych planów zaliczyć można plan oparty na analizie sekwencyjnej. Różni się on od planu wielostopniowego tylko tym, że $n = 1$, tzn. że pobieramy do badania po jednej sztuce.

Porównania planów badania. Niech będzie dana wadliwość dopuszczalna $\omega_2 = 0{,}01$ i wadliwość dyskwalifikująca $\omega_1 = 0{,}04$ oraz wielkość ryzyka popełnienia omyłek $\alpha = \beta = 0{,}05$. Sytuacja wygląda praktycznie następująco: odbiorca chce mieć towar o wadliwości ω_2 równej 0,01. Może jednak uznać za dobry towar o wadliwości nieco większej. Zastrzega się jednak, że towaru o wadliwości ω_1 większej niż 0,04 nie będzie przyjmował niemal nigdy (tzn. z prawdopodobieństwem $\alpha = 0{,}05$). Dostawca gwarantuje wadliwość nie większą jak 0,01, ale chce mieć pewność, że jego dobry towar nie będzie odrzucony niemal nigdy (tzn. z prawdopodobieństwem $\beta = 0{,}05$). Umowa powin-

na zabezpieczyć należycie obydwie strony. Obie też zgodzą się na taki plan badania, w którym $P(0,01) = 1-\beta = 0,95$ i $P(0,04) = \alpha = 0,05$; łatwo więc zaspokoić żądania dostawcy. Odbiorca natomiast prócz swoich gwarancji musi jeszcze ustalić plan kontroli, który go będzie mniej kosztował. Wybierze więc taki plan, który przy ustalonych w umowie wartościach ω_1, ω_2, α i β będzie wymagał najmniejszej próby. A oto jego wybór:

a. P l a n j e d n o s t o p n i o w y

Zakładamy: $n = 250$, $\omega_2 = 1\% = 0,01$.
Korzystamy z tablic rozkładu Poissona:

$$\lambda = 250 \cdot 0,01 = 2,5$$

Sposób kontroli:
- pobieramy próbkę o liczebności 250 sztuk,
- liczymy sztuki wadliwe m,
- odczytujemy z tablicy rozkładu Poissona dla $\lambda = 2,5$ i $\alpha = 0,05$ odpowiednie m_0;
  dla $m_0 = 5$ otrzymujemy $\alpha = 0,066801$,
  dla $m_0 = 6$ otrzymujemy $\alpha = 0,027834$,

Przyjmujemy więc $m_0 = 5$

- jeżeli $m \leqslant 5$, przyjmujemy partię (decyzja D),
- jeżeli $m > 5$, odrzucamy partię (decyzja N),

b. P l a n w i e l o s t o p n i o w y

Zakładamy: $n = 50$, $\omega_2 = 1\% = 0,01$,

$$\omega_1 = 4,0\% = 0,04.$$

Korzystamy z tablic rozkładu Poissona:

$$\lambda = n \cdot \omega_2 \frac{n}{100}$$

Łączna liczba pobranych sztuk n	λ	m
50	0,5	3
100	1,0	4
150	1,5	4
200	2,0	5
250	2,5	6
300	3,0	6
350	3,5	7
400	4,0	8

Sposób kontroli:
- pobrać próbkę o liczebności 50 sztuk,
- policzyć wadliwe sztuki m,
- jeżeli $m > 3$ - decyzja N,
- jeżeli $m \leqslant 3$ - decyzja D,
- jeżeli $m = 0$ - decyzja B.

Gdy nastąpiła decyzja B, pobrać następne 50 sztuk i policzyć wadliwe sztuki m (razem z poprzednimi);
- jeżeli $m > 3$ - decyzja N,
- jeżeli $m \leqslant 3$ - decyzja D,
- jeżeli $m = 0$ - decyzja B.

Jeżeli decyzja B powtarza się, zakończyć badanie przy sumie liczebności próbek wynoszącej 400.
Decyzje D lub N mogą być powzięte w każdym stopniu. Przeciętnie liczba badanych sztuk będzie o około 30% mniejsza niż w analogicznym planie jednostopniowym.

c. Plan oparty na analizie sekwencyjnej

Pobieramy po jednej sztuce. Jeżeli w próbce o liczebności n liczba wadliwych sztuk $m \leqslant a_n$, przyjmujemy partię (D), jeżeli $m > r_n$, odrzucamy partię (N), jeżeli $a_n < m < r_n$, badamy dalej (B), Wielkość a_n i r_n wyrażają się wzorami:

$$a_n = \frac{\lg \frac{\beta}{1-\alpha}}{\lg \frac{\omega_1}{\omega_2} - \lg \frac{1-\omega_1}{1-\omega_2}} - n \frac{\lg \frac{1-\omega_1}{1-\omega_2}}{\lg \frac{\omega_1}{\omega_2} - \lg \frac{1-\omega_1}{1-\omega_2}}$$

$$r_n = \frac{\lg \frac{1-\beta}{\alpha}}{\lg \frac{\omega_1}{\omega_2} - \lg \frac{1-\omega_1}{1-\omega_2}} - n \frac{\lg \frac{1-\omega_1}{1-\omega_2}}{\lg \frac{\omega_1}{\omega_2} - \lg \frac{1-\omega_1}{1-\omega_2}}$$

Dla przyjętej wadliwości dopuszczalnej $\omega_2 = 0{,}01$ i wadliwości dyskwalifikującej $\omega_1 = 0{,}04$ otrzymujemy:

$$\lg \frac{\beta}{1-\alpha} = -\lg 19 = -1{,}27\,875$$

$$\lg \frac{1-\beta}{\alpha} = \lg 19 = 1{,}27875$$

$$\lg \frac{\omega_1}{\omega_2} = \lg 4 = 0{,}60206$$

$$\lg \frac{1-\omega_1}{1-\omega_2} = \lg \frac{96}{99} = -0{,}0133\ 7$$

$$a_n = \frac{-1{,}27875}{0{,}60206 + 0{,}01337} + n\,\frac{0{,}01337}{0{,}60206 + 0{,}01337} = -2{,}0778 + n \cdot 0{,}02172$$

$$r_n = \frac{1{,}27875}{0{,}60206 + 0{,}01337} + n\,\frac{0{,}01337}{0{,}60206 + 0{,}01337} = 2{,}0778 + n \cdot 0{,}02172$$

I tu liczba badanych sztuk jest zmienną losową. Zastosowanie na przeciętną liczebność próbki wzoru:

$$E_{\omega_1}(n) = \frac{\beta \lg \frac{\beta}{1-\alpha} + (1-\beta) \lg \frac{1-\beta}{\alpha}}{\lg\left(\frac{\omega_1}{\omega_2}\right)^{\omega_1} \cdot \left(\frac{1-\omega_1}{1-\omega_2}\right)^{1-\omega_1}}$$

pozwala stwierdzić, że gdy możliwość $\omega_1 = 0{,}04$, przeciętna liczebność próbki wynosi 103 sztuki.

Zakładając, że w naszej praktyce możemy przyjąć $\omega_2 = 0{,}05$, a $\omega_1 = 0{,}08$, otrzymujemy, przy prawdopodobieństwie popełnienia błędu I i II rodzaju $\alpha = \beta = 0{,}5$, następujące wielkości a_n i r_n:

$$\lg \frac{\beta}{1-\alpha} = -1{,}27875 \lg \frac{0{,}08}{0{,}05} = \lg 1{,}6 = 0{,}20412$$

$$\lg \frac{1-\beta}{\alpha} = 1{,}27875 \lg \frac{0{,}92}{0{,}95} = \lg 92 - \lg 95 = -0{,}01393$$

$$a_n = \frac{-1{,}27875}{0{,}20412 + 0{,}01393} + n\,\frac{0{,}01393}{0{,}20412 + 0{,}01393} = -5{,}86448 + 0{,}063844\ n$$

$$r_n = \frac{1{,}27875}{0{,}20412 + 0{,}01393} + n\,\frac{0{,}01393}{0{,}20412 + 0{,}01393} = 5{,}86448 + 0{,}063884\ n$$

WNIOSEK

Opracowana na podstawie obliczonych wielkości a_n i r_n tablica 1 ułatwia powzięcie decyzji D lub N, gdy liczebność próbki stanowi 15% liczebności sztuk drewna w wagonie.

Tablica 1

Lp.	Liczebność sztuk drewna w wagonie	Liczebność próbki n	Dopuszczalna liczebność wadliwych sztuk $\omega_2 = 5\%$	Dyskwalifikująca liczebność wadliwych sztuk $\omega_1 = 8\%$
1	200	30	0	8
2	250	38	0	8
3	300	45	0	9
4	400	60	0	10
5	500	75	0	11
6	550	83	0	11
7	600	90	0	12
8	700	105	1	13
9	800	120	2	14
10	900	135	3	15
11	1000	150	4	16
12	1200	180	6	17
13	1400	210	7	19
14	1500	225	8	20
15	1700	255	10	22
16	1800	270	11	23
17	2000	300	13	25
18	2200	330	15	27
19	2500	375	18	30
20	2800	420	21	33
21	3000	450	23	35
22	3200	480	25	36
23	3500	525	28	39
24	3800	570	30	42
25	4000	600	32	44

ПРИНЯТИЕ РЕШЕНИЯ В МАТЕРИАЛЬНОМ ХОЗЯЙСТВЕ В ГОРНОМ ДЕЛЕ

Р е з ю м е

В статье приводятся примеры принятия решения, которое даёт управлению шахты уверенность, что в полученной партии материала количество дефектных штук не будет выше сверху определённой стоимости.

DECISION MAKING IN MATERIAL ECONOMY IN THE MINING INDUSTRY

S u m m a r y

The paper presents an example of decision making which makes the authorities feel sure that within the obtained batch of products the number of faulty items does not exceed the predicted value.