

Prof. dr inż. JÓZEF LEDWOŃ  
Mgr inż. STANISŁAW LOSKA

Katedra Budowli Przemysłowych

### DRGANIA CYLINDRYCZNYCH ZBIORNIKÓW WIEŻOWYCH CZĘŚCIOWO NAPEŁNIONYCH CIECZĄ

Przy rozwiązywaniu zagadnień ruchu zbiorników częściowo napełnionych cieczą zakłada się, że amplitudy drgań cieczy są małe.

Ponadto zakłada się, że intensywność przemieszczeń zbiornika lub też intensywność przyspieszeń ruchu zbiornika jest taka, aby mogły zachodzić bez zakłóceń drgania rezonansowe.

Amplituda drgań powierzchni cieczy nie może więc być większa od amplitudy stokesowskiej. W innym wypadku dojdzie bowiem do zakłóceń drgań rezonansowych i rozpocznie się wirowy (turbulentny) proces ruchu [1].

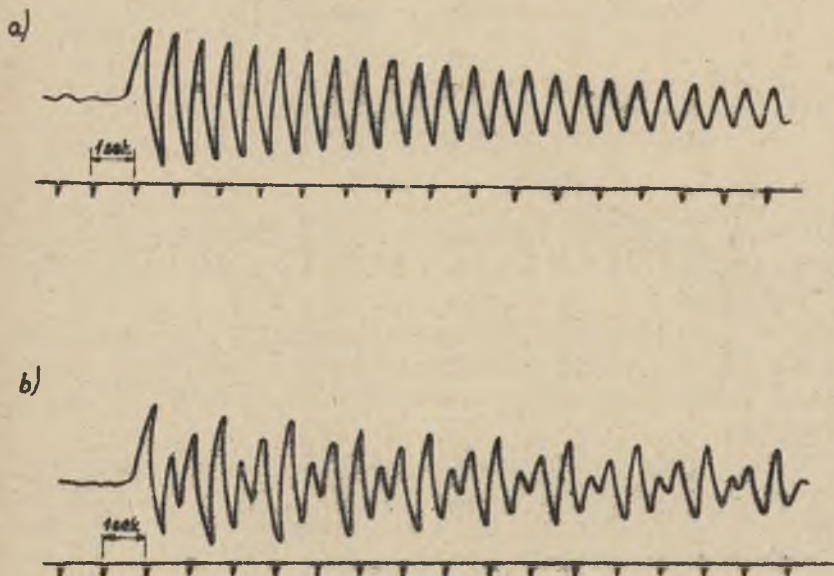
Drgania każdej fali na powierzchni cieczy opisuje się jako drgania układu o jednym stopniu swobody.

W wypadku wiotkiej konstrukcji oraz małej częstości rzędu 1-2 Hz na powierzchni cieczy pojawia się tylko pierwsza harmoniczna fali.

Przy sztywniejszej konstrukcji na początku ruchu zbiornika na powierzchni cieczy pojawia się pierwsza harmoniczna fali, a potem na tę falę nakładają się fale drobne. Te drobne fale bardzo szybko uspokajają się i następny etap ruchu konstrukcji przedstawia proces periodyczny o stałej częstości i prawie stałej amplitudzie.

Spostrzeżenia te pozwalają sądzić, że przy drganiach swobodnych jednomasowego układu z jednym zbiornikiem oraz układu dwumasowego, na powierzchni cieczy pojawia się tylko pierwsza harmoniczna fali, która w widoczny sposób wpływa na charakter procesu drgania całego układu i na jego częstość.

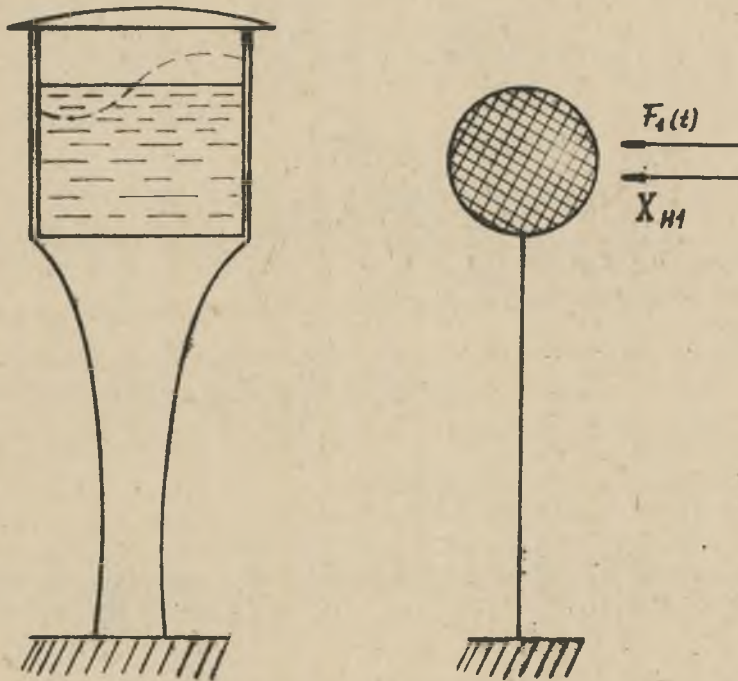
Częstość drgań własnych układu z ciekłą masą we wszystkich wypadkach jest wyższa od częstości drgań własnych podobnego układu, w którym ciecz zamieniono na ciało stałe o tej samej masie jaką posiada ciecz (rys. 1). Różnica ta wynosi od 15-25%.



Rys. 1

Ilość stopni swobody  $n$  - masowego układu z ciekłym na pełnieniu równa jest nieskończoności.

Tak samo układ jednomasowy z ciekłą w odróżnieniu od układu ze stałą masą posiada nieskończoną ilość stopni z uwagi na napełnienie ciekłą. Do obliczeń przyjmuje się jednak schemat jednomasowy uwzględniając działanie na niego zmiennej siły hydrodynamicznej (rys. 2).



Rys. 2

Równania różniczkowe drgań swobodnych n-masowego układu sprężystego, którego wnętrza mas są częściowo zapełnione cieczą przyjmują postać:

$$m_1 \ddot{x}_1 + (u+iv)(k_{11} \cdot x_1 + k_{12} \cdot x_2 + \dots + k_{1n} \cdot x_n) = X_{H1}$$

$$m_2 \ddot{x}_2 + (u+iv)(k_{21} \cdot x_1 + k_{22} \cdot x_2 + \dots + k_{2n} \cdot x_n) = X_{H2}$$

.....

$$m_n \ddot{x}_n + (u+iv)(k_{n1} \cdot x_1 + k_{n2} \cdot x_2 + \dots + k_{nn} \cdot x_n) = X_{Hn}$$

Gdzie:

$k_{11}, \dots, k_{nn}$  - współczynniki sztywności konstrukcji

zaś

$$u = \frac{4-\gamma^2}{4+\gamma^2}, \quad v = \frac{4\gamma}{4+\gamma^2}, \quad \gamma = \frac{\delta}{\pi}$$

oraz

$m_k$  - masa stałych elementów,

$\delta$  - logarytmiczny dekrement tłumienia,

$X_{Hk}$  - wypadkowa sił hydrodynamicznych cieczy, działających na masy  $m_k$ .

Ponadto

$$X_H = -B \left[ \bar{a}\dot{v} + \sum_{n=1}^{\infty} B_n f_n(t) \right]$$

Dla zbiorników cylindrycznych

$$B = 2\pi\sigma a^2 h, \quad \bar{a} = \frac{1}{2}, \quad h_n = \frac{h}{a}, \quad B_n = \frac{1}{h_0} \frac{d_n}{\mathcal{H}_n} \text{th}(\mathcal{H}_0 h_0)$$

Tutaj

$f_n(t)$  - funkcja określająca falowanie na swobodnej powierzchni cieczy obliczona z równania,

$$\ddot{f}_n(t) + \nu_n \dot{f}_n(t) + \tilde{\omega}_n^2 f_n(t) = -\dot{v},$$

$\nu$  - prędkość ruchu zbiornika,

$\nu_n$  - parametr charakteryzujący tłumienie w cieczy,

$\tilde{\omega}_n$  - częstość fal powierzchniowych,

$h$  - odległość lustra cieczy od dna zbiornika,

$\rho$  - gęstość cieczy,

$\mathcal{H}$  - jądro równania  $J_1(\mathcal{H}) = 0$ ,

$J_1$  - funkcja Bessela pierwszego rodzaju.

Częstość drgań własnych konstrukcji zbiorników, częściowo zapełnionych cieczą, można obliczyć trzema drogami.

1. Przybliżone obliczenie z dokładnością do 25%. Ciecz rozpatruje się jako ciało stałe.

2. Przybliżone obliczenie z dokładnością do 5-6%. Ciecz rozpatruje się jako ciało stałe, lecz masę cieczy oblicza się z wyrażenia

$$m_{zred} = m_c \cdot k_1$$

gdzie  $k_1$  jest współczynnikiem redukującym masę cieczy.

Wartości współczynnika  $k_1$ , w zależności od stosunku  $\frac{h}{a}$ , znaleźć można w pracy [3].

3. Przybliżone obliczenie z wysokim stopniem dokładności.

Dla celów praktycznych bardzo dogodnym jest drugi sposób obliczania częstości drgań własnych, dający wyniki dobrze zgadzające się z wynikami doświadczeń.

#### LITERATURA

- [1] Николаенко Н.А.: Динамика и сейсмостойкость конструкций несущих резервуары, Москва 1963.
- [2] Наримонов Г.С.: О движении твердого тела, полость которого частично заполнена жидкостью. ИММ Т. XX, вып. , 1956 г.
- [3] Гольденблат И.И., Николаенко Н.А.: Расчет конструкций на действие сейсмических и импульсивных сил. Госстройиздат 1961.