ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ

Nr 60 Budownictwo z.8 1962

WŁADYSŁAW WACHNIEWSKI

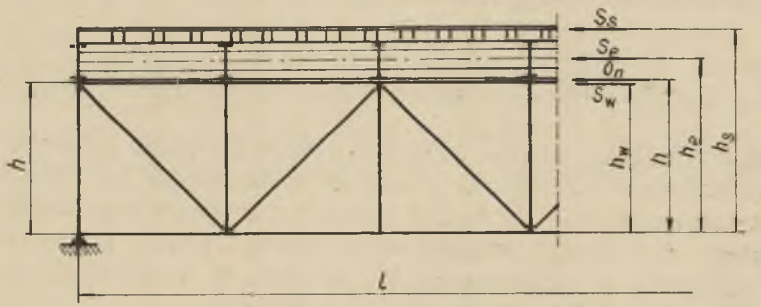
# WSPÓŁPRACA BELEK JEZDNI Z DŹWIGARAMI GŁÓWNYMI W STALOWYCH MOSTACH KOLEJOWYCH

## 1. Wstęp

Konstrukcja stalowa mostu stanowi przestrzenny układ statyczny. Przy obciążeniach pionowych tężniki wiatrowe i belki jezdni współpracują z dźwigarami głównymi.

Moment gnący względem węzła pasa dolnego wiązara głównego (rys.1) można wyrazić za pomocą równania

$$M_n = O_{n.h} + S_w.h_w + S_e \cdot h_e + S_s \cdot h_s + M'$$




Rys.1

W równaniu tym oznaczają:

$O_n$ - siła osiowa w pasie górnym dźwigara głównego

$S_w$ - siła odpowiadająca współpracy tężnika wiatrowego

$S_e$ - siła osiowa w belce podłużnej

$S_s$ - siła osiowa w szynie

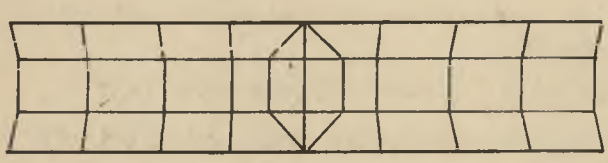
M' - współpraca belki podłużnej i szyny przy przejęciu momentu $M_n$ na skutek ich własnej sztywności.

Poniżej będzie rozpatrzona tylko współpraca belek jezdni z dźwigarami głównymi z pominięciem $S_w$, $S_s$ i M' a to z następujących względów:

1. Ponieważ chodzi o najniekorzystniejszą współpracę belek jezdni z dźwigarami głównymi przeto pominięto wpływy odciążające tj. $S_w$, $S_s$ i M'.
2. Zwykle tężniki wiatrowe są stosunkowo znacznie słabszej konstrukcji w porównaniu do dźwigarów głównych i posiadają pręty dość wiotkie przeto ich współpraca może być pominięta.
3. Współpraca szyny może mieć znaczenie tylko wówczas, jeżeli styki szyn są spawane lub szyny przechodzą bez styku przez cały most, co może mieć miejsce tylko przy mostach o małej rozpiętości. W danym przypadku chodzi o mosty dużej rozpiętości, w których nie zachodzą powyższe okoliczności.
4. Dodatkowy moment M' może mieć pewne znaczenie tylko przy małych mostach jeżeli belki podłużne wykonstruowane są jako belki ciągłe. Przy mostach o dużej rozpiętości moment M' jest mały i może być pominięty.

## WSPÓŁPRACA BELEK JEZDNI Z DŹWIGARAMI GŁÓWNYMI

Jeżeli belki jezdni leżą na poziomie pasa górnego lub dolnego dźwigarów głównych, wówczas wydłużenia lub skrócenia pasów przekazują się na belki jezdni. Przy zastosowaniu tężnika hamownego w połowie rozpiętości mostu belki poprzeczne ulegają wygięciu w płaszczyźnie poziomej i przekazują na belki podłużne siły zależne od ich sztywności.



Rys.2

Przy małej odległości belek podłużnych od pasów dźwigarów głównych i dużej sztywności bocznej belek poprzecznych powstają w belkach poprzecznych znaczne momenty gnące. Przypadek ten ilustruje rys.2.

Aby uniknąć odkształceń poziomych w belkach poprzecznych stosowane są tężniki hamowne na końcach mostu (patrz rys.3) Sztywne powiązanie pasów z belkami podłużnymi zmusza je je do współpracy z dźwigarami głównymi.

Rys.3

Poniżej będzie rozpatrzona współpraca belek jezdni z dźwigarami głównymi na konkretnym przykładzie stalowego mostu kolejowego przez Wisłę.

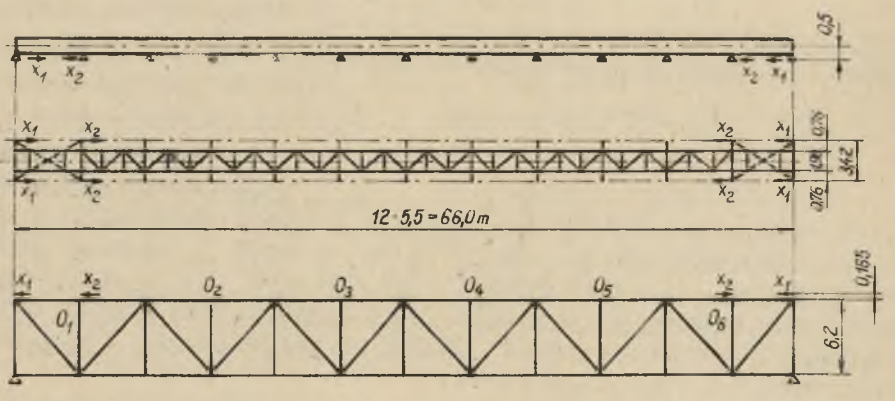
W moście tym odległość pomiędzy belkami podłużnymi i dźwigarami głównymi jest mała (0,76 m), a tężniki hamowne były zastosowane w połowie rozpiętości przęseł, co spowodowało pęknięcia w dolnych pasach belek poprzecznych. Zaszła więc konieczność wymiany rusztu jezdni i zastosowania tężników hamownych na końcach przęseł.

Wymiana rusztu jezdni dokonana została bez odciążenia przęseł i dlatego w dalszych rozważaniach pominięto wpływ ciężaru własnego przęseł. Trzeba zaznaczyć, że uwzględnienie wpływu ciężaru własnego nie nasuwa większych trudności. Przykład tego mostu jest interesujący z tego względu, że belki poprzeczne oparte są na pasach górnych dźwigarów głównych, co powoduje duże mimośrody i dodatkowe momenty w całym układzie. W niniejszych rozważaniach chodzi głównie o zbadanie w jakim stopniu dodatkowe momenty wpływają na współpracę belek jezdni z dźwigarami głównymi.

## OBCIĄŻENIE RUCHOME

W rozpatrywanym przykładzie pozioma sztywność belek poprzecznych jest bardzo mała w stosunku do sztywności tężników hamownych, więc siły przenoszone przez belki poprzeczne są małe i mogą być pominięte.

Oddzielając tężniki hamowne oddźwigarów głównych i wprowadzając dwie niewiadome $X_1$ i $X_2$ (rys.4) otrzymujemy układ dwukrotnie statycznie niewyznaczalny.




Rys.4

Ogólne równania sprężystości będą miały postać:

$$\sum P_m \delta m_1 + X_1 \delta_{11} + X_2 \delta_{21} = 0$$

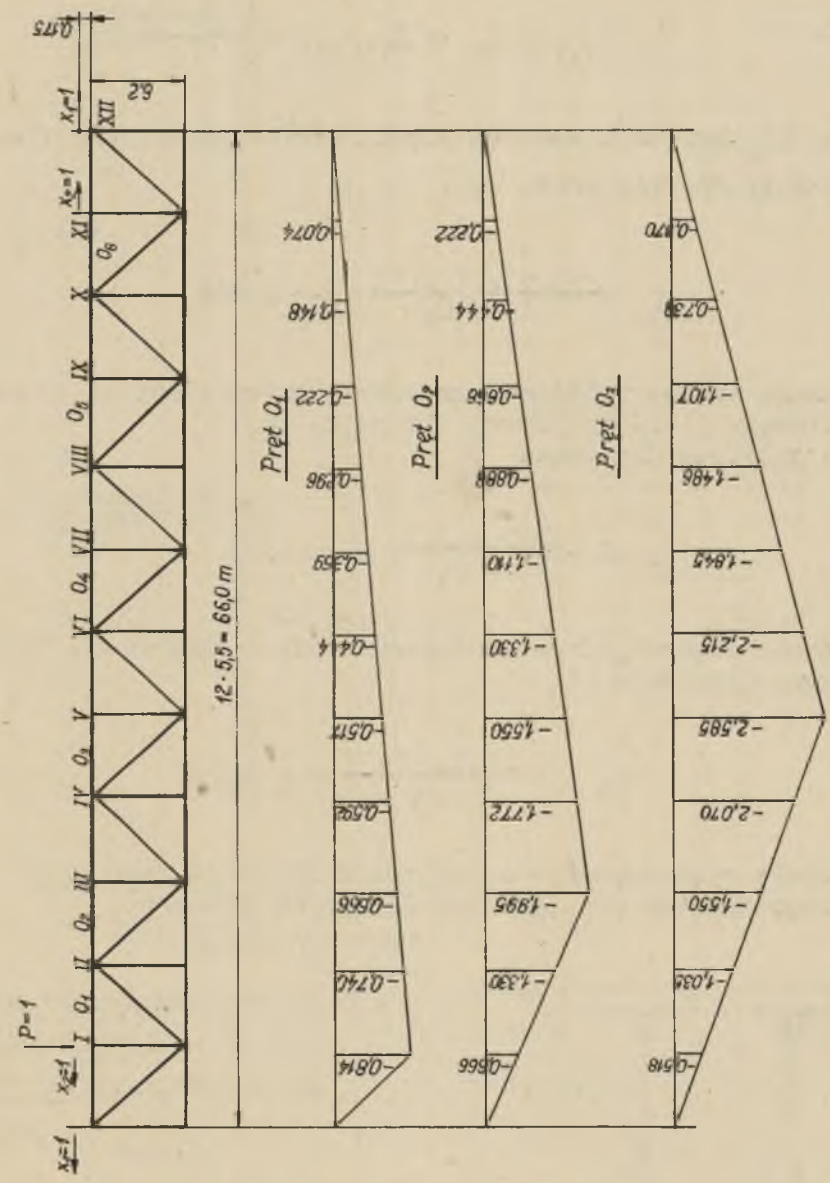
$$\sum P_m \delta m_2 + X_1 \delta_{12} + X_2 \delta_{22} = 0$$

W równaniach tych oznaczają

Przesunięcie $\sum P_m \delta m_1 = \sum S_m S_1 \varrho + \int \frac{M_n M_1}{EI} dx$

" $\sum P_m \delta m_2 = \sum S_m S_2 + \int \frac{M_m M_2}{EI} dx$

" $\delta_{11} = \sum S_1^2 \varrho + \int \frac{M_1^2}{EI} dx$


P=1
x=1
x=1
x=1
x=1
0,175
62
I
II
III
IV
V
VI
VII
VIII
IX
X
XI
XII
O1
O2
O3
O4
O5
O6
12·5,5 = 66,0 m
Pręt O1
-0,814
-0,740
-0,666
-0,592
-0,517
-0,444
-0,369
-0,296
-0,222
-0,148
-0,074
Pręt O2
-0,666
-1,330
-1,995
-1,772
-1,550
-1,330
-1,110
-0,888
-0,666
-0,444
-0,222
Pręt O3
-0,518
-1,035
-1,550
-2,070
-2,585
-2,215
-1,845
-1,486
-1,107
-0,738
-0,370

Rys. 5

Przesunięcie $\delta_{22} = \Sigma S_2^2 \varphi + \int \frac{M_2^2}{EI} dx$

" $\delta_{21} = \delta_{12} = \Sigma S_1 S_2 \varphi + \int \frac{M_1 M_2}{EI} dx$

Wyraz $\Sigma S_m S_1 \varphi$ obliczono za pomocą linii wpływowych (rys.5).
Linia wpływowa dla pręta $O_1$.

$$\eta_I = \frac{-5.5 \cdot 1 \cdot 11}{12 \cdot 6,2} = -0,814$$

Pozostałe rzędne wyliczono za pomocą interpolacji i podano na wykresie linii wpływowej dla pręta $O_1$
Linia wpływowa dla pręta $O_2$

$$\eta_{III} = -\frac{5.5 \cdot 3,9}{12 \cdot 6,2} = -1,995.$$

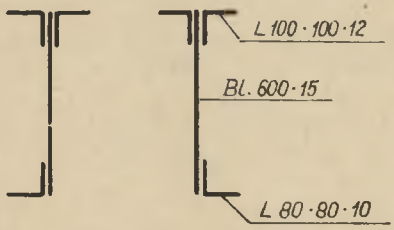
Pozostałe rzędne podano na wykresie linii wpływowej. Linia wpływowa dla pręta $O_3$

$$\eta_V = -\frac{5,5 \cdot 5,7}{12 \cdot 6,2} = -2,585$$

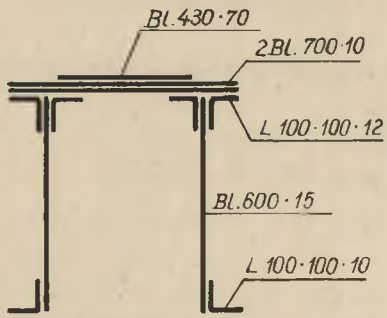
Pozostałe rzędne podano na wykresie linii wpływowej.
Przekroje prętów pasa górnego dźwigarów głównych

Pręt $O_1$ (rys.6)

2 bl 600.15 2.60.1,5 = 180,0cm$^2$
2 L 100.100.12 4.22,7= 90,8 "
2 L 80.80.10 2.15,1= 30.2 "
$F_{br}$ = 300,0cm$^2$




Rys.6

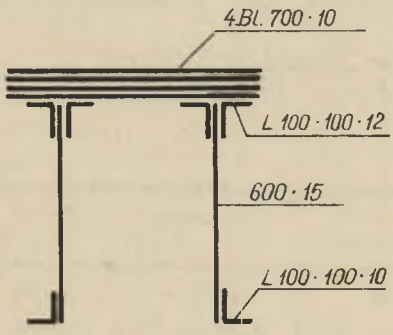



Rys.7

Pręt $O_2$ (rys.7)

1 bl. 430.10 ..... 43,0cm$^2$
2 bl. 700.10 .....140,0 "
2 bl. 600.15 .....180,0 "
4 L 100.100.12 , 90,8 "
2 L 100.100.10.. 38,4 "

$F_{br}$ = 492,2cm$^2$




Rys.8

Pręt $O_3$ (rys.8)

4 bl. 700.10..... 280,0cm$^2$
4 L 100.100.12.. 90,8 "
2 bl.600.15 ..... 180,0 "
2 L 100.100.10.. 38,4 "

$F_{br}$ = 589,2cm$^2$

Siła P = 1 w węźle I

$E\ \Sigma S_m\ S_1\ \cdot \varphi$

| Pręt | $S_m$ | $S_1$ | l cm | F cm$^2$ | $\varphi = \frac{l}{F}$ | $E \cdot S_m \cdot S_1 \cdot \varphi$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $O_1$ | - 0,814 | + 1,0 | 1100 | 300 | 3,670 | - 2,984 |
| $O_2$ | - 0,666 | + 1,0 | 1100 | 492,2 | 2,236 | - 1,490 |
| $O_3$ | - 0,517 | + 1,0 | 1100 | 589,2 | 1,868 | - 0,966 |
| $O_4$ | - 0,369 | + 1,0 | 1100 | 589,2 | 1.868 | - 0,690 |
| $O_5$ | - 0,222 | + 1,0 | 1100 | 492,2 | 2,236 | - 0,496 |
| $O_6$ | - 0,074 | + 1,0 | 1100 | 300 | 3,670 | - 0,272 |
| | | | | | $E \cdot \Sigma S_m \cdot S_1 \cdot \varphi =$ | - 6,898 ≈ - 6,90 |

Siła P = 1 w węźle III

$$E\ \Sigma S_m\ S_1\varrho = -\left[(0{,}666+0{,}222).3{,}670 + (1{,}995+0{,}666).2{,}236 + \right.$$

$$\left. + (1{,}550+1{,}110)\ .\ 1{,}869\right] = -\ 14{,}19\quad 14{,}20$$

Siła P = 1 w węźle V

$$E\ \Sigma S_m\ S_1\varrho = -\left[(0{,}518+0{,}370).3{,}670 + (1{,}550+1{,}107).2{,}236 + \right.$$

$$\left. + (2{,}585 + 1{,}845).1{,}868\right] = -\ 17{,}48$$

Linię wpływową dla przesunięcia $E\,\Sigma S_m\ S_1\varrho$ pokazano na załączniku nr 1.
Wyraz $\Sigma S_m\ S_2\varrho$ obliczono za pomocą linii wpływowych.

Siła P = 1 w węźle I

| Pręt | $S_m$ | $S_2$ | l cm | F cm² | $\varrho = \frac{l}{F}$ | $E\ S_m\ S_2\varrho$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $O_1$ | - 0,814 | + 1 | 550 | 300 | 1,835 | - 1,492 |
| $O_2$ | - 0,666 | + 1 | 1100 | 492,2 | 2,236 | - 1,490 |
| $O_3$ | - 0,517 | + 1 | 1100 | 589,2 | 1,868 | - 0,966 |
| $O_4$ | - 0,369 | + 1 | 1100 | 589,2 | 1,868 | - 0,690 |
| $O_5$ | - 0,222 | + 1 | 1100 | 492,2 | 2,236 | - 0,496 |
| $O_6$ | - 0,074 | + 1 | 550 | 300 | 1,835 | - 0,136 |
| | | | | | $E.\ \Sigma S_m\ S_2.\varrho\ =$ | - 5,270 |

Siła P = 1 w węźle III

$$E\ \Sigma S_m\ S_2\varrho = -\left[(0{,}666+0{,}222).1{,}835 + (0{,}1995+0{,}666).2{,}236 + \right.$$

$$\left. + (1{,}550 + 1{,}110).\ 1{,}868\right] = -\ 12{,}540$$

Siła P = 1 w węźle V

$$E\,\Sigma S_m\,S_2\varrho = -\left[(0{,}518+0{,}370).1{,}835+(1{,}550+1{,}107).2{,}236 + (2{,}585 + 1{,}845).1{,}868\right] = -15{,}85$$

Linię wpływową dla przesunięcia $E\,\Sigma S_m\,S_1\varrho$ pokazano na załączniku nr 1.
Najniekorzystniejsze ustawienie obciążenia ruchomego pokazano na załączniku nr 1

$$tg\alpha_1 = \frac{6{,}9}{5{,}5} = 1{,}254 \qquad tg\,\alpha_2 = \frac{14{,}2 - 6{,}9}{11{,}0} = 0{,}6635$$

$$tg\,\alpha_3 = \frac{17{,}48 - 14{,}2}{11{,}0} = 0{,}298$$

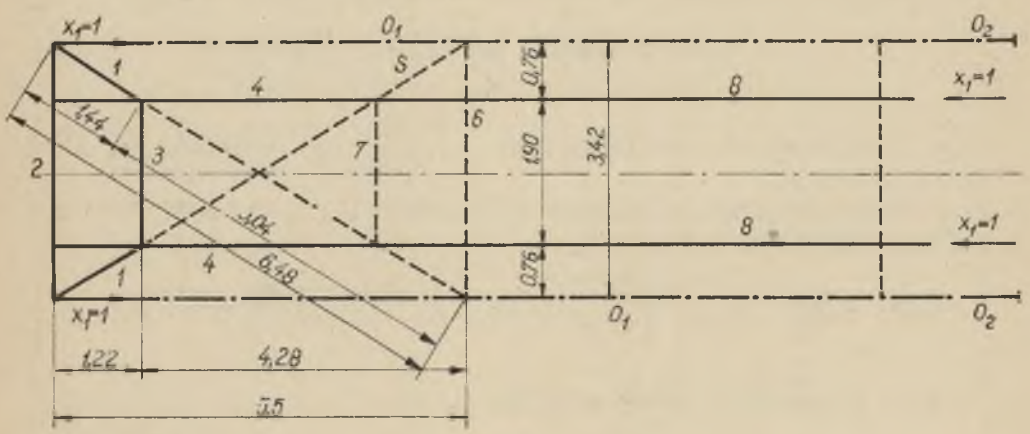
$$E\,\Sigma S_m\,S_1\varrho = -\frac{20}{2}.2.\left[1{,}254.(1{,}0 + 2{,}5) + 4\,.\,6{,}90 + 0{,}6635.(1{,}00+2{,}50+5{,}50+7{,}00) + 6.14{,}20 + 0{,}298.(1{,}50+6{,}00+7{,}50+9{,}00+10{,}50) + 2.17{,}48\right] = -3460$$

$$tg\,\beta_1 = \frac{5{,}270}{5{,}500} = 0{,}958 \qquad tg\,\beta_2 = \frac{12{,}540 - 5{,}270}{11{,}0} = 0{,}661$$

$$tg\,\beta_3 = \frac{15{,}85 - 12{,}54}{11{,}00} = 0{,}301$$

$$E\,\Sigma S_m\,S_2\varrho = -\frac{20}{2}\,.\,2\,.\left[0{,}958\,.\,(1{,}0 + 2{,}5) + 4.5{,}27 + 0{,}661.(1{,}0 + 2{,}5 + 5{,}5 + 7{,}0) + 6.12{,}54 + 0{,}301.(1{,}5+6{,}0+7{,}5+9{,}0+10{,}5) + 2.15{,}85\right] = -3050$$

Przesunięcie $E\sum S_1^2\varrho$ (rys.9)




Rys.9

Siły osiowe:

$$S_1 = -\frac{1 \cdot 6,48}{5,5} = -1,128$$

$$S_2 = +\frac{1 \cdot 0,76}{1,22} = +0,622$$

$$S_3 = -0,622$$

$$S_4 = -1,000$$

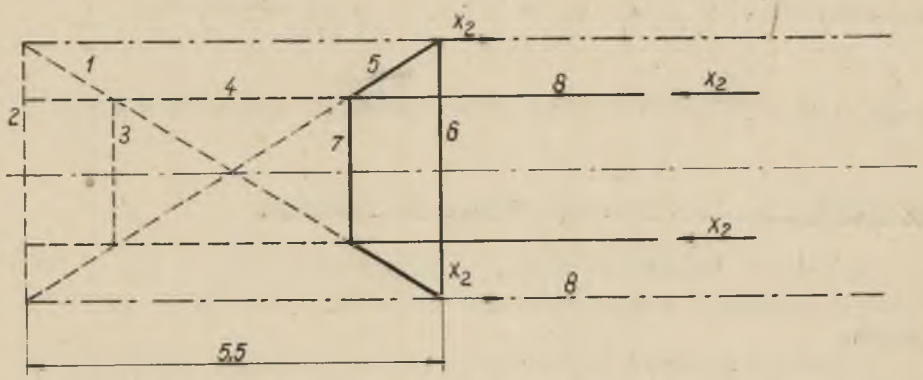
| Pręt | $S_1$ | $l$ cm | $F$ cm$^2$ | $\varrho = \frac{l}{F}$ | $E\ S_1^2\varrho$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | - 1,128 | 144 | 68,4 | 2,110 | 2,680 |
| 2 | + 0,622 | 171 | 240,2 | 0,713 | 0,275 |
| 3 | - 0,622 | 95 | 30,2 | 3,15 | 1,218 |
| 4 | - 1,000 | 3170 | 225,8 | 14,07 | 14,070 |

c.d. tabeli

| Pręt | $S_1$ | $l_{cm}$ | $F_{cm^2}$ | $\varphi = \frac{l}{F}$ | $E\ S_1^2\varphi$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $O_1$ | + 1,000 | 1100 | 300 | 3,67 | 3,670 |
| $O_2$ | + 1,000 | 1100 | 492,2 | 2,236 | 2,236 |
| $O_3$ | + 1,000 | 1100 | 589,2 | 1,868 | 1.868 |
| | | | | | 26,017 |

$$E \cdot \Sigma S_1^2 \varphi = 2 \cdot 26{,}017 = 52{,}034 \approx 52{,}0$$

Przesunięcie $E \cdot \Sigma S_2^2 \varphi$ (rys.10)




Rys.10

Siły osiowe

$$S_5 = +1{,}128$$

$$S_6 = -0{,}622$$

$$S_7 = +0{,}622$$

$$S_8 = -1{,}000$$

| Pręt | $S_2$ | $l$ cm | $F$ cm$^2$ | $\varphi = \frac{l}{F}$ | $E \cdot S_2^2 \varphi$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 5 | + 1,128 | 144 | 68,4 | 2,110 | 2,680 |
| 6 | - 0,622 | 171 | 240,2 | 0,713 | 0,275 |
| 7 | + 0,622 | 95 | 30,2 | 3,150 | 1,218 |
| 8 | - 1,000 | 2872 | 225,8 | 12,700 | 12,700 |
| $O_1$ | + 1,000 | 550 | 300 | 1,835 | 1,835 |
| $O_2$ | + 1,000 | 1100 | 492,2 | 2,236 | 2,236 |
| $O_3$ | + 1,000 | 1100 | 589,2 | 1,868 | 1,868 |
| | | | | | 22,812 |

$$E \cdot \Sigma S_2^2 \cdot \varphi = 2 \cdot 22,812 = + 45,624 \approx + 45,6$$

Przesunięcie $\delta_{21} = \delta_{12} = E \Sigma S_1 S_2 \varphi + \int \frac{M_1 M_2 dx}{E J}$

$$E \cdot \Sigma S_1 S_2 \varphi = (12,700 + 1,835 + 2,236 + 1,868) \cdot 2 = 37,248 \approx + 37,3$$

Przesunięcia spowodowane momentami gnącymi

Na skutek mimośrodkowego działania sił $X_1$ i $X_2$ w belkach podłużnych i poprzecznych powstają dodatkowe momenty gnące.

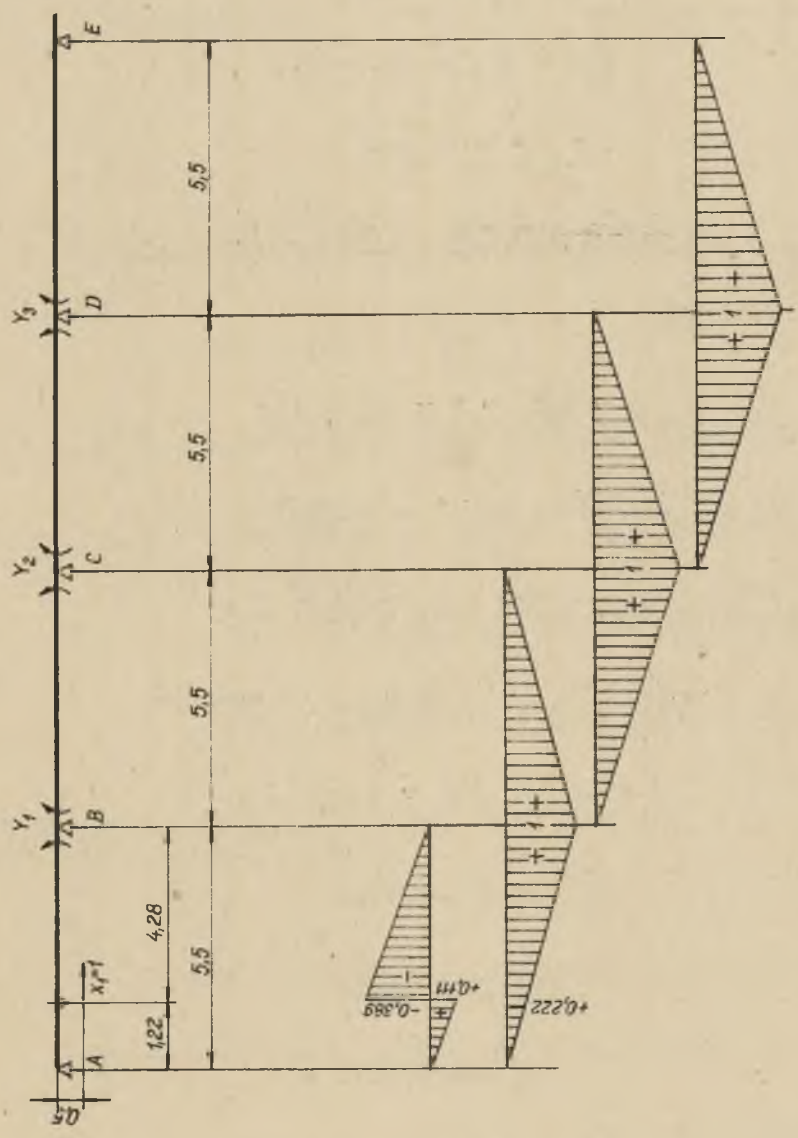
W rzeczywistości należałoby belki podłużne rozpatrywać jako belki ciągłe na sprężystych podporach. Dla uproszczenia potraktowano je jako belki ciągłe na 5 sztywnych podporach.

Momenty gnące od siły $X_1 = 1$ (rys.11)

$$P_m \cdot \delta m_1 + Y_1 \cdot \delta_{11} + Y_2 \cdot \delta_{21} + Y_3 \cdot \delta_{31} = 0$$

$$P_m \cdot \delta m_2 + Y_1 \cdot \delta_{12} + Y_2 \cdot \delta_{22} + Y_3 \cdot \delta_{32} = 0$$

$$P_m \cdot \delta m_3 + Y_1 \cdot \delta_{13} + Y_2 \cdot \delta_{23} + Y_3 \cdot \delta_{33} = 0$$




Rys. 11

$$P_m \cdot \delta m_2 = P_m \cdot \delta m_3 = 0$$

$$\delta_{11} = \delta_{22} = \delta_{33}$$

$$\delta_{12} = \delta_{21} = \delta_{32} = \delta_{23}$$

$$\delta_{31} = \delta_{13} = 0$$

$$EJ\ P_m \delta_{m1} = + \frac{1,22 \cdot 0,111 \cdot 0,222}{3} + \frac{4,28}{6}\ 0,389 \cdot (1+2 \cdot 0,222) =$$

$$= -\ 0,4$$

$$EJ\ \delta_{11} = 2 \cdot \frac{5,5}{3} \cdot 1 \cdot 1 = 3,666$$

$$EJ\ \delta_{21} = \frac{5,5}{6} \cdot 1 \cdot 1 = +\ 0,917$$

$$-\ 0,4 + Y_1 \cdot 3,666 + Y_2 \cdot 0,917 = 0$$

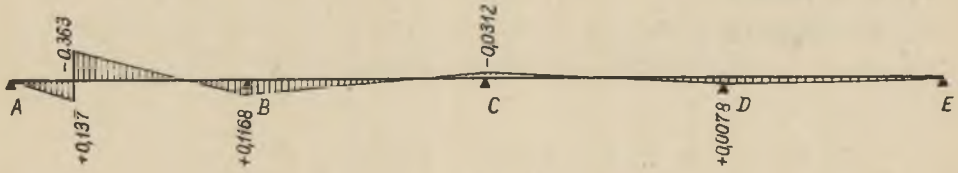
$$Y_1 \cdot 0,917 + Y_2 \cdot 3,666 + Y_3 \cdot 0,917 = 0$$

$$Y_2 \cdot 0,917 + Y_3 \cdot 3,666 = 0$$

$$Y_1 = +\ 0,1168$$

$$Y_2 = -\ 0,0372$$

$$Y_3 = +\ 0,0078 = 0$$




Rys.12

$$A_o = \frac{0,5}{5,5} = + 0,091; \qquad B_o = - 0,091$$

$$A = + 0,091 + \frac{0,1168}{5,5} = + 0,1122$$

$$B = - 0,091 - 2 \cdot \frac{0,1168}{5,5} - \frac{0,0312}{5,5} = - 0,1391$$

$$C = + \frac{0,1168}{5,5} + 2 \cdot \frac{0,0312}{5,5} + \frac{0,078}{5,5} = + 0,0340$$

$$D = - \frac{0,0312}{5,5} - 2 \cdot \frac{0,0078}{5,5} = - 0,0085$$

$$E = + \frac{0,0078}{5,5} = + 0,0014 = 0$$

Momenty gnące od siły $X_2 = 1$ (rys.13)

$$EJ\, P_m \delta m_1 = + \frac{4,28}{3} \cdot 0,778 \,,\, 0,389 - \frac{1,22}{6} \,,\, 0,111 \cdot (1+2,0,778)$$

$$= + 0,3733$$

$$+ 0,3733 + Y_1 \cdot 3,666 + Y_2 \cdot 0,917 = 0$$

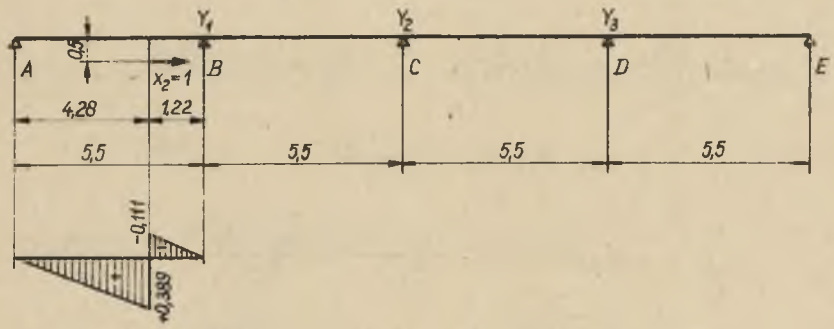
$$Y_1 \cdot 0,917 + Y_2 \cdot 3,666 + Y_3 \cdot 0,917 = 0$$

$$Y_2 \cdot 0,917 + Y_3 \cdot 3,666 = 0$$

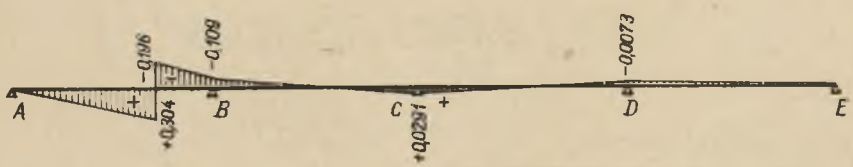
$Y_1 = -0,109$

$Y_2 = +0,0291$

$Y_3 = -0,0073 \approx 0$




Rys.13




Rys.14

$A_o = +0,091$; $B_o = -0,091$

$A = +0,0712$

$B = -0,0461$

$C = -0,0317$

$D = +0,0079$

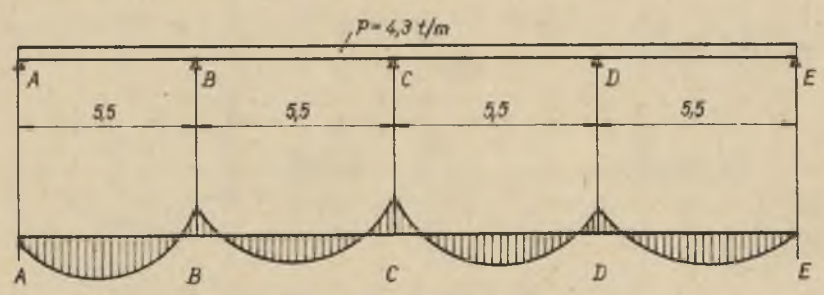
$E = -0,0013 \approx 0$

Momenty gnące od obciążenia ruchomego

Dla uproszczenia obliczeń zamiast sił skupionych przyjęto obciążenie zastępcze równomiernie rozłożone, które wywołuje takie same momenty gnące jak siły skupione.

$$M_{max} = \frac{1}{2}(4593 + 140{,}4 \cdot 0{,}5) = 2331{,}6 \text{ tm}$$

$$\frac{p\,l^2}{8} = M_{max} \qquad P = \frac{M_{max} \cdot 8}{l^2} = \frac{2331{,}6 \cdot 8}{66^2} \approx 4{,}3 \text{ t/m}$$




Rys.15

$$M_B = M_D = -0{,}1071 \cdot 4{,}3 \cdot 5{,}5^2 \approx -13{,}9 \text{ t}_m$$

$$M_c = -0{,}0714 \cdot 4{,}3 \cdot 5{,}5^2 = -9{,}28 \text{ t}_m$$

$$M_o = \frac{4{,}3 \cdot 5{,}5^2}{8} \approx +16{,}3 \text{ t}_m$$

$$A = \frac{4{,}3 \cdot 5{,}5}{2} - \frac{13{,}9}{5{,}5} = 9{,}27 \text{ t}$$

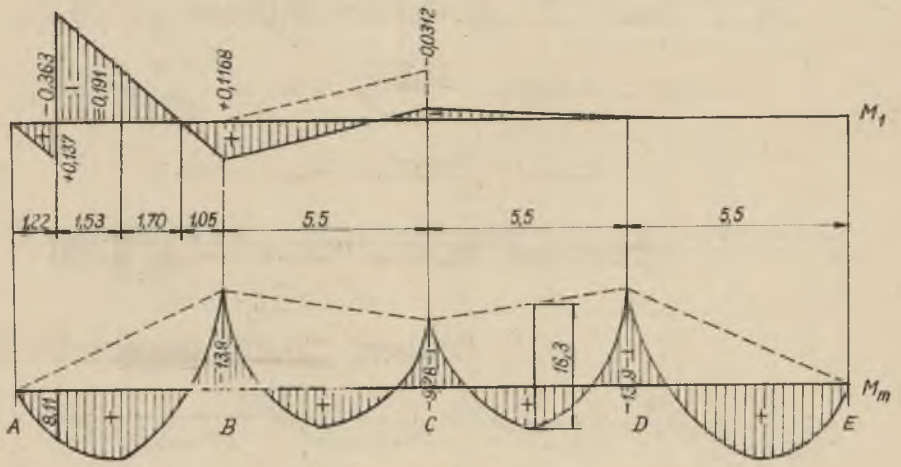
$$B = 2 \cdot 11{,}8 + 2 \cdot 2{,}53 + \frac{9{,}28}{5{,}5} = 26{,}97 \text{ t}$$

$$C = 2 \cdot 11{,}8 - 2 \cdot 2{,}53 + 2 \cdot 1{,}69 = 21{,}92 \text{ t}$$

D = 26,97 t

E = 9,27 t

Przesunięcie $\int \frac{M_m \, M_1 \, dx}{E \, J}$




Rys.16

$$EJ\int M_m \, M_m \, dx = + \frac{1,22}{3} \cdot 0,137 \cdot 8,11 - \frac{1,53}{6}\Big[9,67 \cdot (2 \cdot 0,191 + 0,363) +$$

$$+ 8,11 \cdot (0,191 + 2 \cdot 0,363)\Big] - \frac{1,70}{3} \cdot 9,67 \cdot 0,191 - \frac{1,05}{3} \cdot 13,9 \cdot 0,1168 -$$

$$- \frac{5,5}{3} \cdot 16,3 \cdot (0,1168 + 0,0312) + \frac{2}{3} \cdot 5,5 \cdot 16,3 \cdot 0,1168 + \frac{5,5}{6} \cdot (0,1168 +$$

$$+ 0,0312) \cdot (13,9 + 2 \cdot 9,28) - \frac{5,5}{2} \cdot 0,1168 (13,9 + 9,28) - \frac{5,5}{3} \cdot 16,3 \cdot 0,0312 +$$

$$+ \frac{5,5}{6} \cdot 0,0312 \cdot (13,9 + 2 \cdot 9,28) \approx - 13,8$$

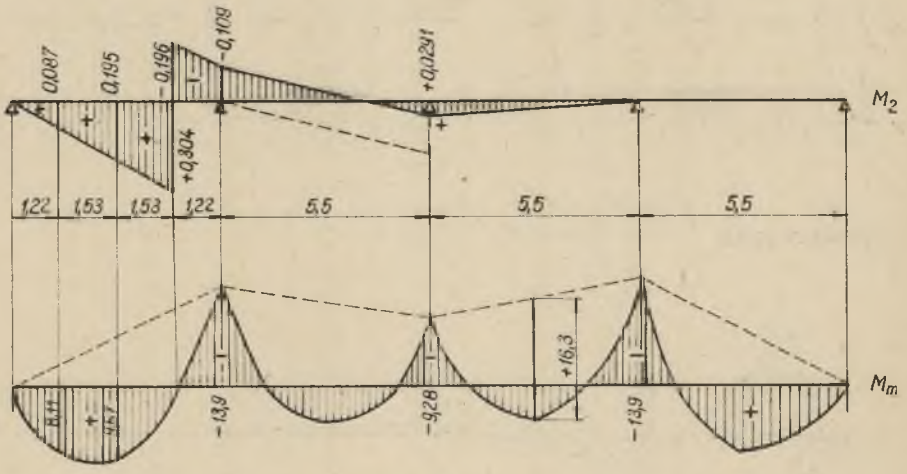
Przesunięcie $\int \frac{M_1^2 \, dx}{E\,J}$

$$EJ\int M_1^2 \, dx = \frac{1,22}{3} \cdot 0,137^2 + \frac{3,23}{3} \cdot 0,363^2 +$$

$$+ \frac{1,05}{3} \cdot 0,1168^2 + \frac{5,5}{3} \cdot 0,1168^2 - 0,1168 \cdot 0,0312 + 0,0312^2 +$$

$$+ \frac{5,5}{3} \cdot 0,0312^2 \approx + 0,176$$

Przesunięcie $\int \frac{M_m \, M_2 \, dx}{E\,J}$




rys.17

$$EJ\int M_m \, M_1 \, dx = + \frac{1,22}{3} \cdot 0,087 \cdot 8,11 + \frac{1,53}{6} \cdot \Big[9,67 \cdot (2 \cdot 0,195 +$$

$$+ 0,087) + 8,11 \cdot (0,195 + 2 \cdot 0,087)\Big] +$$

$$+ \frac{1,53}{6} \cdot 9,67 \cdot (2 \cdot 0,195 + 0,304) +$$

$$+ \frac{1,22}{6} \cdot 13,9 \cdot (2 \cdot 0,109 + 0,0196) +$$

$$+ \frac{5,5}{3} \cdot 16,3 \cdot (0,109 + 0,0291) - \frac{2}{3} \cdot 5,5 \cdot 16,3 \cdot 0,109 -$$

$$- \frac{5,5}{6} \cdot (0,109 + 0,0291) \cdot (13,9 + 2 \cdot 9,28) +$$

$$+ \frac{5,5}{2} \cdot 0,109 \cdot (13,9 + 9,28) + \frac{5,5}{3} \cdot 16,3 \cdot 0,0291 -$$

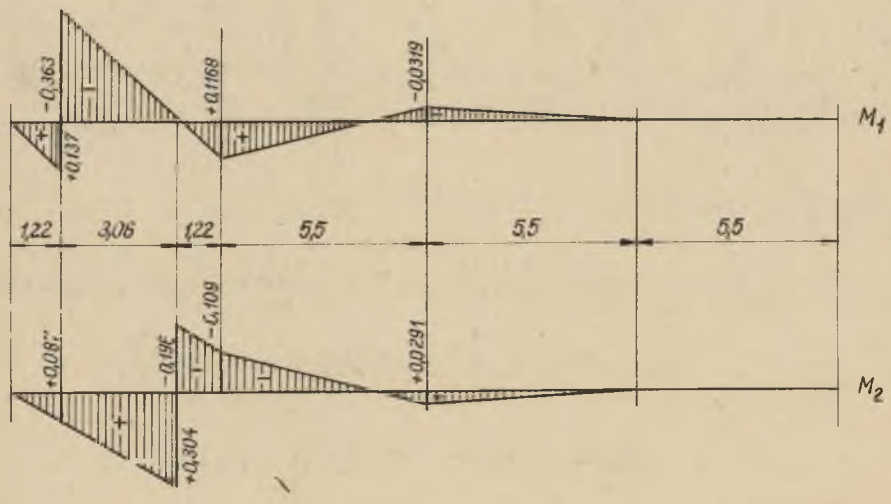
$$- \frac{5,5}{6} \cdot 0,0291 \cdot (13,9 + 2 \cdot 9,28) \approx + 6,56$$

Przesunięcie $\int \frac{M_2^2 \, dx}{E \, J}$

$$EJ \int M_2^2 \, dx = \frac{4,28}{3} \cdot 0,304^2 + \frac{1,22}{3} \cdot (0,196^2 + 0,196 \cdot 0,109 + 0,109^2)$$

$$+ \frac{5,5}{3} \cdot (0,109^2 - 0,109 \cdot 0,0291 + 0,0291^2) + \frac{5,5}{3} \cdot 0,0291^2 \approx + 0,192$$

Przesunięcie $\int \frac{M_1 \, M_2 \, dx}{E \, J}$




Rys.18

$$EJ \int M_1 M_2 \, dx = + \frac{1,22}{3} \cdot 0,087 \cdot 0,137 - \frac{3,06}{3} \cdot 0,363 \cdot$$

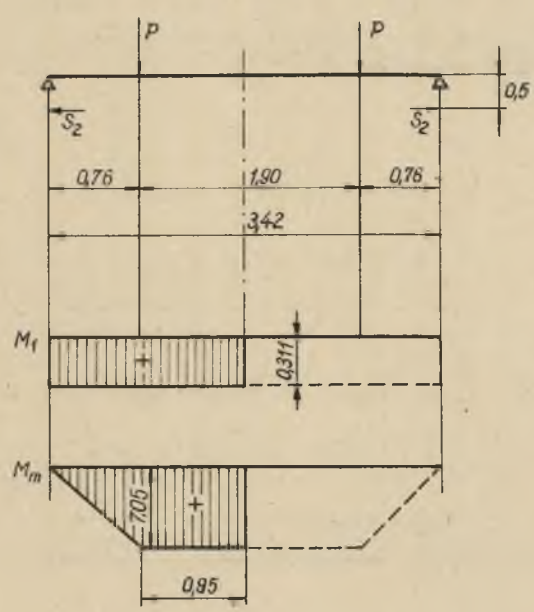
$$\cdot (0,304 + 2 \cdot 0,087) - \frac{1,22}{3} \cdot 0,1168 \cdot (0,196 + 2 \cdot 0,109) +$$

$$+ \frac{5,5}{6} \cdot 0,0291 \cdot (-2 \cdot 0,0312 + 0,1168) -$$

$$- 0,109 \cdot (-0,0312 + 2 \cdot 0,1168) -$$

$$- \frac{5,5}{3} \cdot 0,0291 \cdot 0,0312 \approx - 0,143$$

Belki poprzeczne 0 i XII (rys.19)




Rys.19

$S_2 = + 0,622\ X_1$; przy $X_1 = 1$

$S_2 = 0,622$

$P = A = 9,27$ t (patrz str. 32)

$M_1 = 0,622 \cdot 0,5 = + 0,311$

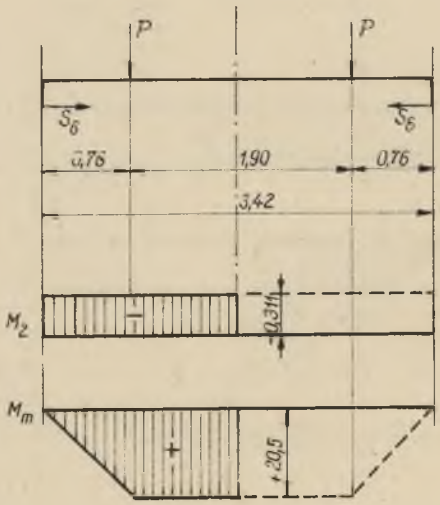
$M_m = + 9,17 \cdot 0,76 = + 7,05\ t_m$

$$E\,J \int M_m\, M_m\, d_x = 2 \cdot \left[ \frac{0,76}{2} \cdot 0,311 \cdot 7,05 + \right.$$

$$\left. + 0,95 \cdot 0,311 \cdot 7,05 \right] \approx + 5,82$$

$$E\,J \int M_1^2\, dx = 2 \cdot 1.71 \cdot 0,311^2 = + 0,331$$

<u>Belki poprzeczne I i XI</u> (rys.20)




Rys.20

$S_6 = -0{,}622\ X_2$; przy $X_2 = 1$; $S_6 = -0{,}622$

$P = B = 26{,}97$ t (patrz str. 32)

$M_2 = -0{,}622 \cdot 0{,}5 = -0{,}311$

$M_m = +26{,}97 \cdot 0{,}76 = +20{,}5$ tm

$$EJ\int M_m M_2\, dx + -5{,}87 \cdot \frac{20{,}5}{7{,}05} = -16{,}9$$

$$EJ\int M_2^2\, dx = +0{,}331$$

Rozwiązanie równań sprężystości:

Aby otrzymać pogląd na wpływ dodatkowych momentów gnących rozwiązano równania pierwszy raz z uwzględnieniem tylko sił osiowych, a drugi raz z uwzględnieniem sił osiowych i dodatkowych momentów.

I. Rozwiązanie

$$-3460 + X_1 \cdot 52{,}0 + X_2 \cdot 37{,}3 = 0$$

$$-3050 + X_1 \cdot 37{,}3 + X_2 \cdot 45{,}6 = 0$$

$$52{,}0 \cdot X_1 + 37{,}3 \cdot X_2 = 3460$$

$$37{,}3 \cdot X_1 + 45{,}6 \cdot X_2 = 3050$$

$$X_1 = \frac{37{,}3 \cdot 3050 + 45{,}6 \cdot 3460}{52{,}0 \cdot 45{,}6 - 37{,}32} = 44{,}9 \text{ t}$$

$$X_2 = \frac{52{,}0 \cdot 3050 - 37{,}3 \cdot 3460}{982} = 30{,}1 \text{ t}$$

$$X_1 = X_2 = 44{,}9 + 30{,}1 = 75{,}0 \text{ t.}$$

II rozwiązanie

Belka podłużna $J = 286900\ cm^4$

$$2.E\int\frac{M_m\ M_1}{J}\,dx = -\frac{2.13800000}{286900} = -\ 96,1$$

$$2.E\int\frac{M_2\ dx}{J} = +\frac{2.176000}{286900} = +\ 1,23$$

$$2.E\int\frac{M_m M_2 dx}{J} = +\frac{2.6560000}{286900} = +\ 45,7$$

$$2.E\int\frac{M_2^2\ dx}{J} = +\frac{2.192000}{286900} = +\ 1,34$$

$$2.E\int\frac{M_1\ M_2\ dx}{J} = -\frac{2.143000}{286900} = -\ 1,0$$

Belka poprzeczna $J = 308000\ cm^4$

$$2\ E\int\frac{M_m\ M_1\ dx}{J} = +\frac{2.5820000}{308000} = +\ 37,8$$

$$2\ E\int\frac{M_1^2\ dx}{J} = +\frac{2.331000}{308000} = +\ 2,15$$

$$2\ E\int\frac{M_m\ M_2\ dx}{J} = -\frac{2.16900000}{308000} = -\ 110,0$$

$$2\ E\int\frac{M_2^2\ dx}{J} = +\frac{2.331000}{308000} = +\ 2,15$$

Wpływ reakcji belek podłużnych spowodowany siłami $X_1$ i $X_2$ obliczono za pomocą linii wpływowych (patrz str 30 i zał. nr 1).

$$\Delta\delta_{11} = 2,(+0,1391.6,9-0,034.10,55+0,0085.14,2) = +\ 1,44$$

$$\Delta\delta_{21} = 2.(+0,0461.6,9+0,0317.10,55-0,0079.14,2) = +\ 1,08$$

$$\Delta\delta_{12} = 2\cdot(+0,1391\cdot 5,27-0,034\cdot 8,9+0,0085\cdot 12,54) = +1,08$$

$$\Delta\delta_{22} = 2\cdot(+0,0461\cdot 5,27+0,0317\cdot 8,9-0,0079\cdot 12,54) = +0,86$$

$$(-3460 - 96,1 + 37,8) + X_1\,(52,0 + 1,23 + 2,15 + 1,44) +$$

$$+ X_2\,(37,3 - 1,0 + 1,08) = 0$$

$$(-3050 + 45,7 - 110,0) + X_1\,(37,3 - 1,0 + 1,08) +$$

$$+ X_2\,(45,6 + 1,34 + 2,15 + 0,86) = 0$$

$$56,82\,X_1 + 37,38\,X_2 = 3518$$

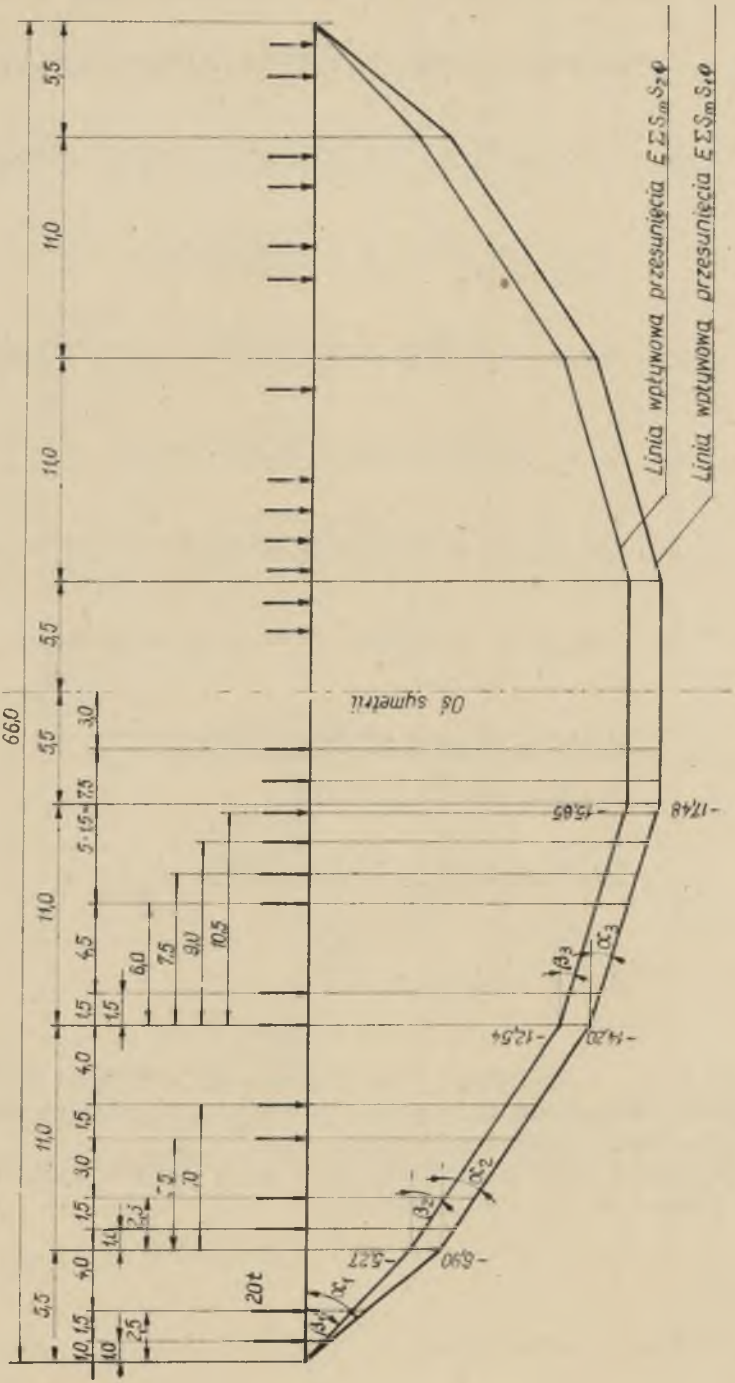
$$37,38\,X_1 + 49,95\,X_2 = 3114$$

$$X_1 = \frac{37,38\cdot 3114 + 49,95\cdot 3518}{56,82\cdot 49,95 - 37,38^2} = 41,2\ t$$

$$X_2 = \frac{56,82\cdot 3114 - 37,38\cdot 3518}{1441} = 31,5\ t$$

$$X_1 + X_2 = 41,2 + 31,5 = 72,7\ t$$

Siły $X_1$ i $X_2$ obciążają mimośrodowo na ramieniu 0,165 m pasy górne dźwigarów głównych i wywołują dodatkowe momenty w prętach kraty tych dźwigarów.
Ponieważ ramię mimośrodu jest małe więc wpływu tych dodatkowych momentów nie uwzględniono.


Linia wpływowa przesunięcia $E\Sigma S_m S_{r\phi}$
Linia wpływowa przesunięcia $E\Sigma S_m S_{r\phi}$
Oś symetrii
66,0
5,5
11,0
11,0
5,5
5,5
11,0
11,0
5,5
20t
-17,48
-15,85
-14,20
-12,54
-8,90
-5,27
6,0
7,5
9,0
10,5
2,5
3,3
7,0

Zał. nr 1

## Wniosek

Z porównania rozwiązań I i II wynika, że wpływy dodatkowych momentów spowodowanych mimośrodami na współpracę belek jezdni z dźwigarami głównymi są małe.
Różnice wielkości $X_1$ i $X_2$ w tych rozwiązaniach wynoszą:

dla $X_1$ $\quad \frac{41,2 - 44,9}{41,2} \cdot 100 = -9\ \%$

dla $X_2$ $\quad \frac{31,5 - 30,1}{31,5} \cdot 100 = +4,5\ \%$

dla $X_1+X_2$ $\quad \frac{72,7 - 75,0}{72,7} \cdot 100 = 3,2\ \%$

Ponieważ różnice te są małe, przeto wpływy dodatkowych momentów na współpracę belek jezdni z dźwigarami głównymi mogą być pominięte.

## LITERATURA

Prof. A.Pszenicki - Kurs mostów

" " - Mosty stalowe

Prof. Schaper - "Feste stählerne Brücken"

Krabbe - Stahlbau 1939 r. zeszyt 8

Stahlbau - Kalender 1937 r.

# О СОВМЕСТНОЙ РАВОТЕ БАЛОК ПРОЕЗШЕЙ ЧАСТИ С ГЛАБНЫМИ ФЕРМАМИ В СТАЛЫХ ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНЫХ МОСТАХ


## Краткое содержание

Совместная работа балок проезжей части с главными фермами в стальных железнодорожных мостах зависит от расположения тормозных ферм. На примере железнододожного моста пролетом в 66 м. через реку Вислу исследовано в какой степени на совместную работу влияют добавочные моменты, которые выступают вследстве внецентренных сопряжений балок проезжей части, главных и тормозных ферм. Рассчеты показали, что влияние добавочных моментов невелико (3,2 %) и можно их не учитывать.


# ABOUT THE COOPERATION BETWEEN FLOOR BEAMS AND MAIN GIRDERS IN STEEL RAIWAY BRIDGES


## Summary

The cooperation between floor beams and main girders of steel railway bridges depends on the placing of braking braces. On the example of a 66 m span railroad bridge across the Vistula River, the influence of additional moments resulting from eccentrical connections of floor beams, main girders and braking braces was examined. The calculations properd that the influence of additional moments on the cooperation of these mambers is small (3,2 %) and can be neglected.